

1. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

 답: _____ 조건

2. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

- ① 필요 ② 충분
③ 필요충분 ④ 아무 조건도 아니다.
⑤ q 에 따라 다르다.

3. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a - b| > |a| - |b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \leq 0$

② $ab \geq 0$

③ $a + b \geq 0$

④ $ab < 0$

⑤ $a - b > 0$

4. 부등식 $|x + y| \leq |x| + |y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $x = y$

② $xy > 0$

③ $xy \geq 0$

④ $x \geq 0, y \geq 0$

⑤ $x \leq 0, y \leq 0$

5. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 부등식 $|a+b| \leq |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a|+|b|)^2 - |a+b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2 \\ &= 2(\quad \text{㉠} \quad) \geq 0 \\ &\therefore (|a|+|b|)^2 \geq |a+b|^2 \\ &\text{그런데 } |a|+|b| \geq 0, |a+b| \geq 0 \text{ 이므로} \\ &|a|+|b| \geq |a+b| \text{ (단, 등호는 } (\quad \text{㉡} \quad), \text{ 즉 } (\quad \text{㉢} \quad) \text{일 때, 성립)} \end{aligned}$$

- ① $|ab|+ab, |ab|=ab, ab \leq 0$
② $|ab|+ab, |ab|=-ab, ab \geq 0$
③ $|ab|-ab, |ab|=-ab, ab \leq 0$
④ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \geq 0$
⑤ $|ab|-ab, |ab|=ab, ab \leq 0$

6. $a > 0$ 일 때, $2a + \frac{1}{2a}$ 의 최솟값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

7. 양수 a, b 에 대하여 $a^2 + b^2 = 1$ 을 만족할 때, $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$ 의 최솟값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

8. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

9. a, b, x, y 가 실수이고, $a^2 + b^2 = 8, x^2 + y^2 = 2$ 일 때 $ax + by$ 의 최댓값과 최솟값의 곱은?

- ① -16 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 16

10. 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 일 때 $x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은?
- ① $M = 3, m = 0$ ② $M = 3, m = -3$
③ $M = 6, m = 0$ ④ $M = 6, m = -6$
⑤ $M = 6, m = -12$

11. 다음 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.(단, a, b 는 실수)

- (i) $p : a, b$ 는 유리수, $q : a + b, ab$ 는 유리수
- (ii) $p : x$ 는 3의 배수, $q : x$ 는 6의 배수

 답: _____ 조건

12. 다음 중 조건 p 가 조건 q 이기 위한 필요조건이지만 충분조건은 아닌 것은?

① $p : x = -1, q : |x| = 1$

② $p : \triangle ABC$ 에서 $\overline{BA} = \overline{BC}, q : \triangle ABC$ 는 이등변삼각형

③ $p : a^2 + b^2 = 0$ (단, a, b 는 실수), $q : a = b = 0$

④ $p : x + y \geq 2, xy \geq 1, q : x \geq 1, y \geq 1$

⑤ $p : A \cap B = A, q : A \subset B$

13. 다음에서 p 는 q 이기 위한 필요충분조건인 것은? (단, a, b, c 는 실수)

① $p : a = 1, b = 1, q : a + b = 2, ab = 1$

② $p : a, b$ 는 짝수, $q : a + b$ 는 짝수

③ $p : a = b, q : ac = bc$

④ $p : a - 1 = 0, q : a^2 - 1 = 0$

⑤ $p : ab > 0, q : |a + b| = |a| + |b|$

14. 다음에서 조건 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?

① $p : x = 0$ 이고 $y = 0$, $q : xy = 0$

② $p : x^2 = 9$, $q : x = 3$

③ $p : x, y$ 는 모두 짝수, $q : x + y$ 는 짝수

④ $p : x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$, $q : xy \neq 0$

⑤ $p : x$ 는 유리수, $q : x^2$ 은 유리수

15. p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것을 보기에서 모두 고른 것은?(단, 모든 문자는 실수임)

보기

- ㉠ $p : x > 1, y > 1, q : x + y > 2$
- ㉡ $p : xy = 0, q : x = 0$ 또는 $y = 0$
- ㉢ $p : x < 0$ 또는 $y < 0, q : x + y < 0$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉡, ㉢
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

16. 두 조건 $p : 2 < x \leq 4, q : x < a + 1$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값의 범위를 구하여라.

 답: _____

17. 두 조건 $p : x > a$, $q : -3 \leq x \leq 1$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건일 때, 정수 a 의 최댓값을 구하면?

- ① -4 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

18. 두 조건 $p: -5 \leq x < 6$, $q: 2a - 3 < x \leq a + 2$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 필요조건이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하여라.

 답: $a =$ _____ 개

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B) \cup (B - A) = U$ 이 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A = B$

② $B \subset A$

③ $A \subset B$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A^C = B$

20. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 이때, 다음 식을 만족시키는 조건 p 는 q 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

$$\{(P \cap Q) \cup (P \cap Q^c)\} \cap Q = P$$

 답: _____ 조건

21. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건이다. 이 때, q 는 p 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

 답: _____ 조건

22. 세 조건 p , q , r 에 대하여 q 는 p 의 필요조건, q 는 r 의 충분조건이고 r 는 p 의 충분조건이다. 이 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

 답: _____ 조건

23. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

24. 모든 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + 2axy + by^2 = 0$ 이 항상 성립하기 위한 실수 a, b 의 조건은?

① $a \leq b^2$

② $b^2 \leq a$

③ $a^2 \leq b$

④ $b \leq a^2$

⑤ $a^2 = b$

25. 다음 중 절대부등식 $a^2 + ab + b^2 \geq 0$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $a = b$

② $ab > 0$

③ $a = b = 0$

④ $a > b$

⑤ $b > a$

26. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(2a + b) \left(\frac{8}{a} + \frac{1}{b} \right)$ 의 최솟값을 구하여라.

 답: _____

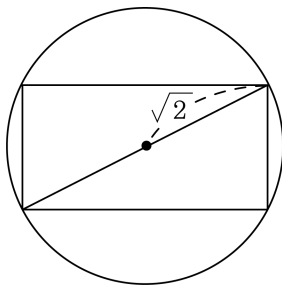
27. $a > 0, b > 0$ 일 때, $(2a + b) \left(\frac{1}{a} + \frac{8}{b} \right)$ 의 최솟값을 구하여라.

 답: _____

28. 두 실수 x, y 의 제곱의 합이 10일 때, $x+3y$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. 이 때, $M-m$ 의 값을 구하여라.

 답: _____

29. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $\sqrt{2}$ 인 원에 내접하는 직사각형의 둘레의 길이의 최댓값은?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

30. $0 < a < b$, $a + b = 1$ 일 때, 다음 네 수 또는 식의 대소를 비교한 것 중 잘못된 것은?

1, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$, $\sqrt{b} - \sqrt{a}$, $\sqrt{b - a}$

- ① $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{b - a}$

② $\sqrt{b} - \sqrt{a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

③ $\sqrt{a} + \sqrt{b} < 1$

④ $\sqrt{b - a} < 1$

⑤ $\sqrt{b - a} < \sqrt{a} + \sqrt{b}$

31. 다음 명제 ㉠, ㉡, ㉢가 각각 부등식 $(a-1)(b-1)(c-1) > 0$ 이기 위한 무슨 조건인지 순서대로 적으면? (단, a, b, c 는 실수)

- ㉠ a, b, c 중 적어도 하나는 1보다 크다.
㉡ a, b, c 의 최댓값이 1보다 크다.
㉢ a, b, c 의 최솟값이 1보다 크다.

- ① 필요, 충분, 필요충분 ② 충분, 필요충분, 충분
③ 필요, 필요충분, 충분 ④ 충분, 필요, 필요충분
⑤ 필요, 필요, 충분

32. 임의의 실수 x, y 에 대한 부등식 $|x - y| \leq |x| + |y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

- ① $x \leq 0, y \geq 0$ ② $x \geq 0, y \leq 0$ ③ $y = -x$
④ $xy < 0$ ⑤ $xy \leq 0$

33. 두 집합 A, B 가 $A = \{x \mid x^2 - a^2 \leq 0\}$, $B = \{x \mid |x + 2| \leq b\}$ 일 때, $A \cap B = \emptyset$ 이기 위한 필요충분조건은? (단, $a > 0, b > 0$)

① $ab = 2$

② $ab = 4$

③ $a + b > 2$

④ $a + b < 4$

⑤ $a + b < 2$

34. $a > 0, b > 0$ 이고 $x = a + \frac{1}{b}, y = b + \frac{1}{a}$ 이라 할 때, $x^2 + y^2$ 의
최솟값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

35. 실수 x 에 대하여, 분수식 $\frac{x^4 + 3x^2 + 6}{x^2 + 1}$ 의 최솟값을 구하여라.

 답: _____