1. 영이의 4 회에 걸친 음악 성적이 90, 84, 88, 94 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 90 점 되겠는가?

① 88 점　② 90 점　③ 92 점　④ 94 점　⑤ 96 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$(\text{평균}) = \dfrac{90+84+88+94+x}{5} = 90,\quad \dfrac{356+x}{5} = 90,\quad 356+x = 450 \quad \therefore\ x = 94$

따라서 94 점을 받으면 평균90 점이 될 수 있다.

2. 다음은 5 명의 학생의 50m 달리기 결과의 편차를 나타낸 표이다. 이 5 명의 50m 달리기 결과의 평균이 7 점 일 때, 영진이의 성적과 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

이름	윤숙	태경	혜진	도경	영진
편차(점)	-1	1.5	x	0.5	0

① 5 점, $\sqrt{0.8}$kg ② 6 점, $\sqrt{0.9}$kg ③ 6 점, 1kg

④ 7 점, $\sqrt{0.9}$kg ⑤ 8 점, 1kg

해설

영진이의 성적은 $7 - 0 = 7$(점)
또한, 편차의 합은 0 이므로
$-1 + 1.5 + x + 0.5 + 0 = 0,\quad x + 1 = 0 \quad \therefore x = -1$
따라서 분산이

$$\frac{(-1)^2 + 1.5^2 + (-1)^2 + 0.5^2 + 0^2}{5} = \frac{4.5}{5} = 0.9$$

이므로 표준편차는 $\sqrt{0.9}$ kg 이다.

3. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 수학 쪽지 시험의 결과를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	7	9	6	7	6

① 1 ② 1.2 ③ 1.4 ④ 1.6 ⑤ 1.8

해설

주어진 자료의 평균은

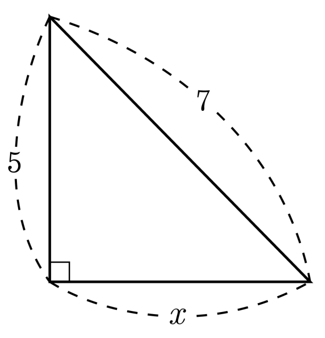
$$\frac{7+9+6+7+6}{5}=\frac{35}{5}=7(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 0, 2, -1, 0, -1 이다.

따라서 분산은

$$\frac{0^2+2^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2}{5}=\frac{6}{5}=1.2$$

4. 다음을 만족하는 x 의 값을 구하여라.



① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{6}$ ③ $3\sqrt{8}$ ④ 4 ⑤ 6

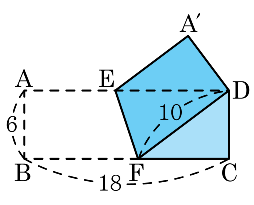
해설

빗변이 7 인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 $x^2+5^2=7^2$ 성립해야 하므로

$x^2 = 7^2 - 5^2$
$= 49 - 25$
$= 24$

$\therefore x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$ ($\because x > 0$)

5. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접은 것이다. $\overline{BF}$ 의 길이는?



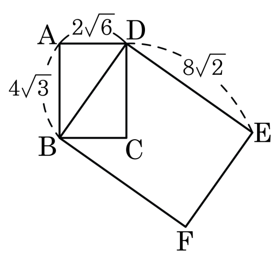
① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\overline{BF} = \overline{FD}$

$\therefore \overline{BF} = 10$

6. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 대각선을 한 변으로 하는 직사각형 BDEF 의 넓이는?

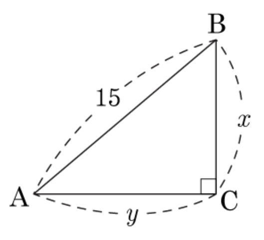


① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 124

해설

삼각형 ABD 에서 피타고라스 정리에 따라
$\sqrt{(2\sqrt{6})^2+(4\sqrt{3})^2}=6\sqrt{2}$
따라서 직사각형 BDEF의 넓이는
$6\sqrt{2}\times 8\sqrt{2}=96$ 이다.

7. $\cos A = \frac{1}{3}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 xy 의 값을 구하여라. (단, $0° < A < 90°$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $50\sqrt{2}$

해설

빗변의 길이가 주어진 경우
$y = \overline{AC} = \overline{AB} \times \cos A$ 이므로
$y = 15 \times \frac{1}{3} = 5$ 이다.
피타고라스 정리에 의해 $x = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$ 이다.
따라서 $xy = 5 \times 10\sqrt{2} = 50\sqrt{2}$ 이다.

8. 이차방정식 $3x^2+ax-\frac{5}{4}=0$ 의 한 근이 $\cos 60°$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

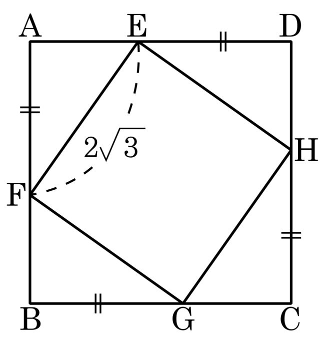
이차방정식의 한 근이 $\frac{1}{2}$ 이므로 x 의 값에 대입하면

$\frac{3}{4}+\frac{1}{2}a-\frac{5}{4}=0$

$2a=2$

$a=1$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AF} = \overline{BG} = \overline{CH} = \overline{DE}$ 이고 $\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 일 때, 정사각형 ABCD 의 둘레의 길이는?



① $4(\sqrt{2}+1)$ ② $8(\sqrt{3}+1)$ ③ $4(\sqrt{3}+2)$

④ $8(\sqrt{2}+1)$ ⑤ $8(\sqrt{2}+2)$

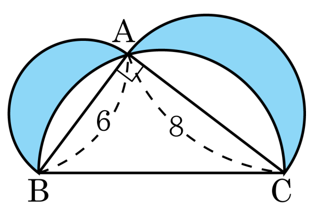
해설

$\overline{AE} : \overline{DE} = 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AE} = x$ 라 하면 $\overline{DE} = \sqrt{2}x$

$\triangle$AEF 에 피타고라스 정리를 적용하면 $12 = x^2 + 2x^2 = 3x^2$ 이 되어 $x = 2$ 이 성립한다.

따라서 □ABCD 의 둘레의 길이는 $4\left(2+2\sqrt{2}\right) = 8\left(1+\sqrt{2}\right)$ 이다.

10. 다음 그림에서 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 8$ 일 때, 어두운 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

어두운 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 와 같으므로

$\therefore \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

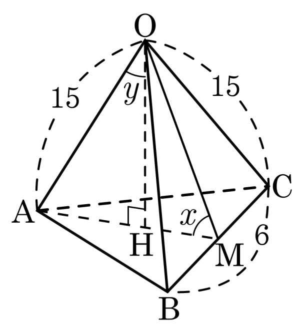
11. 높이가 $6\,\text{cm}$ 인 정삼각형의 넓이를 구하면?

① $6\,\text{cm}^2$ ② $9\,\text{cm}^2$ ③ $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
④ $10\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ ⑤ $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

정삼각형의 한 변의 길이를 $a\,\text{cm}$ 라 하면,
높이 $h = \frac{\sqrt{3}}{2}a$ 이므로 $\frac{\sqrt{3}}{2}a = 6$
$\therefore\ a = 4\sqrt{3}$
따라서, 넓이
$S = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}(4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 15 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점을 M 이라 하자. 이때, 정사면체의 높이 $\overline{\mathrm{OH}}$ 의 값을 구하여라.



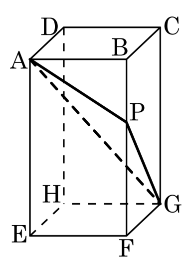
▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{6}$

해설

$\overline{\mathrm{OH}} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 15 = 5\sqrt{6}$

13. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 3\sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AE} = 5$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

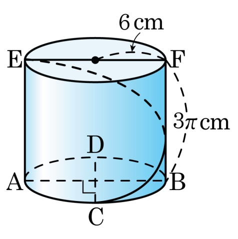
해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{(3\sqrt{3} + 2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 10$

또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2 + 5^2} = 8$

$\therefore$ ($\triangle PAG$의 둘레의 길이) $= 10 + 8 = 18$

14. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 3π cm 인 원기둥에서 밑면의 지름 AB 와 수직인 지름 CD 에 대하여 점 C 에서 점 E 까지 원기둥의 옆면을 따라 오른쪽으로 올라갈 때의 최단 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$)



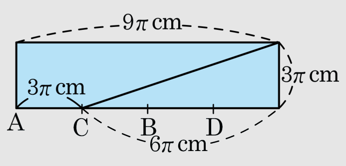
▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{10}\pi$ cm

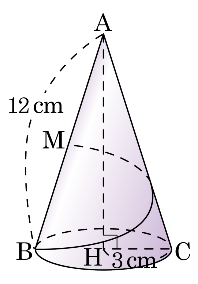
해설

$\sqrt{(3\pi)^2 + (9\pi)^2}$ =

$3\sqrt{10}\pi$ (cm)



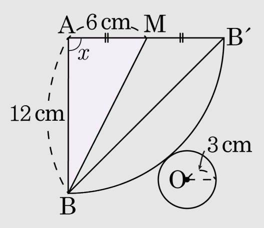
15. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 12 cm 이고, 밑면의 반지름의 길이가 3 cm 인 원뿔이 있다. 모선 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 B 로부터 원뿔의 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 점 M 으로 갈 때, 최단 거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $6\sqrt{5}$ cm

해설

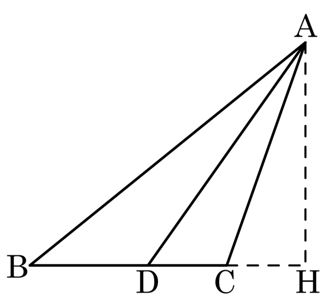


전개도를 그려, 부채꼴의 중심각을 x 라 하면,

$2\pi \times 12 \times \frac{x}{360°} = 2\pi \times 3 \quad \therefore x = 90°$

$\overline{MB} = \sqrt{6^2 + 12^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$ (cm)

16. 다음 그림과 같이 $\angle C$ 가 둔각인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이고, $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하면 $\overline{BD} = 3$ 이다. 이때, 점 A 에서 변 BC 의 연장선에 내린 수선 $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle BAD = \angle CAD$ 이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$
$9 : 6 = 3 : \overline{DC}$ $\therefore \overline{DC} = 2$
직각삼각형 ABH 에서$\overline{CH} = x$, $\overline{AH} = h$ 라 하면
$h^2 = 9^2 - (3 + 2 + x)^2 \cdots$ ㉠
마찬가지로 $\triangle ACH$ 에서
$h^2 = 6^2 - x^2 \cdots$ ㉡
㉠-㉡에서
$9^2 - (x + 5)^2 = 6^2 - x^2$
$81 - x^2 - 10x - 25 = 36 - x^2$
$-10x = -20$
$\therefore x = 2$
$x = 2$ 를 ㉡에 대입하면
$h^2 = 6^2 - 2^2 = 32$
$\therefore h = 4\sqrt{2}$ ($\because h > 0$)

17. $\overline{AB}=3,\ \overline{BC}=5,\ \overline{CD}=6,\ \overline{DA}=4$ 인 사각형 ABCD 의 대각선의 길이가 각각 $2\sqrt{10},\ 3\sqrt{5}$ 일 때, 두 대각선의 중점 사이의 거리를 구하여라

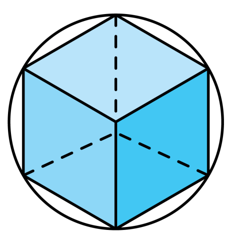
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{2}$

해설

대각선 $\overline{AC},\ \overline{BD}$ 의 중점을 각각 F, E 라 하고, 보조선 BF 와 DF 를 그으면
$\triangle$ABC 에서 파푸스의 정리에 의해
$3^2+5^2=2(\overline{BF^2}+\overline{AF^2})\cdots$①
$\triangle$ADC 에서 파푸스의 정리에 의해
$4^2+6^2=2(\overline{DF^2}+\overline{AF^2})\cdots$②
①+② 을 하면
$3^2+4^2+5^2+6^2=2(\overline{BF^2}+\overline{DF^2})+4\overline{AF^2}$
$\triangle$BFD 에서 파푸스의 정리에 의해
$\overline{BF^2}+\overline{DF^2}=2(\overline{EF^2}+\overline{DE^2})\cdots$③
또, $\overline{AC}=2\overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC^2}=4\overline{AF^2}\cdots$④
$\overline{BD}=2\overline{DE}$ 이므로 $\overline{BD}^2=4\overline{DE^2}\cdots$⑤
$3^2+4^2+5^2+6^2$
$=2(\overline{BF^2}+\overline{DF^2})+4\overline{AF^2}$
$=4(\overline{DE^2}+\overline{EF^2})+4\overline{AF^2}$ ($\because$ ③)
$=4\overline{AF^2}+4\overline{DE^2}+4\overline{EF^2}$
$=\overline{AC^2}+\overline{BD^2}+4\overline{EF^2}$ ($\because$ ④, ⑤)
따라서, $86=(2\sqrt{10})^2+(3\sqrt{5})^2+4\overline{EF^2}$ 이므로 $\overline{EF}=\frac{1}{2}$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육면체에 외접하는 구의 중심은 정육면체의 두 대각선의 교점이므로 구의 반지름은 대각선의 길이의 반이다.

$$\begin{aligned}(\text{반지름}) &= \frac{1}{2} \times (\text{대각선의 길이}) \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{8^2+8^2+8^2} \\ &= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$