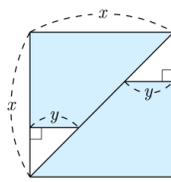


1. 다음 그림은 한변의 길이가 x 인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y 에 관한 식으로 나타내어라.



- ① $xy - y^2$ ② $x^2 - y^2$ ③ $x^2 - y$
 ④ $\frac{xy - y^2}{2}$ ⑤ $\frac{x - y}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times \frac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$$

2. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③ $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

3. $a^2 - b^2 = 2$ 일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$ 의 값은?

- ① 2^n ② 2^{n+1} ③ 2^{n+2} ④ 2^{n+3} ⑤ 2^{n+4}

해설

$$\begin{aligned}(a+b)^n &= A, (a-b)^n = B \\(\text{준식}) &= (A^2 + 2AB + B^2) - (A^2 - 2AB + B^2) \\&= 4AB \\&= 4\{(a+b)(a-b)\}^n \\&= 4 \times 2^n \\&= 2^{n+2}\end{aligned}$$

4. 두 다항식 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$, $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a , b 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

- ① -21 ② -15 ③ -5 ④ -1 ⑤ 0

해설

$(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^4 항의 계수는 x^3 의 계수와는 관계가 없다.
따라서 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 $(1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 5x^4)^3$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는 같다.
 $\therefore a = b \quad \therefore a - b = 0$

5. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -1 - 3 \cdot (-1) = 2$$

6. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots \textcircled{2} \text{이고}$$

겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

7. 대각선의 길이가 28이고, 모든 모서리의 길이의 합이 176인 직육면체의 겉넓이를 구하려 할 때, 다음 중에서 사용되는 식은?

- ① $(x-a)(x-b)(x-c)$
 $= x^3 - (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x - abc$
 ② $\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\}$
 $= a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca$
 ③ $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$
 ④ $(x+a)(x+b)(x+c)$
 $= x^3 + (a+b+c)x^2 + (ab+bc+ca)x + abc$
 ⑤ $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$
 $= a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

해설

직육면체의 가로 길이, 세로 길이, 높이를 각각 a, b, c 라 하면 대각선의 길이는 $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 28$
 $\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 28^2 \dots \text{㉠}$
 또, 모든 모서리의 길이의 합은 176이므로 $4(a+b+c) = 176$
 $\therefore a+b+c = 44 \dots \text{㉡}$
 이 때, 직육면체의 겉넓이는 $2(ab+bc+ca)$ 이므로 $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \dots \text{㉢}$
 따라서 ㉠, ㉡을 ㉢에 대입하여 겉넓이를 구하면 1152이다.

8. $x + y = 2$, $x^3 + y^3 = 14$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $xy = -1$ ② $x^2 + y^2 = 6$ ③ $x^4 + y^4 = 34$

④ $x^5 + y^5 = 86$ ⑤ $x^6 + y^6 = 198$

해설

① $x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$ 에서
 $14 = 2^3 - 3xy \times 2$

$\therefore xy = -1$

② $x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy$ 에서

$x^2 + y^2 = 2^2 - 2(-1) = 6$

③ $x^4 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2$ 에서

$x^4 + y^4 = 6^2 - 2(-1)^2 = 34$

④ $x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y)$ 에서

$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - (-1)^2 \times 2 = 82 \neq 86$

⑤ $x^6 + y^6 = (x^3 + y^3)^2 - 2x^3y^3$ 에서

$x^6 + y^6 = 14^2 - 2(-1)^3 = 198$

9. 모든 실수 x 에 대하여 $P(x^2+1) = \{P(x)\}^2 + 1$, $P(0) = 0$ 을 만족한다.
2차 이하의 다항식 $P(x)$ 의 계수의 합은?

- ① 0 ② 1 ③ 2
④ 3 ⑤ 무수히 많다.

해설

$P(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면
 $P(0) = 0$ 에서 $c = 0 \therefore P(x) = ax^2 + bx$
 $P(x^2+1) = \{P(x)\}^2 + 1$ 이므로
 $a(x^2+1)^2 + b(x^2+1) = (ax^2+bx)^2 + 1$
 $ax^4 + 2ax^2 + a + bx^2 + b = a^2x^4 + 2abx^3 + b^2x^2 + 1$
양변의 계수를 비교하면
 $a = a^2, 2ab = 0, 2a + b = b^2, a + b = 1$
 $a^2 = a$ 와 $a + b = 1$ 에서
 $(a, b) = (0, 1), (1, 0)$ 이 되는데
이 중 $(1, 0)$ 은 $2a + b = b^2$ 을 만족하지 않으므로 $(a, b) = (0, 1)$
즉, $P(x) = x$ 뿐이다.
 \therefore 계수의 합은 1

해설

$P(x^2+1) = \{P(x)\}^2 + 1$ 에서 $x = 0$ 을 대입하면
 $P(1) = \{P(0)\}^2 + 1$ 이 된다.
 $P(1) = 1$ (\therefore 모든 계수의 합은 $x = 1$ 대입)

10. 임의의 x 에 대하여 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 합 $a+b+c+d$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입 하면
 $-1 = a + b + c + d$
 $\therefore a + b + c + d = -1$

해설

$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
 $= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$
 $= (x+1)\{a(x+1) + b\} + c + d$ 이므로
 $x^3 - 1$ 을 $x+1$ 로 연속으로 나눌 때
 차례대로 나오는 나머지가 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

$$\begin{array}{r|rrrr}
 -1 & 1 & 0 & 0 & -1 \\
 & & -1 & 1 & -1 \\
 -1 & 1 & -1 & 1 & -2 \leftarrow d \\
 & & -1 & 2 & \\
 -1 & 1 & -2 & 3 & \leftarrow c \\
 & & -1 & & \\
 & 1 & -3 & & \leftarrow b \\
 & \uparrow & & & \\
 & a & & &
 \end{array}$$

11. 임의의 실수 x 에 대하여 등식 $(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 성립할 때, $a(b+c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -30

해설

$(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$
 양변에 $x=2, -2, 1$ 을 각각 대입하면
 $0 = 1 + a + b + c, 0 = -27 + 9a - 3b + c, -9 = c$
 세 식을 연립하여 풀면 $a = 5, b = 3, c = -9$
 $\therefore a(b+c) = 5 \times (3-9) = -30$

해설

좌변을 전개한 후 조립제법으로 풀어도 좋다.

$(x-2)(x+2)^2$
 $= x^3 + 2x^2 - 4x - 8$
 $= (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$
 $= (x-1)[(x-1)((x-1) + a) + b] + c$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 1 & 1 & 2 & -4 & -8 \\
 & & 1 & 3 & -1 \\
 1 & 1 & 3 & -1 & -9 \leftarrow c \\
 & & 1 & 4 & \\
 1 & 1 & 4 & 3 & \leftarrow b \\
 & & 1 & & \\
 & 1 & 5 & & \leftarrow a
 \end{array}$$

$\therefore a(b+c) = 5(3-9) = -30$

12. $f(x)$ 가 x 의 다항식일 때 $(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b$ 가 x 에 대한 항등식이 될 때 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -7

해설

$$(x^2 - 2)(x^4 + 1)f(x) = x^8 + ax^4 + b \text{에서}$$

$$x^2 = 2 \text{를 대입하면 } 0 = 16 + 4a + b \cdots \textcircled{1}$$

$$x^4 = -1 \text{을 대입하면 } 0 = 1 - a + b \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{를 연립하여 풀면 } a = -3, b = -4$$

$$\therefore a + b = -7$$

13. $\frac{2x+ay-b}{x-y-1}$ 가 $x-y-1 \neq 0$ 인 어떤 x, y 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

$$\frac{2x+ay-b}{x-y-1} = k \text{라 놓으면}$$

$$2x+ay-b = k(x-y-1)$$

x, y 에 대하여 정리하면,

$$(2-k)x + (a+k)y - b + k = 0$$

위의 식이 x, y 에 대한 항등식이어야 하므로

$$2-k=0, a+k=0, -b+k=0$$

$$\therefore k=2, a=-2, b=2$$

$$\therefore a-b = -4$$

14. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
 $x^2 = x - 1$ 을 대입하면
 $ax + (b - 1) = 0$
이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a = 0, b - 1 = 0$
 $\therefore a = 0, b = 1$
 $\therefore a + b = 1$

해설

$x^3 + ax + b$
 $= (x^2 - x + 1)Q(x)$
 $= (x^2 - x + 1)(x + b)$
 $\therefore b = 1, a = 0$

15. $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x-1) + a_2(x-1)^2 + \dots + a_{15}(x-1)^{15}$
일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \dots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - \dots - a_{15} \dots \textcircled{1}$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$1 = a_0 + a_1 + a_2 + \dots + a_{15} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2 = 2(a_0 + a_2 + \dots + a_{14}) \text{이다.}$$

$$\therefore a_0 + a_2 + \dots + a_{14} = 1$$

16. x 에 관한 항등식 $(x^2+x+1)^5 = a_{10}(x+1)^{10} + a_9(x+1)^9 + \dots + a_1(x+1) + a_0$ 에서 $a_0 + a_1 + \dots + a_9 + a_{10}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

주어진 식에 $x = 0$ 을 대입하면

$$(0+0+1)^5 = a_{10} + a_9 + \dots + a_1 + a_0$$

$$\therefore a_0 + a_1 + \dots + a_9 + a_{10} = 1$$

17. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나누어떨어진다고 한다. 이 때, $-3(m+n)$ 의 값은?

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 14 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x+1)Q(x) + 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 + mx^2 + nx + 1 \\ &= (x-2)Q'(x) \end{aligned}$$

$$\therefore f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\therefore m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m+n = -\frac{14}{3}, -3(m+n) = 14$$

18. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -8 ② -2 ③ -16 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-2)Q(x) + a \\ f(x) &= (x-1)Q'(x) + b \\ f(2) &= 4 = a, \quad f(1) = -2 = b \\ \therefore a + b &= 2 \end{aligned}$$

19. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \text{㉠}$$

$$(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하면,

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

20. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

21. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나누어 떨어진다고 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

- ① $-\frac{19}{3}$ ② $-\frac{25}{6}$ ③ $-\frac{29}{6}$ ④ $-\frac{14}{3}$ ⑤ $-\frac{7}{2}$

해설

$$f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 1$$

$$f(x) = (x+1)Q_1(x) + 5 \text{ 으로 놓으면 } f(-1) = 5$$

$$f(x) = (x-2)Q_2(x) \text{ 으로 놓으면 } f(2) = 0$$

$$\text{따라서, } f(-1) = -1 + m - n + 1 = 5$$

$$f(2) = 8 + 4m + 2n + 1 = 0$$

$$\text{두 식을 연립하여 풀면 } m = \frac{1}{6}, n = -\frac{29}{6}$$

$$\therefore m+n = -\frac{28}{6} = -\frac{14}{3}$$

22. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 3$ 을 $x^2 - x - 12$ 로 나눈 나머지가 $14x - 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

몫을 $Q(x)$ 라 하면
 $x^3 + ax^2 + bx + 3$
 $= (x^2 - x - 12)Q(x) + 14x - 9$
 $= (x - 4)(x + 3)Q(x) + 14x - 9$
 $x = 4, x = -3$ 을 각각 대입하면
 $16a + 4b + 67 = 47 \cdots \text{㉠}$
 $9a - 3b - 24 = -51 \cdots \text{㉡}$
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = -2, b = 3$
 $\therefore a + b = 1$

23. $x-1$ 로 나누면 나머지가 3, $x-2$ 로 나누면 나머지가 7, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 13이 되는 가장 낮은 차수의 다항식을 $f(x)$ 라 할 때, $f(-3)$ 의 값은?

- ① 7 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$$f(x) = k(x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = a + b + c = 3 \quad \dots\dots ①$$

$$f(2) = 4a + 2b + c = 7 \quad \dots\dots ②$$

$$f(3) = 9a + 3b + c = 13 \quad \dots\dots ③$$

①, ②, ③을 연립하여 풀면

$$a = 1, b = 1, c = 1$$

$f(x)$ 가 가장 낮은 차수가 되려면 $k = 0$

$$\therefore f(x) = x^2 + x + 1,$$

$$f(-3) = (-3)^2 + (-3) + 1 = 7$$

24. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

25. 다항식 $(x+2)f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 9, 다항식 $(2x-3)f(3x-7)$ 을 $x-3$ 으로 나눈 나머지가 -3 이다. 이때 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

- ① $-4x+7$ ② $-4x-3$ ③ $2x+3$
④ $2x-3$ ⑤ $3x-1$

해설

나머지정리에 의하여

$(x+2)f(x)$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$$3f(1) = 9 \text{이므로 } f(1) = 3 \cdots \text{㉠}$$

$(2x-3)f(3x-7)$ 에 $x=3$ 을 대입하면

$$3f(2) = -3 \text{이므로 } f(2) = -1 \cdots \text{㉡}$$

$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$ 에 ㉠, ㉡을 대입하면

$$\begin{cases} a + b = 3 \\ 2a + b = -1 \end{cases}$$

이므로 $a = -4, b = 7$

26. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 3$ 이 다항식 $2x^2 - x - 3$ 으로 나누어 떨어질 때, $a + b$ 의 값은 ?

- ① 3 ② 1 ③ -1 ④ -2 ⑤ -5

해설

$$2x^3 + ax^2 + bx + 3 = (2x^2 - x - 3)Q(x) \\ = (x+1)(2x-3)Q(x)$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -2 + a - b + 3 = 0$$

$$\therefore a - b = -1 \cdots \text{㉠}$$

$$x = \frac{3}{2} \text{ 일 때, } \frac{27}{4} + \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + 3 = 0$$

$$27 + 9a + 6b + 12 = 0$$

$$\therefore 3a + 2b = -13 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠, ㉡ 에서 } a = -3, b = -2$$

$$\therefore a + b = (-3) + (-2) = -5$$

27. 다항식 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + bx + 12$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지고 또, $x - 3$ 으로도 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지려면

$$f(2) = 24 + 4a + 2b + 12 = 0$$

$$\therefore 4a + 2b + 36 = 0 \quad \text{.....} \textcircled{A}$$

또, $f(x)$ 가 $x - 3$ 으로 나누어 떨어지려면

$$f(3) = 81 + 9a + 3b + 12 = 0$$

$$\therefore 9a + 3b + 93 = 0 \quad \text{.....} \textcircled{B}$$

\textcircled{A} , \textcircled{B} 을 연립하여 풀면 $a = -13$, $b = 8$

28. $(a+b)(b+c)(c+a) + abc$ 를 인수분해 하면?

① $(a+b)(ab+bc+ca)$

② $(b+c)(ab+bc+ca)$

③ $(a+b)(a+b+c)$

④ $(a+b+c)(ab+bc+ca)$

⑤ $(b+c)(a+b+c)$

해설

$a+b+c=k$ 라 하면

$$(\text{준식}) = (k-a)(k-b)(k-c) + abc$$

$$= k^3 - (a+b+c)k^2 + (ab+bc+ca)k - abc + abc$$

$$= k \{ k^2 - (a+b+c)k + (ab+bc+ca) \}$$

$$= (a+b+c)(ab+bc+ca) (\because a+b+c=k)$$

29. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

30. $\frac{bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2)}{bx + ay} + \frac{ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2)}{bx + ay}$ 을 간단히 하면?

- ① $a^2x^2 + b^2y^2$ ② $(ax + by)^2$
③ $(bx + ay)^2$ ④ $2(a^2x^2 + b^2y^2)$
⑤ $(ax + by)(bx + ay)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{분자}) &= bx(a^2x^2 + 2a^2y^2 + b^2y^2) + ay(a^2x^2 + 2b^2x^2 + b^2y^2) \\ &= bx(a^2x^2 + b^2y^2) + 2a^2bxy^2 + ay(a^2x^2 + b^2y^2) + 2ab^2x^2y \\ &= (a^2x^2 + b^2y^2)(bx + ay) + 2abxy(ay + bx) \\ &= (bx + ay)(a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) \\ &= (bx + ay)(ax + by)^2 \\ \text{따라서, (준 식)} &= (ax + by)^2\end{aligned}$$

31. $(a^2 - 1)(b^2 - 1) - 4ab$ 를 인수분해하면?

① $(ab - a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

② $(ab - a + b + 1)(ab - a - b + 1)$

③ $(ab + a - b + 1)(ab - a + b - 1)$

④ $(ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

⑤ $(ab + a + b + 1)(ab + a - b - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 - 4ab \\ &= (a^2b^2 - 2ab + 1) - (a^2 + 2ab + b^2) \\ &= (ab - 1)^2 - (a + b)^2 \\ &= (ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)\end{aligned}$$

32. $(x+2)(x-3)(x+6)(x-9)+21x^2$ 을 인수분해하면 $(x^2+p)(x^2+qx-18)$ 이다. pq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \{(x+2)(x-9)\}\{(x-3)(x+6)\} + 21x^2 \\ &= (x^2 - 7x - 18)(x^2 + 3x - 18) + 21x^2 \\ &= \{(x^2 - 18) - 7x\}\{(x^2 - 18) + 3x\} + 21x^2 \\ &= (x^2 - 18)^2 - 4x(x^2 - 18) - 21x^2 + 21x^2 \\ &= (x^2 - 18)(x^2 - 4x - 18)\end{aligned}$$

따라서 $p = -18, g = -4$

$$\therefore pq = (-18) \times (-4) = 72$$

33. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$$\begin{aligned}x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b &= (x^2 + px + q)^2 \text{으로 놓으면} \\ \text{이 식의 우변은} \\ x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2 \\ &= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2 \\ \text{좌변과 계수를 비교하면} \\ 2p &= 4, \quad p^2 + 2q = -2 \\ p &= 2, \quad q = -3 \text{에서} \\ a &= 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9\end{aligned}$$

34. $a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd)$ 를 바르게 인수분해 한 것은?

① $(a + b - c - d)(a - b + c + d)$

② $(a + b + c + d)(a - b + c - d)$

③ $(a + b + c - d)(a - b + c + d)$

④ $(a - b + c - d)(a - b + c + d)$

⑤ $(a + b + c + d)(a - b - c + d)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 + 2(ac + bd) \\ &= (a^2 + 2ac + c^2) - (b^2 - 2bd + d^2) \\ &= (a + c)^2 - (b - d)^2 \\ &= (a + b + c - d)(a - b + c + d) \end{aligned}$$