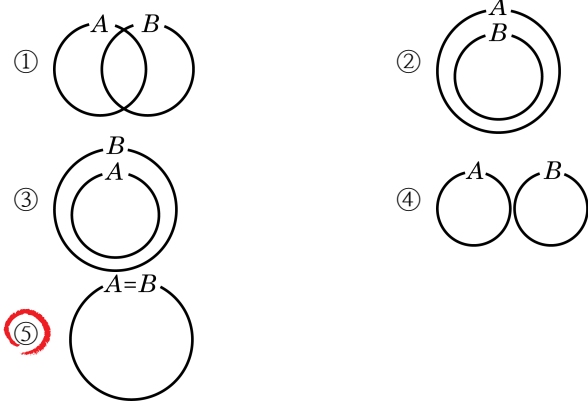


1. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{\text{5보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함 관계를 벤 다이어그램으로 옳게 나타낸 것은?



해설

$B = \{\text{5보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\} = A$

2. 두 집합 $A = \{x|x\text{는 } 27\text{의 약수}\}$, $B = \{x|x\text{는 } 36\text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

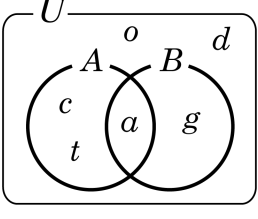
$$A = \{1, 3, 9, 27\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 9\}$$

$$n(A \cap B) = 3$$

3. 벤 다이어그램에 대하여 다음 중 옳은 것은?



- ① $U = \{d, g, c, a, t\}$
- ② $A^c = \{d, g\}$
- ③ $B^c = \{c, d, o, t\}$
- ④ $(A \cap B)^c = \{o, d\}$
- ⑤ $(A \cup B)^c = \{c, d, g, o, t\}$

해설

- ① $U = \{d, o, g, c, a, t\}$
- ② $A^c = \{d, o, g\}$
- ④ $(A \cap B)^c = \{c, d, g, o, t\}$
- ⑤ $(A \cup B)^c = \{d, o\}$

이므로 옳은 것은 ③이다.

4. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A^c = \{2, 3, 6, 7\}$, $B^c = \{1, 2, 4, 7\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3, 4, 5, 6\}$

해설

$$A = (A^c)^c = \{1, 4, 5\}$$

$$B = (B^c)^c = \{3, 5, 6\}$$

$$\therefore A \cup B = \{1, 3, 4, 5, 6\}$$

5. 두 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\emptyset$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$ 이다.

6. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 를 구하면?

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{2, 4\}$ ③ $\{3, 5\}$ ④ $\{4, 8\}$ ⑤ $\{6, 8\}$

해설

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$ 이고 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = U - (A \cup B) = \{6, 8\}$

7. $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{0, 1, 3, 5\}$ 일 때 다음 중 옳은 것을 골라라.

① $B \subset A$

② $0 \in A$

③ $n(A) = 10$

④ $n(A - B) = 6$

⑤ $n(A) - n(B) = 7$

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $B = \{0, 1, 3, 5\}$

① $B \not\subset A$

② $0 \notin A$, $0 \in B$

④ $A - B = \{2, 4, 6, 7, 8, 9, 10\} \rightarrow n(A - B) = 7$

⑤ $n(A) - n(B) = 10 - 4 = 6$

8. 다음 함수 $y = 2x - 5$ ($x \geq 1$) 의 역함수를 구하면?

① $y = 2x - 5$

② $y = 2x - 5(x \geq 1)$

③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}(x \geq 1)$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}(x \geq -3)$

해설

$$y = 2x - 5(x \geq 1, y \geq -3) \rightarrow x = 2y - 5$$

$$\rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

여기서 $x \rightarrow y, y \rightarrow x$ 이므로 $x \geq -3$ 이 된다.

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} (x \geq -3)$$

9. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라고 하자. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $P^c \subset Q$

③ $Q \subset P^c$

④ $P \cup Q^c = U$

⑤ $P^c \cap Q^c = \emptyset$

해설

명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참이므로

$$P \subset Q^c$$

$$\Leftrightarrow (Q^c)^c \subset P^c$$

$$\Leftrightarrow Q \subset P^c$$

10. $x - 4 = 0$ 이 $x^2 + ax - 48 = 0$ 이기 위한 충분조건일 때, 실수 a 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$$x - 4 = 0 \Rightarrow x^2 + ax - 48 = 0$$

$$\therefore 16 + 4a - 48 = 0$$

$$\therefore a = 8$$

11. 다음은 임의의 실수 a, b 에 대하여 $|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0$ 임을 증명하는 과정이다. [가]~[라] 에 알맞은 것을 바르게 나타낸 것은?

$$\begin{aligned} &|a| + |b| \geq 0, |a + b| \geq 0 \text{ 이므로 } (|a| + |b|)^2, |a + b|^2 \text{ 의 대소를} \\ &\text{비교하면 된다.} \\ &(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= a^2 + [\text{가}] + b^2 - (a^2 + [\text{나}] + b^2) \\ &= 2([\text{다}]) \geq 0 \\ &(\text{단, 등호는 } [\text{라}] \geq 0 \text{ 일때 성립}) \end{aligned}$$

- ① 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab
- ② 가: $|ab|$, 나: ab , 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$
- ③ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $|ab| - ab$, 라: ab
- ④ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: ab
- ⑤ 가: $2|ab|$, 나: $2ab$, 다: $2|ab| - 2ab$, 라: $2ab$

해설

$$\begin{aligned} &(|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= a^2 + 2|ab| + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2) \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &(\text{단, 등호는 } ab \geq 0 \text{ 일때 성립}) \end{aligned}$$

12. 실수 x, y, z 에 대하여 $x^2 + y^2 + z^2 = 6$ 일 때 $x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z$ 의 최댓값 M 과 최솟값 m 은?

① $M = 3, m = 0$

② $M = 3, m = -3$

③ $M = 6, m = 0$

④ $M = 6, m = -6$

⑤ $M = 6, m = -12$

해설

x, y, z 가 실수이므로
코시-슈바르츠의 부등식에 의하여
 $\{1 + (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3})^2\} (x^2 + y^2 + z^2)$
 $\geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$
 $36 \geq (x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z)^2$
 $-6 \leq x + \sqrt{2}y + \sqrt{3}z \leq 6$
 $\therefore M = 6, m = -6$

13. $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때, $x \in X$ 인 임의의 x 에 대한 다음의 대응 중에서 함수가 아닌 것은?

① $x \rightarrow 1$

② $x \rightarrow |x|$

③ $x \rightarrow x^2 + 1$

④ $x \rightarrow 2x$

⑤ $x \rightarrow x^2 + x + 1$

해설

④ $f(-1) = -2$ 이므로 함숫값이 공역에 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

14. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

① $(f^{-1})^{-1} = f$

② $g \circ f \neq f \circ g$

③ $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

④ $f \circ f^{-1} = I$

⑤ $(g \circ f) \circ h = g \circ (f \circ h)$

해설

$$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \neq g^{-1} \circ f^{-1}$$

즉, 옳지 않은 것은 ③이다.

15. $\frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{x}{x-1}$ ② $\frac{x}{x-2}$ ③ $\frac{x-1}{x-2}$ ④ $\frac{x^2}{x-1}$ ⑤ $\frac{x^2}{x-2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}} &= \frac{\frac{(x+1)(x-1)+1}{x-1}}{\frac{(x-1)^2-1}{x-1}} \\ &= \frac{(x+1)(x-1)+1}{(x-1)^2-1} \\ &= \frac{x^2}{x^2-2x} = \frac{x^2}{x(x-2)} \\ &= \frac{x}{x-2}\end{aligned}$$

16. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로
주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.
 $\therefore 2 + (-3) = -1$

17. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?
- ① $\{4, 5\}$
 - ② $\{2, 4, 5, 6\}$
 - ③ $\{x \mid x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
 - ④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
 - ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \not\ni 4$

19. 자연수 k 의 양의 약수를 원소로 가지는 집합을 A_k 라고 할 때 다음 포함 관계가 옳은 것은?

① $A_{12} \subset A_4$

② $A_{12} \subset (A_{36} \cap A_{24})$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{18}$

④ $A_{3k} \subset A_{2k}$

⑤ $A_m \cap A_n = A_{mn}$

해설

① $A_4 \subset A_{12}$

③ $A_{18} \cup A_{36} = A_{36}$

④ A_{3k} 와 A_{2k} 는 서로 포함관계가 아님

20. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p: f(x) = 0, q: g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족하는 집합은?

- ① $P \cap Q$
- ② $P \cup Q$
- ③ $P - Q$
- ④ $Q - P$
- ⑤ $P^c \cup Q^c$

해설

조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족시키는 집합은 $\{x \mid f(x) = 0 \text{이고 } g(x) = 0\}$ 이므로
주어진 조건을 만족하는 집합은 $P \cap Q$

21. $f(x) = -x, g(x) = 1 - \frac{2}{x}$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를 $h(x) = (g^{-1} \circ f \circ g)(x)$ 로 정의 할 때, $(h \circ h)(x)$ 는 무엇인가?

- ① x
- ② $x + 1$
- ③ $x + 2$
- ④ $x + 3$
- ⑤ $x + 4$

해설

$$h = g^{-1} \circ f \circ g \text{ 에서}$$
$$h \circ h = (g^{-1} \circ f \circ g) \circ (g^{-1} \circ f \circ g)$$
$$= (g^{-1} \circ f \circ f \circ g)$$
$$(h \circ h)(x) = (g^{-1} \circ f \circ f \circ g)(x)$$
$$= (g^{-1} \circ (f \circ f))(g(x))$$
$$= g^{-1}((f \circ f)(g(x)))$$
$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = -f(x) = -(-x) = x \text{ 이므로 } (h \circ h)(x) = g^{-1}(g(x)) = x$$

22. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값은

$2x - 4 = 0$ 에서 $x = 2$

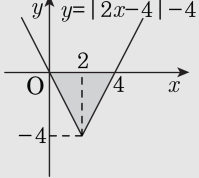
(i) $x < 2$ 일 때, $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

(ii) $x \geq 2$ 일 때, $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

따라서 (i), (ii)에 의하여

함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



23. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 모든 실수 x 에 대하여 $f(3g(x) + 4x + 6) = x$ 가 성립한다. 이 때, $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$f(3g(x) + 4x + 6) = x$ 에서
 $f^{-1}(x) = 3g(x) + 4x + 6$
이때, $f^{-1}(x) = g(x)$ 이므로
 $g(x) = 3g(x) + 4x + 6$
 $\therefore g(x) = -2x - 3$
한 편, $y = g(x)$ 로 놓고 $y = -2x - 3$ 을
 x 에 대하여 정리하면 $2x = -y - 3$ 에서
 $x = -\frac{1}{2}y - \frac{3}{2}$
여기서 x, y 를 서로 바꾸면
 $y = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$
 $\therefore f(x) = g^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$
 $\therefore f(3) + g(3) = -3 - 9 = -12$

24. 다항함수 $f(x) = \frac{x-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{x-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{x-c}{(c-a)(c-b)}$ 일 때, $f(2013)$ 의 값은?
- ① $a+b+c$ ② $a^2+b^2+c^2$ ③ $a^3+b^3+c^3$
④ $ab+bc+ca$ ⑤ 0

해설

주어진 식을 통분하면
(분자)
 $= \{(x-a)(b-c) + (x-b)(c-a) + (x-c)(a-b)\}$
 $= (b-c+c-a+a-b)x$
 $+ (-ab+ac-bc+ab-ca+cb) = 0$
 $\therefore f(x) = 0 \quad \therefore f(2013) = 0$

해설

주어진 식의 분모는 0이 아니므로
 a, b, c 는 서로 다른 수이고
 $f(a) = \frac{a-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-c}{(c-a)(c-b)}$
 $= \frac{-1}{b-c} + \frac{1}{b-c} = 0$
 $f(b) = \frac{b-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b-c}{(c-a)(c-b)}$
 $= \frac{-1}{a-c} + \frac{1}{a-c} = 0$
그런데 $f(x)$ 는 일차이하의 함수이고
 $f(a) = f(b) = 0$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = 0$ 이다.
 $\therefore f(2013) = 0$

25. $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 일 때, $\frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = k (\neq 0) \text{로 놓으면 } a = bk, b = ck$$

$$\therefore a = ck^2$$

$$\frac{(a-b)(b+c)}{(a+b)(b-c)} = \frac{(ck^2 - ck)(ck + c)}{(ck^2 + ck)(ck - c)}$$

$$= \frac{ck(k-1) \cdot c(k+1)}{ck(k+1) \cdot c(k-1)} = 1$$