

1. 다항식 $8x^3 - 1$ 을 $4x^2 + 2x + 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\therefore Q(x) = 2x - 1$$

\therefore 상수항은 -1

2. 100개의 다항식 $x^2 - x - 1$, $x^2 - x - 2$, …, $x^2 - x - 100$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해되는 것은 모두 몇 개인가?

- ① 5개 ② 7개 ③ 9개 ④ 11개 ⑤ 13개

해설

$x^2 - x - n = (x + a)(x - b)$ (a, b 는 자연수) 라 하면
 $b = a + 1$, $ab = n$ ($1 \leq n \leq 100$)

a	1 2 3 4 5 6 7 8 9
b	2 3 4 5 6 7 8 9 10
$n=ab$	2 6 12 20 30 42 56 72 90

$\therefore 9$ (개)

3. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

- ① $(x - y)^2 - xy(y - x) = (x - y)(x - y + xy)$
- ② $3a^2 - 27b^2 = 3(a + 3b)(a - 3b)$
- ③ $64a^3 - 125 = (4a + 5)(16a^2 - 20a + 25)$
- ④ $(x^2 - x) (x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x + 1)(x - 2)$
- ⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x - 1)(2x - 3)$

해설

$$\begin{aligned}64a^3 - 125 &= (4a)^3 - (5)^3 \\&= (4a - 5)(16a^2 + 20a + 25)\end{aligned}$$

4. 다음 ①~⑤ 중 인수분해를 한 결과가 틀린 것은 모두 몇 개인가?

Ⓐ $x^2(a-b) - y^2(b-a) = (a-b)(x+y)(x-y)$

Ⓑ $9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x-2y)(3x+y)$

Ⓒ $x^3 - 125 = (x-5)(x^2 - 5x + 25)$

Ⓓ $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2 = (2x-y+2)(x-y+1)$

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

Ⓐ $x^2(a-b) - y^2(b-a) = x^2(a-b) + y^2(a-b) = (a-b)(x^2 + y^2)$

Ⓑ $9x^2 + 3xy - 2y^2 = (3x+2y)(3x-y)$

Ⓒ $x^3 - 125 = (x-5)(x^2 + 5x + 25)$

Ⓓ $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$
= $2x^2 - (4+y)x - (y^2 - y - 2)$
= $2x^2 - (4+y)x - (y-2)(y+1)$
= $\{2x + (y-2)\} \{x - (y+1)\}$
= $(2x+y-2)(x-y-1)$

5. 사차식 $x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x - 3y$ ② $\textcircled{2} x - 2y$ ③ $x - y$
④ $x + y$ ⑤ $x + 3y$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 10x^2y^2 + 9y^4 &= (x^2 - 9y^2)(x^2 - y^2) \\&= (x - 3y)(x + 3y)(x - y)(x + y)\end{aligned}$$

6. $16a^4 - 250ab^3$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① a ② $2a - 5b$
③ $2a(2a - 5b)$ ④ $4a^2 + 10ab + 25b^2$
⑤ $2a(2a + 5b)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2a(8a^3 - 125b^3) \\&= 2a\{(2a)^3 - (5b)^3\} \\&= 2a(2a - 5b)(4a^2 + 10ab + 25b^2)\end{aligned}$$

7. 1999개의 다항식 $x^2 - 2x - 1$, $x^2 - 2x - 2$, \dots , $x^2 - 2x - 1999$ 중에서
계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43 개 ② 44 개 ③ 45 개 ④ 46 개 ⑤ 47 개

해설

$x^2 - 2x - n = (x+a)(x-b)$ (a, b 는 자연수) 라 하면 ($1 \leq n \leq 1999$
인 자연수)

$$ab = n, a = b - 2$$

$$\therefore n = 1 \cdot 3, 2 \cdot 4, 3 \cdot 5, \dots, 43 \cdot 45 (= 1935) \text{ 의 } 43 \text{ 개}$$

8. 다항식 $f(x) = x^3 - x^2 - x + 1$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)^2(x + 1)$ ② $(x + 1)^2(x - 1)$
③ $(x - 1)(x + 1)$ ④ $(x - 1)^3$
⑤ $(x + 1)^3$

해설

$$\begin{aligned}x^3 - x^2 - x + 1 &= x^2(x - 1) - (x - 1) \\&= (x - 1)(x^2 - 1) \\&= (x - 1)^2(x + 1) \\∴ f(x) &= (x - 1)(x^2 - 1) = (x - 1)^2(x + 1)\end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용하여 인수분해할 수 있다.
 $f(1) = 0$,
즉 $x - 1$ 로 나누어 떨어지므로
조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

9. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

- ① $(a+b)(a-b)(b+c)$ ② $(a-b)(b-c)(c+a)$
③ $(a-b)(a+b)(b-c)$ ④ $(a-b)(a+b)(c-a)$
⑤ $(a-b)(b+c)(c-a)$

해설

$$\begin{aligned}a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\= (a - b)(a + b)(b - c)\end{aligned}$$

10. $\frac{k}{3}(k+1)(k+2) + (k+1)(k+2)$ 와 같은 것은?

- ① $\frac{1}{6}(k+1)(k+3)(k+4)$ ② $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)$
③ $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$ ④ $\frac{1}{3}k(k+1)(k+2)(k+3)$
⑤ $\frac{1}{4}(k+1)(2k+1)(3k+2)$

해설

$$(k+1)(k+2) = \frac{3}{3}(k+1)(k+2) \text{ 이므로}$$

공통인수 $\frac{1}{3}(k+1)(k+2)$ 로 둑으면

$$(\text{준 식}) = \frac{1}{3}(k+1)(k+2)(k+3)$$

11. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$ 의 인수인 것은?

- ① $a - b + c$ ② $c - a$ ③ $b + c$
④ $a - b$ ⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

12. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x+ay)(x-by+c)$ 가 되었다.
○ 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

- ① -1, 0, 1 ② -1, 1, 2 ③ -2, -1, 1
④ -1, -1, -2 ⑤ -1, 2

해설

$$x^2 - 2x - y^2 + 2y = (x+y)(x-y) - 2(x-y)$$

$$= (x-y)(x+y-2)$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

13. 다음 중 $x^2 + y^2 + 2xy - 2x - 2y$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $x + y$ ② $-x - y$ ③ $x + y - 2$
④ $x - y$ ⑤ $2x + 2y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= (x^2 + 2xy + y^2) - 2(x + y) \\&= (x + y)^2 - 2(x + y) \\&= (x + y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

한편,

$$\begin{aligned}(x + y)(x + y - 2) &= -(-x - y)(x + y - 2) \\&= \frac{1}{2}(2x + 2y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

14. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 을 바르게 인수분해 한 것을 찾으면?

- ① $(x^2 + 1)(x + 3)(x + 1)$ ② $(x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$
③ $(x^2 + 1)(x - 3)(x - 1)$ ④ $(x^2 - 3)(x - 1)(x + 1)$
⑤ $(x^2 + 3)(x - 1)(x + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3 \\ &= (x^4 - 2x^2 - 3) + 2x^3 + 2x \\ &= (x^2 - 3)(x^2 + 1) + 2x(x^2 + 1) \\ &= (x^2 + 1)(x^2 + 2x - 3) \\ &= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 1) \end{aligned}$$

15. 다음 식을 인수분해 하면 $(x+py)(x+qy+r)^2$ 이다. 이 때, $p^2+q^2+r^2$ 의 값을 구하여라.

$$[x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y]$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} & x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y \\ &= (x-y)(x^2 + xy + y^2) + xy(x-y) + 2(x+y)(x-y) + (x-y) \\ &= (x-y)\{(x+y)^2 + 2(x+y) + 1\} \\ &= (x-y)(x+y+1)^2 \\ & p = -1, q = 1, r = 1 \\ \therefore & p^2 + q^2 + r^2 = 3 \end{aligned}$$