

1. 다음은 2008년 베이징 올림픽 메달 순위의 일부이다. 다음 국가 중에 동메달을 10개 이상 20개 미만 획득한 국가들을 원소로 가지는 집합 A 를 벤 다이어그램으로 나타내어라.

순위	국가	금	은	동	합계
1	중국	51	21	28	100
2	미국	36	36	38	110
3	러시아	23	21	28	72
4	영국	19	13	15	47
5	독일	16	10	15	41
6	호주	14	15	17	46
7	대한민국	13	10	6	31
8	일본	9	6	10	25
9	이탈리아	8	10	10	28
10	프랑스	7	16	17	40

▶ 답 :

▷ 정답 :



해설

동메달을 10개 이상 20개 미만 획득한 국가들은 영국, 독일, 호주, 일본, 이탈리아, 프랑스이다.

2. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 한 자리의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 큰 한 자리의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 3\}$
- ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

3. 다음 집합을 조건 제시법으로 나타내어라.

- (1) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
- (2) {1, 2, 4, 5, 10, 20}
- (3) {6, 7, 8, 9}
- (4) {1, 3, 5, 7, 9}
- (5) {5, 10, 15}

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : (1) { $x \mid x$ 는 한 자리의 자연수}

▷ 정답 : (2) { $x \mid x$ 는 20의 약수}

▷ 정답 : (3) { $x \mid x$ 는 5보다 크고 10보다 작은 자연수}

▷ 정답 : (4) { $x \mid x$ 는 9 이하의 홀수}

▷ 정답 : (5) { $x \mid x$ 는 15 이하의 5의 배수}

해설

나열된 원소들의 공통성질을 찾는다.

- (1) { $x \mid x$ 는 한 자리의 자연수}
- (2) { $x \mid x$ 는 20의 약수}
- (3) { $x \mid x$ 는 5보다 크고 10보다 작은 자연수}
- (4) { $x \mid x$ 는 9 이하의 홀수}
- (5) { $x \mid x$ 는 15 이하의 5의 배수}

4. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 7 개일 때, A 의 원소의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 3 개

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $7 + 1 = 8$ 개이므로,
 $2^n = 8 \therefore n = 3$ 이다.

5. 집합 $A = \{1, 2, \dots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 4 개라고 할 때, 자연수 n 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$2^{(1을 제외한 원소의 개수)} = 2^{n-1} = 4 = 2^2 \quad \therefore n = 3$$

6. 집합 A 의 부분집합 중에서 원소 6, 7 을 동시에 포함하는 부분집합의 개수가 8 개일 때, 집합 A 의 원소의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

$$8 = 2^3$$

집합 A 의 원소의 개수가 n 개라면,

$$n - 2 = 3, \quad n = 5, \quad n(A) = 5$$

7. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $p \Rightarrow q$ 에 해당하는 사례들이 속하는 집합은?

① $P^c \cup Q$

② $P \cup Q^c$

③ $P \cap Q$

④ $P^c \cap Q$

⑤ $P \cap Q^c$

해설

주어진 명제가 거짓이 되는 반례들이 속하는 집합으로 $P - Q = P \cap Q^c$

8. 다음 중 명제 ‘ x, y 가 유리수이면 xy 는 유리수이다.’의 이가 거짓임을 밝히기 위한 반례로 옳은 것은?

① $x = 0, y = 2$

② $x = 1, y = 2$

③ $x = 0, y = \sqrt{2}$

④ $x = 1, y = \sqrt{2}$

⑤ $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}$

해설

‘ x, y 가 유리수이면 xy 는 유리수이다.’의 이는 ‘ x 또는 y 가 유리수가 아니면 xy 는 유리수가 아니다.’ 여기에서 가정을 성립시키면서 결론을 성립시키지 않는 것을 찾으면 된다.

즉, ③ $x = 0, y = \sqrt{2}$ 가 반례로 적당하다.

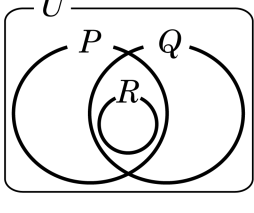
9. 명제 ‘ x 가 소수이면 x 는 홀수이다.’는 거짓이다. 다음 중 반례로 알맞은 것은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$x = 2$ 인 경우에는 소수이지만 짝수이다.

10. 전체집합 U 에 대하여 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하자. 이 집합의 포함 관계가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳은 것은?



- ① r 는 p 또는 q 이기 위한 필요조건이다.
- ② $\sim r$ 는 $\sim p$ 또는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.
- ③ r 는 p 이고 q 이기 위한 충분조건이다.
- ④ r 는 p 이고 q 이기 위한 필요충분조건이다.
- ⑤ $\sim r$ 는 p 이고 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

해설

$R \subset (P \cup Q), R \subset (P \cap Q)$ 이므로
 ① r 는 p 또는 q 이기 위한 충분조건이다.
 ③ r 는 p 이고 q 이기 위한 충분조건이다.

11. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, $P - Q = \emptyset$ 이면 다음 중 항상 옳은 것은?
- ① p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
 - ② p 는 q 이기 위한 필요조건이다.
 - ③ p 는 q 이기 위한 충분조건이다.
 - ④ p 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이다.
 - ⑤ p 는 $\sim q$ 이기 위한 충분조건이다.

해설

$P - Q = \emptyset$ 이면 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.

14. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 다음이 성립한다.

(가) p 는 q 이기 위한 필요충분조건이다.
(나) q 는 r 이기 위한 필요조건이다.
(다) r 는 p 이기 위한 필요조건이다.
(라) s 는 p 이기 위한 충분조건이다.
이때, p 는 r 이기 위한 (㉠) 조건이고, r 는 s 이기 위한 (㉡) 조건이다.

㉠, ㉡에 들어갈 말을 알맞게 나열한 것은?

- ① 필요, 충분

② 충분, 필요
- ③ 필요충분, 충분

④ 필요, 필요충분
- ⑤ 필요충분, 필요

해설

(가) $p \Leftrightarrow q$, (나) $r \Rightarrow q$
(다) $p \Rightarrow r$, (라) $s \Rightarrow p$
따라서, $p \Leftrightarrow r$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요충분조건이고, $s \Rightarrow r$ 이지만 $r \Rightarrow s$ 인지는 알 수 없으므로 r 는 s 이기 위한 필요조건이다.

15. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $\{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \cap B = B$

② $A \cap B^c = B$

③ $A \cup B = U$

④ $A - B = \emptyset$

⑤ $B - A = U$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B \\ &= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B \\ &= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B = A \cap B = A \\ & A \subset B \text{ 이므로 } A \cap B^c = \emptyset \text{ 이면} \\ & A \subset B \text{ 이므로 필요충분조건은 ④이다.} \end{aligned}$$

16. 다음 중 치역이 실수 전체의 집합인 것은 무엇인가?

① $y = 2x$

② $y = -x^2$

③ $y = x^2 - 2$

④ $y = -x^2 + 2x$

⑤ $y = 3$

해설

② $y \leq 0$ ③ $y \geq -2$ ④ $y \leq 1$ ⑤ $y = 3$

17. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

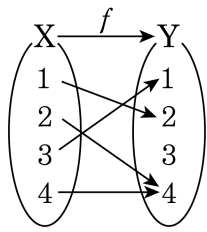
- ㉠ 함수가 아니다.

㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다.

㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다.

㉤ 일대일대응이다.



- ① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

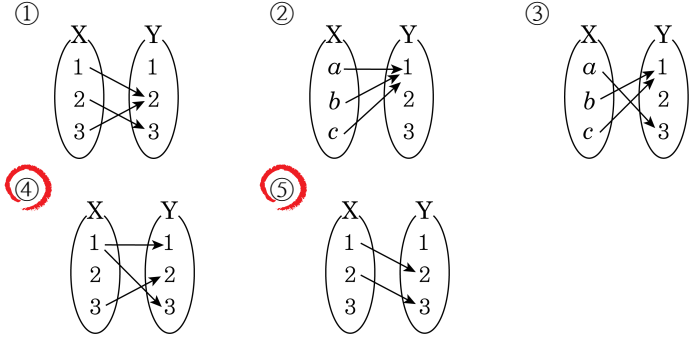
- ㉠ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.

㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.

㉣ 치역은 1, 2, 4이다.

㉤ $f(2) = f(4) = 4$ 이고, $Y \neq f(x)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

18. 다음 대응 중 X 에서 Y 로의 함수가 아닌 것을 모두 고르면?



해설

- ④ X 의 원소 1에 대응되는 Y 의 원소는 2개이고 X 의 원소 2에 대응하는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
⑤ X 의 원소 3에 대응되는 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.

19. 자연수 전체의 집합 N 에 대하여 함수 $f : N \rightarrow N$ 을 $f(n) = (n\text{의 양의 약수의 개수})$ 로 정의한다. 이 때, 집합 $A = \{n | f(n) = 2\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은 무엇인가?

① $1 \in A$

② $2 \in A$

③ $4 \in A$

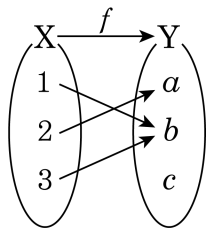
④ $6 \in A$

⑤ $10 \in A$

해설

$f(n) = 2$ 란 소수를 말함. 따라서 정답은 ②

20. 아래 그림은 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다. f 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



- ① $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$

② $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$

③ $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$

④ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$

해설

21. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = x^2 + 2x - 3$ 이고 임의의 실수 x 에 대하여 $g(x+1) = f(x-1)$ 이 성립할 때, $g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

등식 $g(x+1) = f(x-1)$ 의 양변에

$x = -1$ 을 대입하면

$$\begin{aligned} g((-1)+1) &= g(0) = f((-1)-1) \\ &= f(-2) = (-2)^2 + 2 \times (-2) - 3 \\ &= -3 \end{aligned}$$

22. 함수 $y = |x - 3| - 1$ 에 대하여 $0 \leq x \leq 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1

② 2, 0

③ 2, -1

④ 1, -1

⑤ 1, -2

해설

$0 \leq x \leq 4$ 에서

$y = |x - 3| - 1$

$$= \begin{cases} x - 4 & (3 \leq x \leq 4) \\ -x + 2 & (0 \leq x < 3) \end{cases}$$

따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림

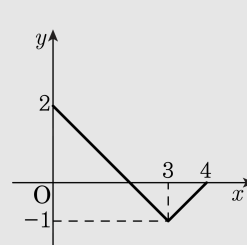
과 같으므로

$x = 0$ 일 때

최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.



23. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x - 1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M + m$ 의 값은?

① 9

② 8

③ 7

④ 6

⑤ 5

해설

$y = 2|x - 1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) + x = -x + 2$ 이므로

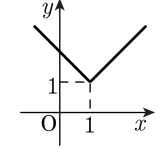
$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x - 1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

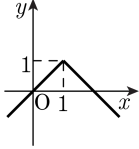
$M + m = 7 + 1 = 8$

24. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + 1$ 의 그래프의 모양으로 가장 적당한 것은?

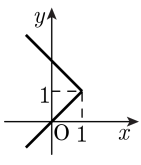
①



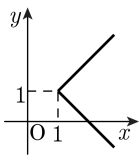
②



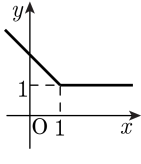
③



④



⑤

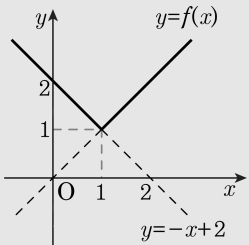


해설

$$|x - 1| = \begin{cases} x - 1 & (x \geq 1) \\ 1 - x & (x < 1) \end{cases} \quad \text{이므로}$$

$$y = \begin{cases} (x - 1) + 1 = x & (x \geq 1) \\ 1 - x + 1 = -x + 2 & (x < 1) \end{cases}$$

따라서 이 함수의 그래프는 다음 그림과 같다.



25. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{a, b, e\}$ 이고, $A \cap B = \{b, e\}$, $A \cup B = \{a, b, d, e, h\}$ 일 때, 집합 B 는?

① $\{a, d, e, h\}$

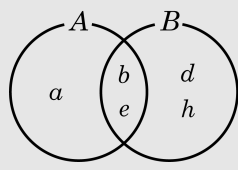
② $\{b, d, e, h\}$

③ $\{b, e, h\}$

④ $\{d, e, h\}$

⑤ $\{d, e\}$

해설



$\therefore B = \{b, d, e, h\}$

26. $A = \{1, 2, 7, 9\}$, $B = \{3, 7, 8, 9, 10\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하면?

① $\{1, 2\}$

② $\{2, 7, 9\}$

③ $\{7, 9\}$

④ $\{7, 9, 10\}$

⑤ $\{3, 7, 9, 10\}$

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에도 속하는 공통 부분이므로 $\{7, 9\}$ 이다.

27. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이므로
원소의 개수 $n(A \cup B) = 6$ 이다.

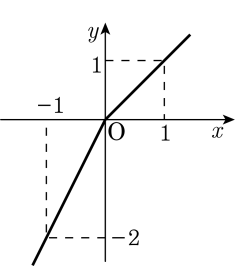
28. 함수 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ ($x \geq 0$) 의 역함수를 $g(x)$ 라 할때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구하면?

① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{2}$

해설

$x \geq 0$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = x$ 의 교점의 x 좌표를 구하면
 $\frac{1}{2}x^2 = x$ 에서 $x^2 - 2x = 0$, $x(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$
따라서 두 교점의 좌표가 $(0, 0)$, $(2, 2)$ 이므로
두 교점 사이의 거리는 $\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$

29. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 원점과 두 점 $(1, 1), (-1, -2)$ 를 각각 지나는 두 반직선으로 이루어져 있다. 이 때, [보기] 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가?



보기

- ㉠ $f(10) = f(f(10))$
- ㉡ $f^{-1}(-2) = -1$
- ㉢ $y = f(x)$ 의 그래프와 $f(x)$ 의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프의 교점은 두 개뿐이다.

- ① ㉠ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉢
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

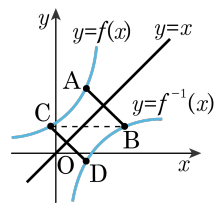
해설

㉠ $f(10) = 10$
 $f(f(10)) = f(10) = 10$
 $\therefore f(10) = f(f(10))$ (참)

㉡ $f(-1) = -2 \Leftrightarrow f^{-1}(-2) = -1$ (참)

㉢ $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프를 $y = x$ 에 대하여 대칭이동시킨 그래프이다.
 따라서 $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 는 무수히 많은 점에서 만난다. (거짓)
 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡ 이다.

30. 다음 그림은 함수 $y = f(x)$ 와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프이다. 점 A의 x 좌표가 a 일 때, 점 D의 y 좌표는?(단, 점선은 x 축에 평행하다.)



- ① $-f^{-1}(a)$ ② $-f(a)$
 ③ a ④ $f^{-1}(a)$
 ⑤ $f^{-1}(f^{-1}(a))$

해설

A $(a, f(a))$ 로 놓으면 점 B는
 점 A와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 B $(f(a), a)$ 이다.
 또, 점 C는 점 B와 y 좌표가 같으므로 C (x, a) 로 놓으면 $f(x) = a$
 이므로
 $x = f^{-1}(a) \quad \therefore C(f^{-1}(a), a)$
 그런데 점 D는 점 C와 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로
 D $(a, f^{-1}(a))$
 따라서, 점 D의 y 좌표는 $f^{-1}(a)$ 이다.