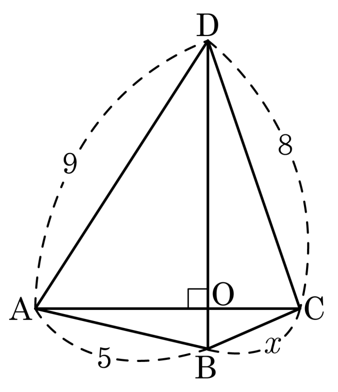
1. 다음 그림처럼$\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이고 $\overline{AB}=5, \overline{CD}=8, \overline{AD}=9$ 일 때, x 의 값으로 적절한 것을 고르면?

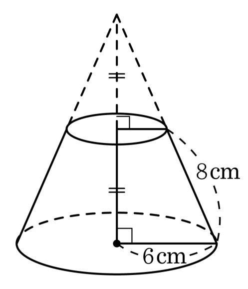


① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

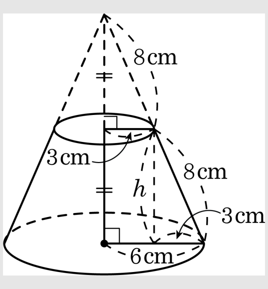
$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$ 이므로
$5^2+8^2=9^2+x^2$
$25+64=81+x^2$
$x^2=8, x>0$이므로 $x=2\sqrt{2}$

2. 다음 그림의 원뿔대는 밑면의 반지름이 6 cm 인 원뿔을 높이가 $\frac{1}{2}$ 인 점을 지나도록 자른 것이다. 이 원뿔대의 높이를 구하면?



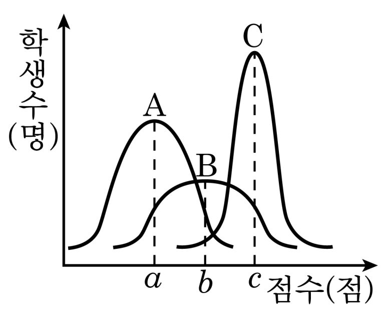
① $\sqrt{11}$ cm　② $2\sqrt{11}$ cm　③ $\sqrt{55}$ cm　④ $2\sqrt{55}$ cm　⑤ $4\sqrt{55}$ cm

해설



$\therefore h = \sqrt{64-9} = \sqrt{55}(\text{cm})$

3. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

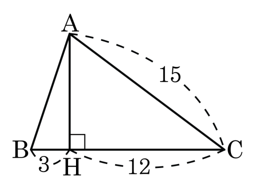
④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

4. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$

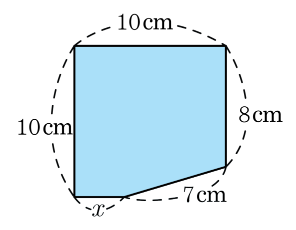
④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

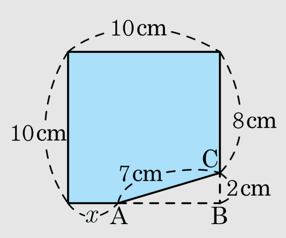
5. 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형을 그림과 같이 잘랐을 때, x 의 값은? (단, $\sqrt{5} = 1.7$)



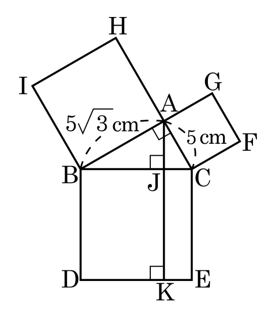
① 4.7 cm ② 4.9 cm ③ 5.1 cm
④ 5.3 cm ⑤ 5.5 cm

해설

자르기 전 정사각형을 그리면 그림과 같다. 잘려진 삼각형 ABC 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} = 5.1(\mathrm{cm})$
따라서 $x = 10 - 5.1 = 4.9(\mathrm{cm})$ 이다.



6. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?



① 2 cm ② 2.5 cm ③ 3 cm

④ 3.5 cm ⑤ 4 cm

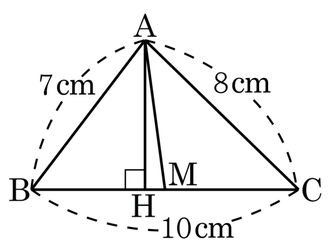
해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, □ACFG = □JKEC 이므로

□ACFG = □JKEC = $25\,\text{cm}^2$ 이다.

따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이고 $\overline{AB} = 7cm$, $\overline{BC} = 10cm$, $\overline{AC} = 8cm$ 일 때 $\triangle AHM$ 의 넓이는?



① $\frac{6\sqrt{55}}{32}cm$ ② $\frac{7\sqrt{55}}{30}cm$ ③ $\frac{7\sqrt{55}}{32}cm$
④ $\frac{8\sqrt{55}}{30}cm$ ⑤ $\frac{9\sqrt{55}}{32}cm^2$

해설

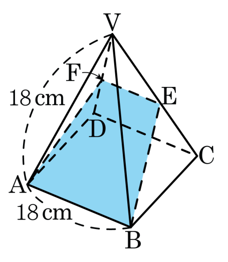
$\overline{BH} = x cm$, $\overline{HC} = (10 - x)cm$

$7^2 - x^2 = 8^2 - (10 - x)^2$, $x = \frac{17}{4}$, $\overline{AH} = \sqrt{7^2 - \left(\frac{17}{4}\right)^2} = \frac{3\sqrt{55}}{4}(cm)$

$\overline{HM} = \overline{BM} - \overline{HB} = 5 - \frac{17}{4} = \frac{3}{4}(cm)$

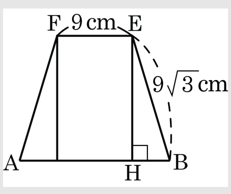
$\triangle AHM = \frac{1}{2} \times \frac{3\sqrt{55}}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9\sqrt{55}}{32}(cm^2)$

8. 다음 그림과 같이 밑면이 한 변의 길이가 18 cm 인 정사각형이고 옆면의 모서리의 길이가 18 cm 인 정사각뿔 V – ABCD 에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이는?



① $81\sqrt{11}\,cm^2$ ② $\frac{243\sqrt{11}}{4}\,cm^2$
③ $\frac{243\sqrt{15}}{2}\,cm^2$ ④ $135\sqrt{11}\,cm^2$
⑤ $\frac{325\sqrt{15}}{2}\,cm^2$

해설



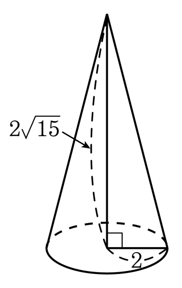
1) $\overline{BE} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 18 = 9\sqrt{3}(\,cm)$

2) $\overline{BH} = \frac{(18-9)}{2} = \frac{9}{2}(\,cm)$

3) $\overline{EH} = \sqrt{(9\sqrt{3})^2 - \left(\frac{9}{2}\right)^2} = \frac{9\sqrt{11}}{2}(\,cm)$

∴ $\square ABEF = \frac{1}{2} \times \frac{9\sqrt{11}}{2} \times 27 = \frac{243\sqrt{11}}{4}(\,cm^2)$

9. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2, 높이가 $2\sqrt{15}$ 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 90°

해설

원뿔의 모선의 길이는

$\sqrt{\left(2\sqrt{15}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{64} = 8$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$2\pi \times 8 \times \dfrac{x}{360°} = 2\pi \times 2 \qquad \therefore\ x = 90°$

10. 네 개의 변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, 7, a^2, b^2, 9 의 평균은?

① 16　　② 17　　③ 19　　④ 21　　⑤ 23

해설

변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이므로

$\frac{4+6+a+b}{4} = 5,\quad a+b+10=20$

$\therefore a+b=10 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$$

$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$

$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$

따라서 7, a^2, b^2, 9 의 평균은

$\frac{7+a^2+b^2+9}{4}=\frac{16+60}{4}=19$ 이다.

11. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1$, $y-1$, $z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

① 2, 2　　② 3, 5　　③ 4, 4　　④ 5, 4　　⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=3$$

$\therefore x+y+z=9$ ······㉠

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2}{3}=4$$

$$(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=12$$

$$x^2-6x+9+y^2-6y+9+z^2-6z+9=12$$

$$x^2+y^2+z^2-6(x+y+z)+27=12$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-6\times 9+27=12$$

$\therefore x^2+y^2+z^2=39$

한편, $x-1$, $y-1$, $z-1$ 의 평균은

$$\frac{(x-1)+(y-1)+(z-1)}{3}$$

$$=\frac{(x+y+z)-3}{3}=\frac{9-3}{3}=2$$

분산은

$$\frac{(x-1-2)^2+(y-1-2)^2+(z-1-2)^2}{3}$$

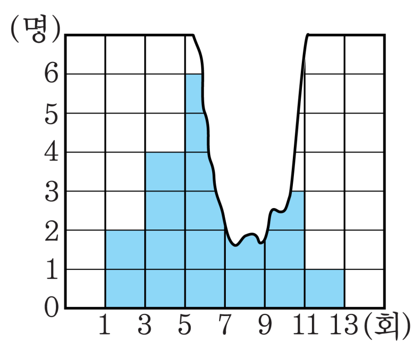
$$=\frac{(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2}{3}$$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2-6(x+y+z)+9\times 3}{3}$$

$$=\frac{39-6\times 9+27}{3}=\frac{12}{3}=4$$

따라서 $x-1$, $y-1$, $z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4}=2$ 이다.

12. 다음 그림은 어느 학급 학생 20 명의 턱걸이 횟수를 조사하여 나타낸 히스토그램의 일부이다. 이 자료의 분산을 구하여라. (단, 평균은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 7.4

해설

계급값 8 에 대한 도수를 x 라고 하면 도수의 합은 20 명이므로

$20 - (2 + 4 + 6 + 3 + 1) = 4 \quad \therefore \ x = 4$

이때, 주어진 자료의 평균은

$$\frac{2\times2+4\times4+6\times6+8\times4+10\times3+12\times1}{20}$$

$$= \frac{4+16+36+32+30+12}{20} = 6.5(\text{회})$$ 이므로 반올림하면

7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

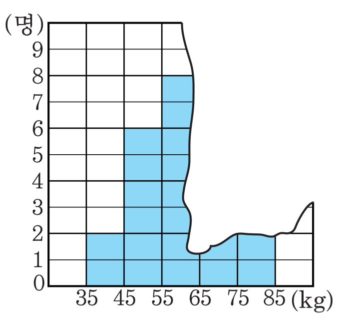
$$\frac{1}{20}\left\{(2-7)^2\times2+(4-7)^2\times4+(6-7)^2\times6\right.$$

$$\left.+(8-7)^2\times4+(10-7)^2\times3+(12-7)^2\times1\right\}$$

$$=\frac{1}{20}(50+36+6+4+27+25)=7.4$$

이다.

13. 다음 히스토그램은 수진이네 반 학생 24 명의 몸무게를 조사하여 만든 것인데 일부가 찢어졌다. 계급값이 80 일 때, 도수가 전체 학생의 12.5 % 일 때, 전체 학생의 분산을 구하여라. (단, 평균과 분산은 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 129

해설

계급값이 80 인 도수는 $24 \times \frac{12.5}{100} = 3$(명)

계급값이 70 인 도수를 x 라고 하면 $24 - (2 + 6 + 8 + 3) = 5 \quad \therefore \ x = 5$

이므로 평균은

$$\frac{40 \times 2 + 50 \times 6 + 60 \times 8 + 70 \times 5 + 80 \times 3}{24}$$

$$= \frac{80 + 300 + 480 + 350 + 240}{24} = 60.4 \cdots \ (\mathrm{kg})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 60kg 이다.

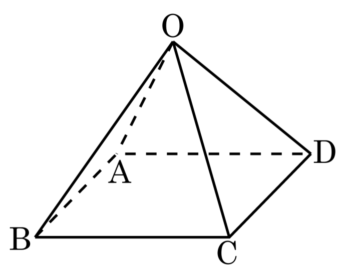
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{24}\{(40-60)^2 \times 2 + (50-60)^2 \times 6 + (60-60)^2 \times 8 + (70-60)^2 \times 5 + (80-60)^2 \times 3\}$$

$$= \frac{1}{24}(800 + 600 + 0 + 500 + 1200) = 129.16 \cdots$$ 이다.

따라서 소수 첫째자리에서 반올림하면 129 이다.

14. 다음과 같이 밑면이 직사각형인 사각뿔 O – ABCD 에서 $\overline{OA} = 4$, $\overline{OB} = 6$, $\overline{OC} = 8$ 일 때, 선분 OD 의 길이를 구하여라.



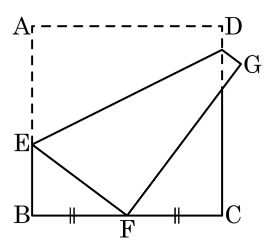
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{11}$

해설

점 O 에서 밑면에 그은 수선의 발과 점 A, B, C, D 사이의 거리를 a, b, c, d 라 하면
$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$
이때, 사각뿔의 높이를 l, $\overline{OD} = x$ 라 하면
$a^2 + l^2 = 4^2$ (①)
$b^2 + l^2 = 6^2$ (②)
$c^2 + l^2 = 8^2$ (③)
$d^2 + l^2 = x^2$ (④)
① + ③를 하면 $a^2 + c^2 + 2l^2 = 4^2 + 8^2$
② + ④를 하면 $b^2 + d^2 + 2l^2 = 6^2 + x^2$
그런데, $a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ 이므로 $4^2 + 8^2 = 6^2 + x^2$
$\therefore\ x = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$

15. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접을 때, $\triangle$EBF 의 넓이를 구하여라. (단, 점 F 는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{75}{8}$

해설

$\overline{\mathrm{EB}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{EF}} = 10 - x$ 이다.

$\triangle$EBF 에서

$(10 - x)^2 = x^2 + 5^2$

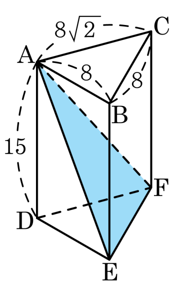
$100 - 20x + x^2 = x^2 + 25$

$20x = 75$

$\therefore\ x = \frac{15}{4}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{EBF} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$

16. 다음 그림과 같은 삼각기둥에서 $\overline{AB} = \overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 8\sqrt{2}$, $\overline{AD} = 15$ 일 때, $\triangle AEF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

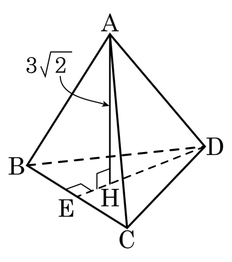
$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형이다.

$\overline{AE} = \sqrt{15^2 + 8^2} = \sqrt{289} = 17$

$\square ADEB \perp \square BEFC$ 이므로 $\overline{AE} \perp \overline{EF}$

$\therefore \ \triangle AEF = \frac{1}{2} \times \overline{AE} \times \overline{EF} = \frac{1}{2} \times 17 \times 8 = 68$

17. 다음 그림과 같은 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{AH} = 3\sqrt{2}$ 일 때, 이 정사면체의 모서리의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{3}$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 점 H 는 $\triangle$BCD 의 무게중심이므로

$\overline{DH} = \frac{\sqrt{3}}{2}x \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}x \left(\because \overline{DE} = \frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$

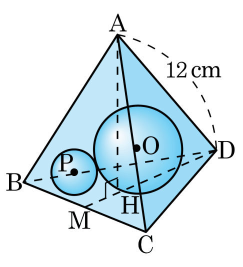
$\triangle$ADH 에서 $\overline{AH}^2 = \overline{AD}^2 - \overline{DH}^2$ 이므로

$\left(3\sqrt{2}\right)^2 = x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2$

$18 = \frac{2}{3}x^2,\ x^2 = 27$

$\therefore\ x = 3\sqrt{3}\ (\because\ x > 0)$

18. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체 안에 정사면체의 4 개의 면에 접하는 구를 O 라고 하고 사면체의 3 개의 면에 접하고 구 O 와 외접하는 구를 P 라고 할 때, 구 P 의 부피를 구하여라.

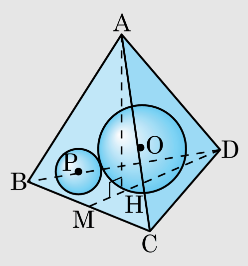


▶ 답 : __________ cm^3

▷ 정답 : $\sqrt{6}\pi$ cm^3

해설

구 O 의 반지름을 r, 구 P 의 반지름을 r' 이라고 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게 중심이므로



$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DM} = \frac{2}{3} \times 6\sqrt{3}$

$= 4\sqrt{3}$ (cm)

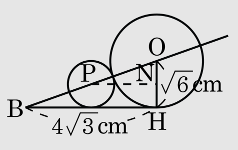
따라서, $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2} = 4\sqrt{6}$ (cm)

(정사면체 A − BCD 의 부피)

$= \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times 4\sqrt{6}$

$= 4 \times \frac{1}{3} \times 12 \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{2} \times r$

$\therefore\ r = \sqrt{6}$ (cm)



$\overline{OB} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + (\sqrt{6})^2} = 3\sqrt{6}$ (cm)

$\triangle OPN \backsim \triangle OBH$ 이므로

$\overline{OP} : \overline{OB} = \overline{ON} : \overline{OH}$

$\left(r' + \sqrt{6}\right) : 3\sqrt{6} = \left(\sqrt{6} - r'\right) : \sqrt{6}$

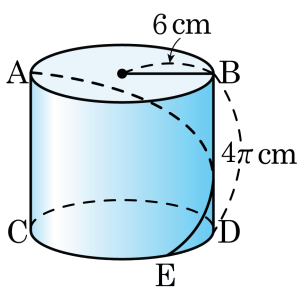
$\sqrt{6}r' + 6 = 18 - 3\sqrt{6}r'$

$4\sqrt{6}r' = 12$

$\therefore\ r' = \frac{\sqrt{6}}{2}$ (cm)

$\therefore$ (구 P의 부피) $= \frac{4}{3}\pi \times \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^3 = \sqrt{6}\pi$ (cm^3)

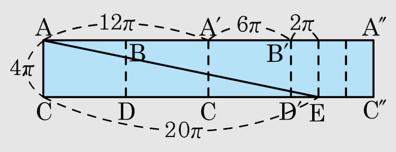
19. 다음 원기둥의 점 A 에서 출발하여 모선 BD 를 두 번 지난 후, 5.0pt$\overset{\frown}{CD}$ 를 2 : 1 로 나누는 점 E 로 가는 최단거리를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{26}\pi$ cm

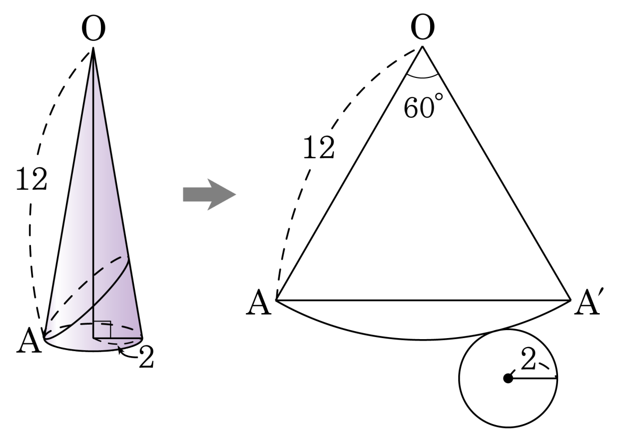
해설



$$\overline{AE}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{CE}^2$$
$$= (4\pi)^2 + (20\pi)^2 = 416\pi^2$$

$\therefore\ \overline{AE} = 4\sqrt{26}\pi(\text{cm})$

20. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고 밑면의 반지름의 길이가 2 인 원뿔과 원뿔의 전개도이다. 이 원뿔의 밑면에서 한 점 A 에서 옆면을 지나 다시 점 A 에 이르는 최단 거리를 구하려고 한다. 다음에 주어진 정삼각형의 성질을 이용하여 $\overline{\mathrm{AA'}}$ 의 길이를 구하면?



정삼각형 ABC에서 세 변 a, b, c 의 길이는 같다.

① 2 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 60

해설

$\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{OA'}} = 12$ 인 이등변삼각형이고 $\angle \mathrm{AOA'}$ 가 $60°$ 이므로 삼각형 OAA′ 은 정삼각형이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AO}} = \overline{\mathrm{OA'}} = \overline{\mathrm{AA'}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{AA'}}$ 의 길이는 12 이다.