

1. 10 미만의 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 틀린 것을 모두 골라라.

보기

- ☐ ㉠ $10 \in A$
- ☐ ㉡ $5 \notin A$
- ☐ ㉢ $2 \in A$
- ☐ ㉣ $12 \notin A$
- ☐ ㉤ $8 \notin A$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

- ☐ ㉠ $10 \notin A$,
- ☐ ㉤ $8 \in A$

2. 다음 중 공집합인 것은?

- ① $\{x \mid x - 5 = 3, x \text{는 짝수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x < 1 \text{인 자연수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid -1 < x < 1, x \text{는 정수}\}$

해설

③ 1보다 작은 자연수는 없으므로 공집합

3. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(B) - n(A)$ 의 값을 구하여라.

$$A = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{보다 작은 짝수} \}$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수} \}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

30을 포함한 짝수는 15 개이므로 30을 제외하면 14 개이다.

$$n(A) = 14$$

100을 포함한 4의 배수가 25 개이므로 100을 제외하면 24 개이

$$\text{다. } n(B) = 24$$

따라서 $n(B) - n(A) = 24 - 14 = 10$ 이다.

4. 다음과 같은 방법으로 집합 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

집합 A 가 유한집합이면 A 의 부분집합의 개수는 다음과 같이 구할 수 있다. 예를 들어 $A = \{a, b, c\}$ 이고, $B \subset A$ 이면 부분집합 B 에는 집합 A 의 원소 a 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다. 같은 방법으로 집합 A 의 원소 b 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우와 c 가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 8개

해설

- ① {1, 2, 3}의 부분집합을 원소의 개수에 따라 구한다.
 원소가 0개 : $\emptyset$
 원소가 1개 : {1}, {2}, {3}
 원소가 2개 : {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}
 원소가 3개 : {1, 2, 3}
 따라서 부분집합의 개수는 8개이다.
- ② 원소의 개수만큼 2를 곱한다.
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3을 포함하고 원소 6을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은?
- ① $\emptyset$ ② $\{1, 6\}$ ③ $\{1, 4, 12\}$
- ④ $\{1, 3, 4, 10\}$ ⑤ $\{1, 3, 4, 12\}$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로
① 원소 1, 3이 포함되지 않음.
② 원소 6이 포함.
③ 원소 3이 포함되지 않음.
④ $\{1, 3, 4, 10\} \not\subset A$
⑤ $\{1, 3, 4, 12\} \subset A$

6. 두 집합 $A = \{a, b, \square\}$, $B = \{b, c, \triangle\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $\square$, $\triangle$ 안에 각각 들어갈 알파벳을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : c

▷ 정답 : a

해설

$A = B$ 이면 집합 A , B 의 모든 원소가 같아야 한다.
집합 A 의 $\square = c$ 이고, 집합 B 의 $\triangle = a$ 이다.

7. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = |x - 2|$ 으로 주어질 때, 다음 중 $\{f(x) | x \in X\}$ 의 원소가 아닌 것은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

정의역을 X 로 하는 $f(x)$ 의 치역은 $\{0, 1, 2, 3\}$

8. 함수 $y = x - 2$ 의 역함수를 구하면 무엇인가?

① $y = x - 2$

② $y = x + 2$

③ $y = -x - 2$

④ $y = -x + 2$

⑤ $y = \frac{1}{2}x - 1$

해설

$y = x - 2$ 를 x 에 관해서 풀면

$$x = y + 2$$

x 와 y 를 바꾸면 $y = x + 2$

9. 다음 중에서 명제 ‘자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6의 배수이면, n 은 6의 배수이다.’가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30

② 33

③ 40

④ 42

⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33은 6의 배수가 아니다.

10. 명제「 $x = 1$ 이면 $x^2 + 4x - 5 = 0$ 이다.」의 역, 이, 대우 중에서 참인 것을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 대우

해설

주어진 명제가 참이므로 대우가 참이고, 역은 거짓이므로 이도 거짓이다.

(역의 반례: $x = -5$)

12. 두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여 $(f \circ g)(x)$ 를 구하면?

① $(f \circ g)(x) = (x + 2)^2$ ② $(f \circ g)(x) = x^2 + 2$

③ $(f \circ g)(x) = (x - 2)^2$ ④ $(f \circ g)(x) = x^2 - 2$

⑤ $(f \circ g)(x) = -x^2 + 2$

해설

두 함수 $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$ 에 대하여
 $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x + 2) = (x + 2)^2$

13. 함수 $f(x) = ||x - 2| - 1| + k$ 에 대하여 $f(-1) = 5$ 를 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(-1) = 5$ 이므로

$f(-1) = ||-1 - 2| - 1| + k = 2 + k = 5$

따라서 $k = 3$ 이므로

$\therefore f(5) = ||5 - 2| - 1| + 3 = 5$

14. $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+2)}$

② $\frac{3}{x(x+2)}$

③ $\frac{2}{(x+2)(x+3)}$

④ $\frac{3}{(x+2)(x+3)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+3)}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3}\right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} = \frac{3}{x(x+3)}\end{aligned}$$

15. 1 초에 120바이트를 송신하는 전자 통신망(PC 통신)이 있다. 1블럭을 512바이트라 할 때, 다음 중 60블럭 크기의 자료를 송신하는 데 소요되는 시간의 근삿값은?
- ① 0.04 초 ② 0.4 초 ③ 4 초
- ④ 4 분 ⑤ 4 시간

해설

60(블럭)= 60 × 512 (바이트) 이므로

(소요 시간) = $\frac{60 \times 512}{120} = 256$ (초)

$= \frac{256}{60}$ (분) ≒ 4(분)

16. 다음 함수의 그래프 중 평행이동에 의하여 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹치는 것은?

① $y = \frac{2x-1}{x-1}$ ② $y = \frac{2x}{x-1}$ ③ $y = \frac{2x+1}{x-1}$
④ $y = \frac{2x}{2x-1}$ ⑤ $y = \frac{2x}{2x+1}$

해설

① $y = \frac{2x-2+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$

② $y = \frac{2x-2+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1}$

③ $y = \frac{2x-2+3}{x-1} = 2 + \frac{3}{x-1}$

④ $y = \frac{2x-1+1}{2x-1} = 1 + \frac{1}{2x-1}$

⑤ $y = \frac{2x+1-1}{2x+1} = 1 - \frac{1}{2x+1}$

따라서, ① 의 그래프는 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 x 축, y 축 방향으로 각각 1, 2 만큼 평행이동시킨 것이다.

17. $f(t) = \frac{t}{1-t}$ (단, $t \neq 1$) 인 함수 f 가 있다. $y = f(x)$ 일 때, $x = \square$ 로 나타낼 수 있다. $\square$ 안에 알맞은 것은?

① $-f(y)$

② $-f(-y)$

③ $f(-y)$

④ $f\left(\frac{1}{y}\right)$

⑤ $f(y)$

해설

$$y = f(x) = \frac{x}{1-x} \text{ 에서}$$

$$y - xy = x, \quad x(1+y) = y$$

$$\therefore x = \frac{y}{1+y} = \frac{-y}{1-(-y)} = -f(-y)$$

18. 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \cap \emptyset = A$

② $B \cup \emptyset = \emptyset$

③ $(A \cap B) \subset B$

④ $(A \cup B) \subset A$

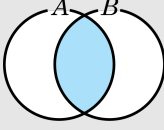
⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$

해설

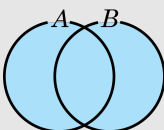
① $A \cap \emptyset = \emptyset$

② $B \cup \emptyset = B$

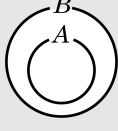
③ $(A \cap B) \subset B$



④ $(A \cup B) \supset A$



⑤ $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$



19. 두 조건 $p: x > a$, $q: -3 \leq x \leq 1$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건일 때, 정수 a 의 최댓값을 구하면?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때,
 p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $q \rightarrow p$,
즉, $Q \subset P$ 가 성립한다.

$P = \{x \mid x > a\}$, $Q = \{x \mid -3 \leq x \leq 1\}$ 이므로 $a < -3$
 $\therefore$ 정수 a 의 최댓값은 -4 이다.

20. $a > 0$ 일 때, $x = \sqrt{a^2 + 1}$ 과 $y = a + \frac{1}{2a}$ 의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

- ① $x \leq y$ ② $x < y$ ③ $x \geq y$ ④ $x > y$ ⑤ $x = y$

해설

$$\begin{aligned} x^2 &= a^2 + 1 \\ y^2 &= \left(a + \frac{1}{2a}\right)^2 = a^2 + 1 + \frac{1}{4a^2}, \\ \frac{1}{4a^2} &> 0 \text{ 이므로 } y^2 > x^2 \\ \therefore y &> x \end{aligned}$$

21. 정수의 집합 Z 에서 Z 로의 함수 f 가 $f(1) = -2$, $f(a+b) = f(a)+f(b)$ 을 만족시킬 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $f(0) = 0$
 ② $f(-x) = -f(x)$
 ③ $f(2x) = 2f(x)$
 ④ $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
 ⑤ $x_1 \neq x_2$ 이면 $f(x_1) \neq f(x_2)$

해설

① $f(1) = f(1+0) = f(1) + f(0)$ 이므로 $f(0) = 0$
 ② $f(0) = f(x-x) = f(x) + f(-x) = 0$
 $\therefore f(-x) = -f(x)$
 ③ $f(2x) = f(x) + f(x) = 2f(x)$
 ④, ⑤ $f(a+b) = f(a) + f(b)$ 이므로
 $f(2) = f(1) + f(1) = (-2) + (-2) = (-2) \times 2$
 $f(3) = f(2) + f(1) = f(1) + f(1) + f(1) = (-2) \times 3 \dots\dots$
 $f(x) = f(1) + f(1) + \dots + f(1) = -2x$
 따라서 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$

22. $\frac{1}{2 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 8} + \cdots + \frac{1}{18 \cdot 20}$ 을 계산한 값은?

① 0

② $\frac{9}{20}$

③ 40

④ $\frac{40}{9}$

⑤ $\frac{9}{40}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{18} - \frac{1}{20} \right) \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \right) + \left(-\frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right) + \cdots - \frac{1}{20} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{20} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{20} = \frac{9}{40} \end{aligned}$$

23. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$(A - B) \cap X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$
집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

24. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때
 $\left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로

$$\frac{b}{a} > 0, \frac{c}{b} > 0, \frac{a}{c} > 0$$

$$1 + \frac{b}{a} \geq 2\sqrt{1 \times \frac{b}{a}} = 2\sqrt{\frac{b}{a}}$$

$$1 + \frac{c}{b} \geq 2\sqrt{\frac{c}{b}}, \quad 1 + \frac{a}{c} \geq 2\sqrt{\frac{a}{c}}$$

$$\therefore \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right)$$

$$\geq 8\sqrt{\frac{b}{a}}\sqrt{\frac{c}{b}}\sqrt{\frac{a}{c}} = 8$$

$$\therefore \left(1 + \frac{b}{a}\right) \left(1 + \frac{c}{b}\right) \left(1 + \frac{a}{c}\right) \geq 8$$

따라서 최솟값은 8

25. 일차함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를 $y = x$ 에 대칭이동한 그래프의 함수를 $g(x)$ 라고 하자. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 5, g(2) = 1$ 을 만족할 때, $f(4)$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를
 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프는
 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프이다.
따라서 $g(2) = 1$ 에서 $f^{-1}(2) = 1$
 $\therefore f(1) = 2$
 $f(1) = a + b = 2, f(2) = 2a + b = 5$
위의 식에서 $a = 3, b = -1$
 $\therefore f(x) = 3x - 1$
 $\therefore f(4) = 3 \cdot 4 - 1 = 11$