

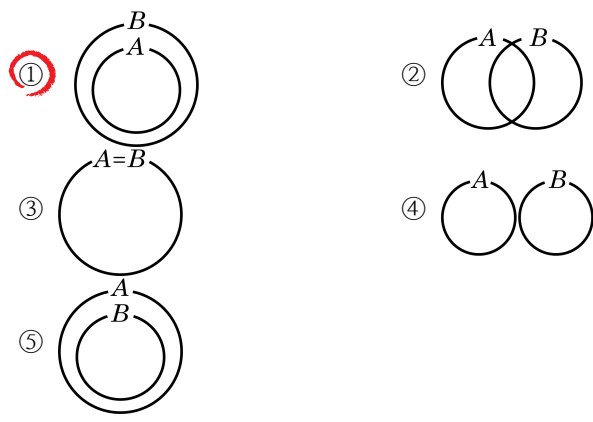
1. 우리나라 강 이름의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 한강 $\in A$
- ② 황하강 $\in A$
- ③ 라인강 $\notin A$
- ④ 섬진강 $\in A$
- ⑤ 아마존강 $\notin A$

해설

- ② 황하강은 중국의 강이다.
- ③ 라인강은 독일과 유럽을 흐르는 강이다.

2. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 10 \text{미만의 홀수}\}$ 사이의 관계를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은?



해설

$A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 이므로
 $A \subset B$, $A \neq B$

3. 집합 $A = \{1, 10\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$A = \{1, 10\}$ 이므로 A 의 부분집합의 개수는 원소의 개수만큼 2
를 곱한 값과 같다.
따라서 A 의 부분집합의 개수는 $2^2 = 2 \times 2 = 4$ (개)이다.

4. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 의 부분집합 중 원소 3을 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$2^{(3\text{을 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-1} = 2^3 = 8(\text{개})$

5. 다음 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 를 구한 것이다. 빈 칸에 들어갈 알맞은 원소를 차례대로 쓴 것을 골라라.
- $A = \{x|x \text{는 알파벳의 모임}\}$
 $B = \{x|x \text{는 단어 } apple \text{에 들어 있는 모임}\}$
 $A \cap B = \{a, \square\}$
 $A \cup B = \{a, e, i, l, \square, o, u\}$

① e, p ② l, p ③ o, u ④ e, o ⑤ p, e

해설

$A = \{a, e, i, o, u\}, \quad B = \{a, e, l, p\}$
 $A \cap B = \{a, e\}, \quad A \cup B = \{a, e, i, l, p, o, u\}$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 30$, $n(B) = 23$, $n(A \cap B) = 11$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 가 알맞게 짝지어진 것은?

① $n(A - B) = 18$, $n(B - A) = 12$

② $n(A - B) = 12$, $n(B - A) = 18$

③ $n(A - B) = 19$, $n(B - A) = 12$

④ $n(A - B) = 11$, $n(B - A) = 19$

⑤ $n(A - B) = 19$, $n(B - A) = 11$

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 30 - 11 = 19$$

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 23 - 11 = 12$$

7. 양수 a, b, c 에 대하여 $a + b + c = 9$ 일 때 abc 의 최댓값은?

① 19

② 21

③ 23

④ 25

⑤ 27

해설

$$a + b + c \geq 3 \sqrt[3]{abc} \text{에서 } 9 \geq 3 \sqrt[3]{abc}, \\ 3 \geq \sqrt[3]{abc}, \quad 27 \geq abc$$

8. 철이와 돌이는 동업을 하여 수익금을 6 : 4의 비율로 나누어 갖기로 하였다. 철이의 수익금이 3만원이었다면, 돌이의 수익금은 얼마인지 구하시오.

▶ 답 : 원

▷ 정답 : 20000 원

해설

돌이의 수익금을 x 만원이라 하면
 $6 : 4 = 3\text{만원} : x$ 이므로 돌이의 수익금은 2만원

9. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

11. 두 집합 $X = \{-1, 1, 2\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고르면?

$\textcircled{\text{㉠}} f : x \rightarrow x$	$\textcircled{\text{㉡}} g : x \rightarrow x + 2$
$\textcircled{\text{㉢}} h : x \rightarrow x $	$\textcircled{\text{㉣}} k : x \rightarrow x^2 - 1$

- ①

㉡, ㉢

②

㉠, ㉡, ㉢

③

㉡, ㉢, ㉣
- ④

㉠, ㉢, ㉣

⑤

㉠, ㉡, ㉣

해설

$\textcircled{\text{㉠}} f(x) = x$ 에서 $f(-1) = -1$ 이고 $-1 \notin Y$ 이므로, 함수가 아니다.

$\textcircled{\text{㉡}} g(x) = x+2$ 에서 $g(-1) = 1 \in Y$, $g(1) = 3 \in Y$, $g(2) = 4 \in Y$ 이므로 함수이다.

$\textcircled{\text{㉢}} h(x) = |x|$ 에서 $h(-1) = 1 \in Y$, $h(1) = 1 \in Y$, $h(2) = 2 \in Y$ 이므로 함수이다.

$\textcircled{\text{㉣}} k(x) = x^2-1$ 에서 $k(-1) = 0 \notin Y$, $k(1) = 0 \notin Y$, $k(2) = 3 \in Y$ 이므로 함수가 아니다.

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, $g(x) = -2$ 인 상수함수일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(x) = x$ 에서 $f(4) = 4$
 $g(x) = -2$ 에서 $g(-1) = -2$
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 - 2 = 2$

13. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$ 가 있다. X 에서 Y 로의 일대일 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24개

해설

a 에 대응하는 수가 b 에 대응해서는 안 되고
 a, b 에 대응하는 수가 c 에 대응해서는 안 되므로
 $\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24(\text{개})$

14. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = -1$, $f^{-1}(3) = 2$ 일 때, $2f^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = ax + b$ ($a \neq 0$) 로 놓으면,
 $f(1) = -1$, $f(2) = 3$ 이므로
 $f(1) = a + b = -1$, $f(2) = 2a + b = 3$
 $\therefore a = 4$, $b = -5$
 $\therefore f(x) = 4x - 5$
 $f^{-1}(1) = a$ 로 놓으면 $f(a) = 1$
 $4a - 5 = 1 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$
따라서 $f^{-1}(1) = \frac{3}{2}$, $2f^{-1}(1) = 3$

15. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$, $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

16. $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}}$ 을 계산하면?

- ① $-\frac{1}{a}$ ② -1 ③ 1 ④ $\frac{1}{a}$ ⑤ $a-1$

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-a}} &= 1 - \frac{1}{\frac{1-a}{1-a}} \\ &= 1 - \frac{1-a}{-a} = \frac{a+1-a}{a} = \frac{1}{a} \end{aligned}$$

17. $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ 의 점근선의 방정식을 구하면 $x = a$, $y = b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 2$

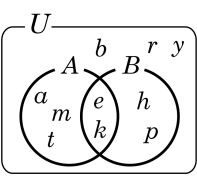
해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x+1}{2x-1} \\ &= \frac{3\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

따라서 점근선의 방정식은 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} \quad a + b = 2$$

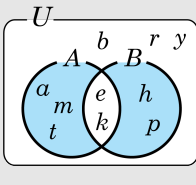
18. 아래 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $A - B = \{a, t, m\}$
- ② $B - A = \{h, p\}$
- ③ $(A - B)^c = \{b, e, h, k, p, r, y\}$
- ④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, e, h, m, p, t\}$
- ⑤ $A - B^c = \{e, k\}$

해설

④ $(A \cup B) - (A \cap B) = \{a, h, m, p, t\}$



19. 다음 중에서 p 가 q 이기 위한 필요조건인 것을 고르면?

- ① $p : a = b, q : ac = bc$
- ② $p : a > b, q : a^2 > b^2$
- ③ $p : A \subset (B \cap C), q : A \subset (B \cup C)$
- ④ $p : x + y = 1, q : x = 2, y = -1$
- ⑤ $p : |x - 1| < 1, q : |x| < 1$

해설

$q \rightarrow p$ 가 참. 즉, 주어진 명제의 역이 참인 것을 찾는다.
① 충분조건 반례 : $c = 0, a = 1, b = 2$
② 충분조건 반례 : $a = -2, b = -1$
③ 합집합에 포함된다 하여 교집합에 포함된다고 할 수 없다.
 $(B \cap C) \subset (B \cup C)$ 이므로 $p \rightarrow q$ (충분조건)
④ 역 : $x = 2, y = -1$ 이면 $x + y = 1$ 이다.(참)
⑤ $|x - 1| < 1 \Rightarrow 0 < x < 2, |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$ 이므로 $q \Rightarrow p$

20. $f(x) = 2x + 3$ 일 때, $g(x)$ 가 $(g \circ f)^{-1}(x) = 2x$ 를 만족시킨다고 한다.
이 때, $g(1)$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$$(g \circ f)^{-1}(x) = 2x \text{ 이므로 } (g \circ f)(x) = \frac{1}{2}x$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 3) = \frac{1}{2}x$$

$$\text{여기서 } 2x + 3 = t \text{ 라 하면 } x = \frac{t - 3}{2}$$

$$\therefore g(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{t - 3}{2}$$

$$\therefore g(1) = -\frac{1}{2}$$

21. 함수 $f(x) = 2x - 1$ 에 대하여 $f^{10}(x) = ax + b$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

(단, $f^2 = f \circ f$, $f^n = f^{n-1} \circ f$ 이다.)

- ① $2^{10} - 1$
- ② 2^{10}
- ③ $2^{11} - 1$
- ④ 2^{11}
- ⑤ $2^{12} - 1$

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2x - 1) \\ &= 2(2x - 1) - 1 = 4x - 3 \\ f^3(x) &= (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = f^2(2x - 1) \\ &= 4(2x - 1) - 3 = 8x - 7 \\ f^4(x) &= (f^3 \circ f)(x) = f^3(f(x)) = f^3(2x - 1) \\ &= 8(2x - 1) - 7 = 16x - 15 \\ &\vdots \\ f^{n-1} &= 2^{n-1} \cdot x - (2^{n-1} - 1) \text{로 놓으면} \\ f^n(x) &= (f^{n-1} \circ f)(x) = f^{n-1}(f(x)) \\ &= f^{n-1}(2x - 1) = 2^{n-1}(2x - 1) - (2^{n-1} - 1) \\ &= 2^n x - (2^n - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} n = 10 \text{ 을 대입하면 } f^{10}(x) &= 2^{10}x - (2^{10} - 1) \text{ 이므로} \\ \therefore a &= 2^{10}, b = -2^{10} + 1 \text{ 이다.} \\ \therefore a - b &= 2^{10} + 2^{10} - 1 = 2^{11} - 1 \end{aligned}$$

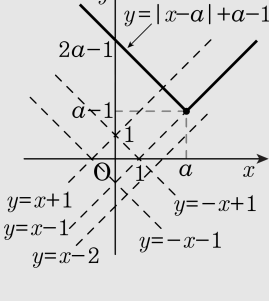
22. 다음 중 임의의 실수 a 에 대하여 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = x + 1$
 ② $y = x - 1$
 ③ $y = x - 2$
- ④ $y = -x - 1$
 ⑤ $y = -x + 1$

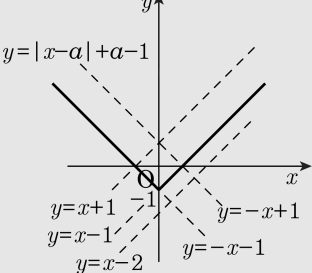
해설

a 의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

i) $a > 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음
 그림과 같다.
 따라서, $y = |x - a| + a - 1$ 은 $y =$
 $x + 1$,
 $y = x - 1$ 과 만나며 $a \leq 1$ 일 때
 $y = -x + 1$ 도 만난다.

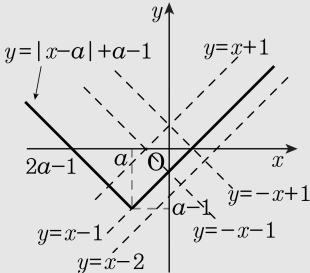


ii) $a = 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과
 만나지 않는 그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



iii) $a < 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과 만나지 않는

그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



i), ii), iii) 에서 $y = |x - a| + a - 1$ 의
 그래프와 항상 만나지 않는 직선은 $y = x - 2$ 이다.

23. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A \cap B \neq B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$

④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$

⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

① $A \cap B = B \cap A$

② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$

⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

24. $x > 2$ 일 때, $x + \frac{1}{x-2}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

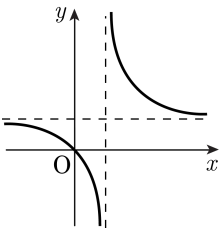
해설

$x > 2$ 에서 $x - 2 > 0$ 이므로
산술평균과 기하평균의 관계를 이용하면

$$\begin{aligned}x + \frac{1}{x-2} &= x - 2 + \frac{1}{x-2} + 2 \\&\geq 2\sqrt{(x-2) \times \frac{1}{x-2}} + 2 \\&= 2 + 2 = 4\end{aligned}$$

(단, 등호는 $x = 3$ 일 때 성립)

25. 다음 그림은 분수함수 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수 $y = a - \sqrt{bx+c}$ 의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



- ①

②
- ③

④
- ⑤

해설

점근선이 $x = \text{양수}$, $y = \text{양수}$ 이므로
 $y = \frac{b}{x+a} + c$ 에서 $a < 0$, $c > 0$
 그리고 원점을 지나므로
 $\frac{b}{a} + c = 0$, $b = -ac > 0$
 $\therefore y = -\sqrt{bx+c} + a$
 꼭짓점 $(-\frac{c}{b}, a)$, $(-\frac{c}{b} < 0, a < 0)$
 루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.