

1. 6개의 원소로 된 집합 A 가 있다. 집합 A 의 원소가 하나 증가하면 A 에서 만들어지는 부분집합의 총수는 몇 개 증가하는가?

① 31 개

② 32 개

③ 63 개

④ 64 개

⑤ 128 개

해설

6개의 원소로 된 집합 A 의 부분집합의 개수는 $\Rightarrow 2^6 = 64$

7개의 원소로 된 집합 A 의 부분집합의 개수는 $\Rightarrow 2^7 = 128$

$\therefore 128 - 64 = 64(\text{개})$

2. 두 집합 $A = \{3, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \subset X \subset B$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 모두 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 8개

해설

$A \subset X \subset B$ 는 집합 B 의 부분집합 중 집합 A 의 원소를 반드시 포함하는 부분집합을 나타낸다.

따라서 $\{3, 5\}$, $\{1, 3, 5\}$, $\{2, 3, 5\}$, $\{3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 5\}$, $\{1, 3, 4, 5\}$, $\{2, 3, 4, 5\}$, $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로 개수는 8개이다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 3, 5, 6\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$ 일 때, $A \cup B$ 는?

① $\{2, 5\}$

② $\{1, 2, 5, 10\}$

③ $\{1, 2, 3, 5, 6\}$

④ $\{2, 3, 5, 6, 10\}$

⑤ $\{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$

해설

$$A = \{2, 3, 5, 6\}, B = \{1, 2, 5, 10\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$$

4. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 24$, $n(B) = 15$, $n(A \cap B) = 9$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값은?

① 25

② 30

③ 35

④ 40

⑤ 45

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 24 + 15 - 9 = 30 \end{aligned}$$

5. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① 한라산은 제주도에 있다.
- ② 독도는 섬이 아니다.
- ③ 19 는 짝수이다.
- ④ 수학 책은 두껍다.
- ⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

참인 명제 : ①, ⑤
거짓인 명제 : ②, ③
④의 경우 두껍다는 기준이 모호하므로 명제가 아니다.

6. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(x + \frac{1}{2y}\right)\left(8y + \frac{1}{x}\right)$ 의 최솟값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$$\begin{aligned}\left(x + \frac{1}{2y}\right)\left(8y + \frac{1}{x}\right) &= 8xy + \frac{1}{2xy} + 5 \\ &\geq 2\sqrt{8xy \times \frac{1}{2xy}} + 5 \\ &= 4 + 5 = 9\end{aligned}$$

7. 분수식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 을 간단히 하면 $\frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} \\ &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\ &= \frac{-2}{(x-1)(x-3)} + \frac{-2}{(x-2)(x-4)} \\ &= \frac{-2(x^2-6x+8+x^2-4x+3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{-2(2x^2-10x+11)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &\therefore a=-4, b=20, c=-22 \\ &\therefore a+b+c=-6 \end{aligned}$$

8. $x, y, y - \frac{1}{x}$ 이 모두 0이 아닐 때, $\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $\frac{x}{y}$

③ $\frac{y}{x}$

④ $\frac{x}{y} - \frac{y}{x}$

⑤ $xy - \frac{1}{xy}$

해설

$$\frac{x - \frac{1}{y}}{y - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{xy - 1}{y}}{\frac{xy - 1}{x}} = \frac{x}{y}$$

9. 3 보다 크고 11 보다 작은 홀수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $3 \in A$

② $4 \notin A$

③ $6 \in A$

④ $9 \notin A$

⑤ $11 \notin A$

해설

① $3 \notin A$

③ $6 \notin A$

④ $9 \in A$

10. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x^2 - 4x + 3 = 0\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 양의 약수}\}$ 일 때, 집합 A, B, C 사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ① $A \subset B \subset C$ ② $B \subset A \subset C$ ③ $B \subset C \subset A$
④ $C \subset A \subset B$ ⑤ $C \subset B \subset A$

해설

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 $B = \{1, 3\}$ 이고, $C = \{1, 2, 3, 6\}$

따라서 집합 A, B, C 의 포함 관계는 $B \subset A \subset C$ 이다.

11. 다음 중 ‘모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.’의 부정인 명제를 고르면?
- ① 평화시에 살고 있지 않으면 평화고등학교 학생이 아니다.
 - ② 평화시에 사는 학생은 평화고등학교 학생이다.
 - ③ 모든 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있지 않다.
 - ④ 평화시에 살고 있지 않은 평화고등학교 학생이 적어도 한명은 있다.
 - ⑤ 어떤 평화고등학교 학생들은 평화시에 살고 있다.

해설

모든 ~ 이다. : (부정) $\Rightarrow$ 어떤 ~ 아니다.
적어도 ~ 아니다.

12. $f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$), $g(x) = x + c$ 라 할 때, $(f \circ g)(x) = 2x - 3$, $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수 a, b, c 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 7$

▷ 정답 : $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

13. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1

② 2, 0

③ 2, -1

④ 1, -1

⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$$y = |x - 3| - 1$$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림

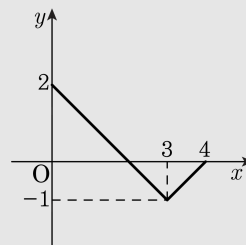
과 같으므로

$x = 0$ 일 때

최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.



14. $\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x}$ 를 계산하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3x}$

해설

$$\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x} = \frac{2(x-1)(x-2)}{3x(x-2)(x-1)} = \frac{2}{3x}$$

15. $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x-a}{x(x-1)}$$

따라서, $a+b=1$, $a=-1$

$\therefore a=-1$, $b=2$

$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$

16. $-1 < x < 1$ 일 때, $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 2x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+1)^2} \\ &= |x-1| + |x+1| = -(x-1) + (x+1) = 2\end{aligned}$$

17. $y = \sqrt{4x-12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 a , y 축으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼 평행이동한
그래프의 함수이다.
즉, $a = 3$, $b = 5$
 $\therefore a + b = 8$

18. 집합 $A = \{x \mid x = 3 \times n - 1, n = 5 \text{ 미만의 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 모든 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$A = \{2, 5, 8, 11\}$ 이므로 모든 원소의 합은 $2 + 5 + 8 + 11 = 26$ 이다.

19. a, b, c 는 실수이다. 명제 ' $a^2 + c^2 = 2b(a + c - b)$ 이면 $a = b = c$ 이다.'의 대우는 ?
- ① a, b, c 가 모두 서로 다른 수이면 $a^2 + c^2 \neq 2b(a + c - b)$ 이다.
- ② $a \neq b$ 이고 $b \neq c$ 이면, $a^2 + c^2 \neq 2b(a + c - b)$ 이다.
- ③ a, b, c 중 서로 다른 두 수가 있으면 $a^2 + c^2 \neq 2b(a + c - b)$ 이다.
- ④ $a = b = c$ 이면 $a^2 + c^2 = 2b(a + c - b)$ 이다.
- ⑤ $a \neq b, c = 0$ 이면 $a^2 + c^2 = 2b(a + c - b)$ 이다.

해설

a, b, c 중 서로 다른 두 수가 있으면 $a^2 + c^2 \neq 2b(a + c - b)$ 이다.

20. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $b \leq 4a^2$

해설

$x^2 + 2axy + by^2 \geq 0$ 에서 양변을 y^2 으로 나누면

$$\left(\frac{x}{y}\right)^2 + 2a\left(\frac{x}{y}\right) + b \geq 0$$

모든 실수 x, y 에 대해 성립하려면

$$\frac{D}{4} = a^2 - b \leq 0$$

$$\therefore a^2 \leq b$$

21. 두 집합 $X = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 X 에서 Y 로의 함수 f 를 다음과 같이 정의할 때, 이 함수의 치역을 구하면?

$$f(x) = \begin{cases} |x| - 1 & (x < 0) \\ x & (x = 0) \\ \frac{x^2}{4} & (x > 0) \end{cases}$$

① $\{0, 1, 2\}$

② $\{0, 1, 3\}$

③ $\{0, 1, 2, 3\}$

④ $\{0, 1, 2, 4\}$

⑤ $\{0, 1, 3, 4\}$

해설

$$f(-4) = |-4| - 1 = 3$$

$$f(-2) = |-2| - 1 = 1$$

$$f(0) = 0$$

$$f(2) = \frac{4}{4} = 1$$

$$f(4) = \frac{16}{4} = 4$$

$$\therefore \text{치역} : \{0, 1, 3, 4\}$$

22. 집합 $X = \{-2, 0, 2\}$, $Y = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$ 가 있다. X 에서 Y 로 함수 $f : X \rightarrow Y$ 중에서 $f(-x) = -f(x)$ 를 만족하는 함수 f 의 개수는?

① 2 가지

② 3 가지

③ 4 가지

④ 5 가지

⑤ 6 가지

해설

$f(0) = -f(0)$ 에서 $f(0) = 0$ 이고,

1) $f(-2) = -3$, $f(2) = 3$

2) $f(-2) = -1$, $f(2) = 1$

3) $f(-2) = 0$, $f(2) = 0$

4) $f(-2) = 1$, $f(2) = -1$

5) $f(-2) = 3$, $f(2) = -3$

따라서 5 가지이다.

23. 다음 보기 중에서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건인 것은 몇 개인가?
(단 x, y 는 실수이다.)

- ㉠

$p : -1 < x < 1 \quad q : x < 3$
- ㉡

$p : |x - 1| = 2 \quad q : x^2 - 2x + 3 = 0$
- ㉢

$p : x^2 + y^2 = 0 \quad q : xy = 0$
- ㉤

$p : A^c \cup B = U \quad q : A \subset B$
- ㉥

$p : |x| = 1 \quad q : x = 1$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ p 는 q 이기 위한 충분조건만 된다.
㉡ p 는 q 이기 위한 아무 조건도 아니다.
㉢ p 는 q 이기 위한 충분조건만 된다.
㉤ p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
즉, $A^c \cup B = U$ 와 $A \subset B$ 은 동치이다.
㉥ p 는 q 이기 위한 필요조건만 된다.
∴ 1개

24. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \begin{cases} 2x-9 & (x \geq 0) \\ \frac{2}{3}x-9 & (x < 0) \end{cases}$ 일 때, 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합을 구하여라. (단, $f^{-1}(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$2x - 9 = x$ 에서 $x = 9$

$\frac{2}{3}x - 9 = x$ 에서 $x = -27$

따라서, 방정식 $f(x) = f^{-1}(x)$ 의 모든 근의 합은

$9 + (-27) = -18$

25. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+5}{bx+c}$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을 지나고 점근선의 방정식이 $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{3}$ 이다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(0)$ 은?

- ① $-\frac{1}{2}$
- ② $\frac{5}{2}$
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ $\frac{22}{5}$

해설

$y = \frac{ax+5}{bx+c}$ 에서
점근선 $x = -\frac{c}{b} = \frac{1}{2}, y = \frac{a}{b} = -\frac{1}{3}$
 $(1, 1)$ 을 지나므로
 $1 = \frac{a+5}{b+c}$
 $2c = -b, 3a = -b, c = -3$
 $\therefore y = \frac{-2x+5}{6x-3}$
 $y^{-1} = \frac{3x+5}{6x+2}$
 $g(x) = \frac{3x+5}{6x+2}$
 $\therefore g(0) = \frac{5}{2}$