

1. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2일 때, $(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로 각 변량에 대한 편차는 $x-4, y-4, z-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$ 이다.

2. 다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이므로

$$\frac{8 + 7 + x + y + 9}{5} = 8, \quad x + y + 24 = 40$$

$$\therefore x + y = 16 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2 + (7-8)^2 + (x-8)^2}{5} + \frac{(y-8)^2 + (9-8)^2}{5} = 5$$

$$\frac{0 + 1 + x^2 - 16x + 64 + y^2 - 16y + 64 + 1}{5} = 5$$

$$\frac{x^2 + y^2 - 16(x+y) + 130}{5} = 5$$

$$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 130 = 25$$

$$\therefore x^2 + y^2 - 16(x+y) = -105 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 = 16(x+y) - 105 = 16 \times 16 - 105 = 151$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 151 \cdots \textcircled{㉢}$$

$$(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy,$$

$$16^2 = 151 + 2xy, \quad 2xy = 105$$

$$\therefore 4xy = 210$$

3. 5개의 변량 4, 5, x , 11, y 의 평균이 6이고 분산이 8일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 58

해설

5개의 변량의 평균이 6이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + (x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 8$$

$$4 + 1 + (x-6)^2 + 25 + (y-6)^2 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 72 + 30 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 58$$

4. 세 수 a, b, c 의 평균이 8이고 분산이 3일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots \text{㉠}$$

또, a, b, c 의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 201$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.