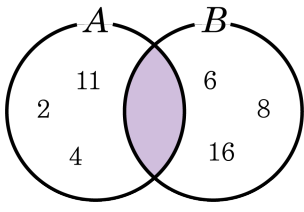


1. 다음 벤 다이어그램에서 $A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 16, 17, 19, 20\}$ 일 때, 색칠한 부분의 원소의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

색칠한 부분은 집합 A와 집합 B의 공통 부분인 교집합에 해당한다.

$A \cup B = \{2, 3, 4, 6, 8, 9, 11, 16, 17, 19, 20\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.

그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 9, 17, 19, 20 이다.

원소의 개수는 5 개이다.

2. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = 12x + 7$ 이 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 이므로

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x + 1)$

$= 4(3x + 1) + a$

$= 12x + 4 + a$

따라서 $12x + 4 + a = 12x + 7$ 에서 $4 + a = 7$

$\therefore a = 3$

3. 분수식 $\frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}}$ 을 간단히 한 식은?

- ① $\frac{x}{x+2}$ ② $\frac{x}{x-2}$ ③ $\frac{x}{x+1}$ ④ $\frac{x}{x-1}$ ⑤ $\frac{2x}{x-1}$

해설

$$\begin{aligned} \text{(준 식)} &= \frac{\frac{x^2-1+1}{x-1}}{\frac{x^2-2x+1-1}{x-1}} = \frac{x^2}{x(x-2)} \\ &= \frac{x}{x-2} \end{aligned}$$

4. 다음 무리식의 값이 실수가 되도록 x 의 범위를 정하면?

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{2-x} + \sqrt{x-1}$$

- ① $-2 \leq x \leq 1$ ② $0 \leq x \leq 1$ ③ $1 < x < 2$
④ $-1 \leq x \leq 2$ ⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$$\begin{aligned}x+1 &\geq 0 \quad \therefore x \geq -1 \\2-x &\geq 0 \quad \therefore x \leq 2 \\x-1 &\geq 0 \quad \therefore x \geq 1 \\ \text{공통부분을 구하면 } &1 \leq x \leq 2\end{aligned}$$

5. $a > 0, b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} + |-a| + |-b|$ 를 간단히 하면?

① $2a - 2b$

② $2a$

③ $-2b$

④ $2a + 2b$

⑤ 0

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로

$$|a| + |b| + |-a| + |-b|$$

$$= a - b - (-a) + (-b) = 2a - 2b$$

6. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

7. 다음 보기중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은 모두 몇 개인가?(단, a, b 는 실수, n 은 자연수이다.)

보기

- ㉠ $p : a = 0$ 이고 $b = 0, q : a^2 + b^2 = 0$
- ㉡ $p : n$ 은 홀수, $q : n^2$ 은 홀수
- ㉢ p : 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A \subset C, B \subset C,$
 $q : (A \cup B) \subset C$
- ㉣ $p : a + bi = 0, q : ab = 0$

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

- ㉠, ㉡, ㉣이 참이다.
㉠ p, q 모두 $a = b = 0$ 임을 보여주는 식이므로 필요충분조건이 성립한다.
㉡ 일반적인 홀수 $n = 2m - 1$ 이라 했을 때,
 $n^2 = (2m - 1)^2 = 4m^2 - 4m + 1$ 인데,
 $2(2m^2 - 2m) + 1 = 2k + 1$
즉, 홀수 꼴이므로 제곱수 역시 홀수가 된다.
㉢ p, q 두 조건 모두가 A, B 가 C 에 포함된다는 것을 의미하므로 필요충분조건이 성립한다.
㉣ p 조건은 a, b 모두가 0임을 나타내고 q 는 a 또는 b 가 0이라는 것을 의미하므로 충분조건만이 성립한다.

8. 전체집합 U 에 대하여 두 집합이 $A = \{x \mid x > 3\}$, $B = \{x \mid x \leq -1\}$ 일 때, 주어진 조건 또는 명제를 집합으로 바르게 표현한 것은?
- ① 조건: $x < 3$, 집합표현: A^c
 - ② 조건: $x \geq -1$, 집합표현: B^c
 - ③ 조건: $-1 < x \leq 3$, 집합표현: $(A \cap B)^c$
 - ④ 명제: $x > 3 \rightarrow x > -1$, 집합표현: $A \subset B^c$
 - ⑤ 조건: $x \leq 3$ 또는 $x > -1$, 집합표현: $(A \cup B)^c$

해설

- ① A^c 은 $x \leq 3$ 이다.
- ② B^c 은 $x > -1$ 이다.
- ③ $(A \cap B)^c$ 에서 $A \cap B = \emptyset$ 이므로 $(A \cap B)^c$ 은 전체집합 U 이다.
- ⑤ $(A \cup B)^c$ 은 $-1 < x \leq 3$ 이다.

9. 모든 실수 x 에 대하여 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 이 항상 성립할 조건은 $a[\text{㉠}]0, b^2 - 4ac[\text{㉡}]0$ 이고, $ax^2 + bx + c \leq 0$ 이 항상 성립할 조건은 $a[\text{㉢}]0, b^2 - 4ac[\text{㉣}]0$ 이다. 이 때, ㉠ ~ ㉣의 []안에 들어갈 부등호를 순서대로 적으면?
- ① $>, <, <, \geq$

② $>, >, <, \leq$

③ $>, <, \leq, <=$

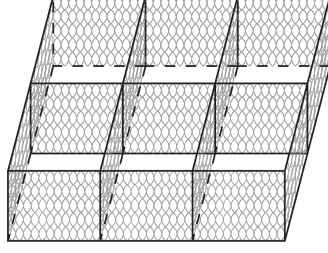
④ $>, >, \leq, \leq$

⑤ $>, <, <, \leq$

해설

모든 실수 x 에 대하여 이차부등식
(i) $ax^2 + bx + c > 0$ 이 항상 성립할 조건
 $\Rightarrow a[\text{>}]0, b^2 - 4ac[\text{<}]0$
(ii) $ax^2 + bx + c \leq 0$ 이 항상 성립할 조건 $\Rightarrow a[\text{<}]0, b^2 - 4ac[\text{\leq}]0$

10. 동원이 길이 152m인 철망을 가지고 다음 그림과 같이 여섯 개의 작은 직사각형 모양으로 이루어진 가축의 우리를 만들려고 한다. 전체 우리의 넓이가 최대가 될 때, 전체 직사각형의 가로 길이는?



- ① 19 ② $\frac{68}{3}$ ③ $\frac{70}{3}$ ④ 24 ⑤ $\frac{76}{3}$

해설

가로의 길이를 x , 세로의 길이를 y 라 하면
 $152 = 3x + 4y \geq 2\sqrt{12xy}$ 이고
등호가 성립할 때, xy 가 최대가 된다.
 $3x = 4y$ 일 때, 등호가 성립하므로
 $6x = 152$
즉, $x = \frac{76}{3}$ 일 때, 전체 우리의 넓이가 최대가 된다.

11. 함수 $f(x)$ 가 임의의 양수 x, y 에 대하여 $f(xy) = f(x) + f(y)$ 인 관계를 만족시킬 때, 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

① $f(1) = 0$

② $f(6) = f(2) + f(3)$

③ $f(x^2) = f(2x)$

④ $f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$

⑤ $f(8) = 3f(2)$

해설

임의의 양수 x, y 에 대하여

$f(xy) = f(x) + f(y)$ 가 성립해야하므로

① $x = 1, y = 1$ 을 대입하면

$$f(1) = f(1) + f(1)$$

$$\therefore f(1) = 0$$

$\therefore$ 참

② $x = 2, y = 3$ 을 대입하면

$$f(6) = f(2) + f(3)$$

$\therefore$ 참

③ $x = x, y = x$ 를 대입하면

$$f(x^2) = f(x) + f(x) = 2f(x)$$

$$\therefore f(x^2) \neq f(2x)$$

$\therefore$ 거짓

④ $x = x, y = \frac{1}{x}$ 를 대입하면

$$f\left(x \cdot \frac{1}{x}\right) = f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right)$$

① 에서 $f(1) = 0$ 이므로

$$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = -f(x)$$

$\therefore$ 참

⑤ $x = 4, y = 2$ 를 대입하면,

$$f(4 \times 2) = f(4) + f(2) \cdots \textcircled{1}$$

또, $4 = 2 \times 2$ 이므로,

$$f(4) = f(2) + f(2) \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{ 에서 } f(8) = 3f(2)$$

$\therefore$ 참

12. 실수에서 정의된 함수 $f(x) = ax - 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립하도록 하는 상수 a 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f^{-1} = f \text{ 에서 } f^{-1}(x) = f(x), f(f(x)) = x$$

$$f(f(x)) = f(ax - 3) = a(ax - 3) - 3 = x$$

모든 실수 x 에 대하여 성립하므로

$$\therefore a^2 = 1, -3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

13. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & (x \geq 0) \\ x + 1 & (x < 0) \end{cases}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(5) + g(0)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$g(5) = a$ 라 하면 $f^{-1}(5) = a$ 에서 $f(a) = 5$
그런데 $x \geq 0$ 일 때, $f(x) = x^2 + 1 \geq 1$ 이므로
 $f(a) = a^2 + 1 = 5$
 $\therefore a = 2 (\because a \geq 0) \therefore g(5) = 2$
또, $g(0) = b$ 라 하면 $f^{-1}(0) = b$ 에서 $f(b) = 0$
그런데 $x < 0$ 일 때, $f(x) = x + 1 < 1$ 이므로
 $f(b) = b + 1 = 0$
 $\therefore b = -1 \therefore g(0) = -1$
 $\therefore g(5) + g(0) = 2 - 1 = 1$

14. 함수 $f(x) = 2x - 1, g(x) = \sqrt{x-1}$ 에 대하여 $(f \circ (f \circ g)^{-1}f)(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned}(f \cdot (f \cdot g)^{-1}f)(2) &= (f \cdot g^{-1})(2) \\ &= f(g^{-1}(2)) \\ g^{-1}(2) &= k \text{라면 } g(k) = 2 \\ g(k) &= \sqrt{(k-1)} = 2 \rightarrow k = 5 \\ \therefore f(g^{-1}(2)) &= f(5) = 10 - 1 = 9\end{aligned}$$

15. $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{2}{(a+1)(a+3)} + \frac{3}{(a+3)(a+6)}$ 을 간단히 한 것은 ?

① $\frac{1}{a} + \frac{6}{a+6}$

② $\frac{1}{a} + \frac{1}{a+6}$

③ $\frac{1}{a} - \frac{1}{a+6}$

④ $\frac{1}{a} - \frac{6}{a+6}$

⑤ $\frac{2}{a} - \frac{1}{a+6}$

해설

(준식)

$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+3} + \frac{1}{a+3} - \frac{1}{a+6}$$

$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{a+6}$$

16. 유리함수 $y = \frac{4x+3}{x+2}$ 의 그래프는 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 b 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼 평행 이동한 것이다. 이 때 $a+b+c$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$y = \frac{4x+3}{x+2} = \frac{4(x+2)-5}{x+2} = 4 + \frac{-5}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$y = \frac{-5}{x} \text{ 의 그래프를 } x \text{ 축 방향으로 } -2,$$

y 축 방향으로 4만큼 평행이동한 것이므로

$$a+b+c = (-5) + (-2) + 4 = -3$$

17. 분수함수 $f(x) = \frac{x+3}{2x-1}$ 에 대하여 합성함수 $y = (f \circ f \circ f)(x)$ 의 그래프는 점 (a, b) 에 대하여 대칭이다. 이 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

분수함수 $f(x) = \frac{x+3}{2x-1}$ 에서
$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = \frac{\frac{x+3}{2x-1} + 3}{2 \cdot \frac{x+3}{2x-1} - 1}$$
$$= \frac{x+3+3(2x-1)}{2(x+3)-(2x-1)} = x \text{ 이므로}$$
$$y = (f \circ f \circ f)(x) = f((f \circ f)(x)) = f(x)$$
따라서, $y = f(x)$ 의 점근선은
 $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$ 이고, 그 그래프는 점근선의
교점 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 에 대하여 대칭이므로
 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$
 $\therefore a+b=1$

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, A \neq B$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $n(A) < n(B)$
- ② $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 집합 A 의 개수는 8개이다.
- ③ $n(B) = 3$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
- ④ $n(A) + 2 = n(B)$
- ⑤ $n(A) = n(B)$

해설

- ① A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) \geq n(A) + 1$ 이다. 따라서 $n(A) < n(B)$ 가 된다.
- ② $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, 집합 A 의 개수는 자기 자신을 제외해야 하므로 7개이다.
- ③ A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) = 3$ 이면 $n(A) \leq 2$ 이다.
- ④, ⑤ A 는 B 의 진부분집합이므로 $n(B) > n(A)$ 이다.

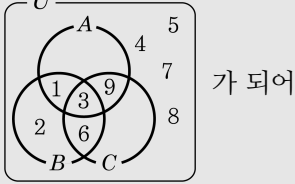
19. $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{3, 6, 9\}$ 이므로
벤 다이어그램으로 나타내면



$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 36 이다.

20. 자연수 n 의 양의 배수의 집합을 A_n 이라 할 때, 다음 <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, m, n 은 자연수)

보기

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = \emptyset$
- ㉡ $A_4 \cup A_6 = A_4$
- ㉢ m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉤ $m = kn$ (k 는 양의 정수) 이면 $A_m \subset A_n$

- ① ㉠, ㉡, ㉤
- ② ㉠, ㉢
- ③ ㉠, ㉢, ㉤
- ④ ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉤

해설

- ㉠ $A_5 \cap A_7 = A_{35}$
- ㉡ $A_4 = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$
 $A_6 = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$ 이므로
 $A_4 \cup A_6 = \{4, 6, 8, 12, 16, \dots\} \neq A_4$
- ㉢ $A_m = \{m, 2m, \dots, nm, (n+1)m, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, \dots, mn, (m+1)n, \dots\}$
 m, n 이 서로소이면 $A_m \cap A_n = A_{mn}$
- ㉤ $A_m = A_{kn} = \{kn, 2kn, 3kn, \dots\}$
 $A_n = \{n, 2n, 3n, 4n, \dots\}$ 이므로
 $A_m \subset A_n$

21. 세 집합 P, Q, R 에 대하여 $n(P) = 19$, $n(Q \cap R) = 7$, $n(P \cap Q \cap R) = 3$ 일 때, $n(P \cup (Q \cap R))$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$$\begin{aligned} n(P \cup (Q \cap R)) \\ &= n(P) + n(Q \cap R) - n(P \cap Q \cap R) \\ &= 19 + 7 - 3 = 23 \end{aligned}$$

22. 다음 보기의 함수 $f(x)$ 중 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $f(x) = x + 1$

㉡ $f(x) = -x$

㉢ $f(x) = -x + 1$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(x+1))$
 $= f((x+1)+1) = f(x+2)$
 $= (x+2)+1 = x+3$
 $\therefore (f \circ f \circ f)(x) \neq f(x)$

㉡. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x))$
 $= f(-(-x)) = f(x)$

㉢. $(f \circ f \circ f)(x) = f(f(f(x))) = f(f(-x+1))$
 $= f(-(-x+1)+1) = f(x)$

따라서 $(f \circ f \circ f)(x) = f(x)$ 가 성립하는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

23. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 는 $(x-3)(y-3)(z-3)=0$ 과 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3}$ 을 모두 만족할 때, $x+y+z$ 의 값은?

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$(x-3)(y-3)(z-3)=0$ 을 전개하면
 $xyz-3(xy+yz+zx)+9(x+y+z)-27=0\cdots\textcircled{1}$
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{xy+yz+zx}{xyz} = \frac{1}{3}$
 $\therefore 3(xy+yz+zx)=xyz\cdots\textcircled{2}$
②를 ①에 대입하면 $9(x+y+z)=27$
 $\therefore x+y+z=3$

24. 소비자 단체에서 백화점의 할인 판매 상품의 가격을 조사하였더니, 각 백화점들은 상품의 정가를 원가보다 높게 거짓으로 표시하여 할인 판매를 하고 있었다. 표시된 정가보다 20 %를 할인하여 팔아도 12 %의 이익을 남기도록 하고 있었다면, 정가는 원가보다 몇 %를 더 높여 표시되었는가? (여기서, 원가는 업자의 이윤까지 포함된 정상적인 판매 가격이다.)

- ① 24 % ② 28 % ③ 32 % ④ 36 % ⑤ 40 %

해설

원가를 A 원이라 하고, $x\%$ 높게 정가를 정했다고 하자.

표시된 정가는 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)$ 원

할인 판매 가격은 $A\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{20}{100}\right)$ 이다.

원가에 12%의 이익이 있게 파는 가격은

$A\left(1 + \frac{12}{100}\right)$ 이므로

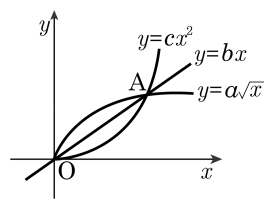
$A\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 - \frac{20}{100}\right) = A\left(1 + \frac{12}{100}\right)$

$\frac{100+x}{100} \cdot \frac{80}{100} A = \frac{112}{100} A$

$\frac{100+x}{100} = \frac{112}{100} \cdot \frac{100}{80} = \frac{7}{5}$

$\therefore x = \frac{7}{5} \times 100 - 100 = 40(\%)$

25. 양의 상수 a, b, c 에 대하여 세 함수 $y = a\sqrt{x}$, $y = bx$, $y = cx^2$ 의 그래프가 그림과 같이 원점 O와 다른 점 A에서 동시에 만날 때, a, b, c 의 관계로 옳은 것은?



- ① $a^3 = b^2c$ ② $a^3 = bc^2$ ③ $b^3 = a^2c$
 ④ $b^3 = ac^2$ ⑤ $c^3 = a^2b$

해설

곡선 $y = cx^2$ 과 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표 (단, $x \neq 0$)는 $cx^2 = bx$

$$\therefore x = \frac{b}{c}$$

곡선 $y = a\sqrt{x}$ 와 $y = bx$ 의 교점의 x 좌표 (단, $x \neq 0$)는

$$a\sqrt{x} = bx \therefore x = \frac{a^2}{b^2}$$

두 점이 일치하므로 $\frac{b}{c} = \frac{a^2}{b^2}$

$$\therefore b^3 = a^2c$$

26. 집합 $A = \{1, 2, 3, \dots, 32\}$ 의 부분집합 S 가 다음 조건을 만족할 때 $n(S)$ 의 최댓값은?

$a \in S, b \in S \ (a \neq b) \text{ 이면 } a + b \neq 5k$
(k 는 자연수)

- ① 6
- ② 7
- ③ 10
- ④ 15
- ⑤ 20

해설

1에서 32까지의 자연수를 5로 나누었을 때, 나머지에 따라 5개의 집합으로 분류하면

$$A_0 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$$

$$A_1 = \{1, 6, 11, 16, 21, 26, 31\}$$

$$A_2 = \{2, 7, 12, 17, 22, 27, 32\}$$

$$A_3 = \{3, 8, 13, 18, 23, 28\}$$

$$A_4 = \{4, 9, 14, 19, 24, 29\}$$

구하는 집합 S 의 원소는 A_0 의 원소 중 1개, A_1 과 A_4 의 원소 중 한 쪽 것만 택해야 하므로 큰 쪽인 A_1 의 7개, A_2 와 A_3 중 A_2 의 7개를 택하면 $n(S)$ 의 최댓값은 15 (개)이다.

27. $\{\{0\}, 1, 2, \{1, 2\}, \{\emptyset\}\}$ 를 원소로 가지는 집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\{0\} \subset A$

③ $\{1, 2\} \subset A$

④ $\{1\} \in A$

⑤ $\{\emptyset\} \subset A$

해설

① $\{\emptyset\} \in A$

② $\{\{0\}\} \subset A$

④ $1 \in A$

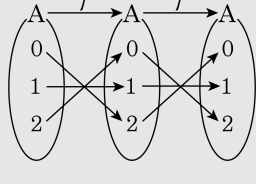
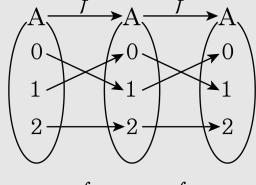
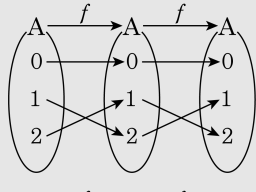
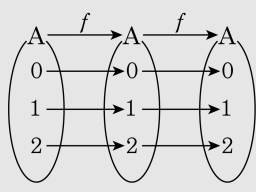
⑤ $\{\{\emptyset\}\} \subset A$

28. 임의의 자연수를 3 으로 나누었을 때, 나머지의 집합 A 에서 A 로의 함수 f 중 합성함수 $f \circ f$ 가 항등함수가 되는 f 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 4개

해설



29. $\sqrt{x} = \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{a}} (a > 1)$ 일 때, $\frac{x-2-\sqrt{x^2-4x}}{x+2+\sqrt{x^2-4x}}$ 의 값은?

① $\frac{1}{a(a-2)}$

② $\frac{1}{2a+4}$

③ $\frac{a}{2a+4}$

④ $\frac{a}{a+2}$

⑤ $\frac{1}{a(a+2)}$

해설

제곱하면 $x = a + \frac{1}{a} + 2$

$x - 2 = a + \frac{1}{a}$ 로부터,

$$x^2 - 4x = (x-2)^2 - 4$$

$$= \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 4$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^2$$

그런데 $a > 1$ 로부터, $a - \frac{1}{a} > 0$

$\therefore \sqrt{x^2 - 4x} = a - \frac{1}{a}$ 에서 주어진 식

$$= \frac{\frac{2}{a}}{2a+4} = \frac{1}{a(a+2)}$$