

1. $\left\{ \frac{1}{n(n+1)} \right\}$ 의 제 10항은?

① $\frac{1}{10}$

② $\frac{1}{11}$

③ $\frac{1}{110}$

④ $\frac{1}{111}$

⑤ $\frac{1}{1010}$

해설

$$\frac{1}{10 \cdot 11} = \frac{1}{110}$$

2. 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $3n - 2$

② $3n - 1$

③ $3n$

④ $3n + 1$

⑤ $3n + 3$

해설

$$a_n = 1 + (n - 1) \cdot 3 = 3n - 2$$

3. 등차수열 10, 6, 2, -2, -6, ... 에서 공차를 d , 제 10항을 b 라 할 때, $b + d$ 의 값은?

① -10

② -20

③ -30

④ -40

⑤ -50

해설

공차는 -4이므로 $d = -4$

$$a_n = 10 + (n - 1)(-4) = -4n + 14$$

$$\therefore a_{10} = -4 \cdot 10 + 14 = -26 \text{ 에서 } b = -26$$

$$\therefore b + d = -26 + (-4) = -30$$

4. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

-4, (가), 10, (나), (다)

① 1, 12, 14

② 3, 17, 24

③ 3, 17, 20

④ 7, 17, 24

⑤ 7, 13, 16

해설

-4와 10의 등차중항은 $\frac{-4+10}{2} = 3$, 이 수열의 공차는 7이다.

따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 3, 17, 24이다.

5. 세 수 -17 , x , 1 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

x 는 -17 과 1 의 등차중항이므로

$$2x = -17 + 1 = -16 \quad \therefore x = -8$$

6. 첫째항이 -4 , 공차가 3 인 등차수열의 첫째항부터 제 17 항까지의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 340

해설

$$S_{17} = \frac{17 \{2 \cdot (-4) + (17 - 1) \cdot 3\}}{2} = \frac{680}{2} = 340$$

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 10항까지의 합 $S_{10} = 100$ 이고, 첫째항부터 제 20항까지의 합 $S_{20} = 200$ 일 때, $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

S_{10} 은 첫째항부터 제10까지의 합이고, S_{20} 은 첫째항부터 제20항까지의 합이므로

$$\begin{aligned} a_{11} + a_{12} + a_{13} + \cdots + a_{20} &= S_{20} - S_{10} \\ &= 200 - 100 = 100 \end{aligned}$$

8. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?

① $\{1, 6\} \subset \{1, 2, 4, 6\}$

② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$

③ $\{\emptyset\} \subset \{1\}$

④ $\{2, 4, 6, 8, 10\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

⑤ $\{1, 5\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$

해설

③ $\{\emptyset\} \not\subset \{1\}$

10. 두 수 48과 2 사이에 10개의 수 a_1, a_2, \dots, a_{10} 을 넣어 12개의 수 48, $a_1, a_2, \dots, a_{10}, 2$ 가 등차수열을 이루게 하였다. 이때, $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10}$ 의 값은?

① 200

② 250

③ 300

④ 350

⑤ 400

해설

첫째항이 48이고 제 12항이 2인 등차수열의 첫째항부터 제 12항까지의 합은 $\frac{12(48+2)}{2} = 300$ 이므로

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{10} = 300 - (48 + 2) = 300 - 50 = 250$$

11. 수열 $a, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, b, \dots$ 가 등차수열을 이룰 때, $a + b$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$$\text{공차를 } d \text{ 라 하면 } d = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$$

$$\therefore a = \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{1}{6}, b = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$$

12. 첫째항이 -25 , 공차가 3 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 9항

② 제 10항

③ 제 11항

④ 제 12항

⑤ 제 13항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -25 + (n - 1) \times 3 = 3n - 28$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$3n - 28 > 0, 3n > 28$$

$$\therefore n > \frac{28}{3} = 9.33\dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 10 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

13. 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{의 양의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cup X = X$, $B \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구한 것은?

① 2개

② 4개

③ 8개

④ 16개

⑤ 32개

해설

$B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이고, $A \cup X = X$, $B \cap X = X$ 이므로 X 는 B 의 부분집합이면서 1, 2, 4를 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

14. 전체집합 $U = \{1, 4, 6, 8, 9\}$ 의 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{1, 6\}$, $B - A = \{8\}$, $A^c \cap B^c = \{4\}$ 일 때, 집합 B^c 은?

① $\{1, 2\}$

② $\{1, 4\}$

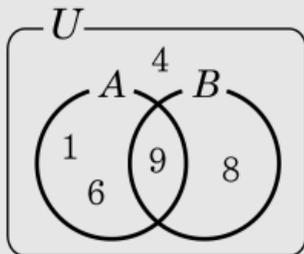
③ $\{1, 6\}$

④ $\{1, 4, 6\}$

⑤ $\{1, 6, 8\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B^c = \{1, 4, 6\}$ 이다.



15. $X = \{x \mid -1 \leq x \leq 2\}$, $Y = \{y \mid 0 \leq y \leq 3\}$ 일 때 함수 $f : X \rightarrow Y, y = ax + b (a < 0)$ 가 일대일 대응이 되는 상수 a, b 의 값의 합은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f(x) = ax + b$ 는 $a < 0$ 이므로 감소함수이다.

$\therefore x = -1$ 일 때, $f(x)$ 는 최대이고

$$-a + b = 3$$

$x = 2$ 일 때 $f(x)$ 는 최소이며

$$2a + b = 0 \text{ 두 식을 연립하면 } a = -1, b = 2$$

$$\therefore a + b = 1$$

16. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x) = x|x|$, $g(x) = 2x - 1$ 에 대하여, $(f^{-1} \circ g^{-1})(k) = -2$ 를 만족하는 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = -9$

해설

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(k) = -2 \text{ 이므로}$$

$$f^{-1}(g^{-1}(k)) = -2 \text{ 에서 } g^{-1}(k) = f(-2) = -4$$

$$\therefore k = g(-4) = -9$$

해설

$$(f^{-1} \circ g^{-1})(k) = -2 \Leftrightarrow (g \circ f)^{-1}(k) = -2$$

$$(g \circ f)(-2) = k, g(f(-2)) = g(-4) = -9$$

$$\therefore k = -9$$

17. 함수 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$y = 2|x - 1| - 2$$

(i) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x - 1) - 2 = -2x$

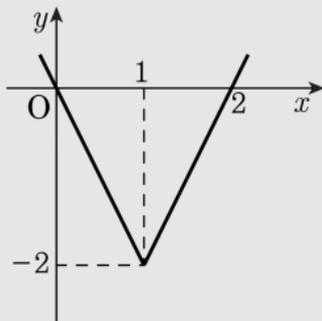
(ii) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2(x - 1) - 2 = 2x - 4$

따라서 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와

x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

다음 그림에서

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$$



18. $\frac{b}{a} = \frac{3}{2}$ 일 때, $\frac{a-b}{a+b}$ 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $-\frac{1}{5}$

③ $-\frac{1}{4}$

④ $-\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\frac{b}{a} = \frac{3}{2}, \quad 3a = 2b$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}b$$

$$(\text{준 식}) = \frac{\frac{2}{3}b - b}{\frac{2}{3}b + b} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{5}{3}} = -\frac{1}{5}$$

19. 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여 $a_1 = b_1, a_5 = b_7, b_{22} = 10$ 일 때, $a_k = 10$ 을 만족시키는 양의 정수 k 의 값은? (단, $a_1 \neq 10$)

① 12

② 14

③ 15

④ 21

⑤ 22

해설

$\{a_n\}$ 의 공차를 x , $\{b_n\}$ 의 공차를 y 라 하면

$$a_n = a_1 + (n-1)x$$

$$b_n = b_1 + (n-1)y$$

$$a_1 + 4x = b_1 + 6y$$

$$\therefore y = \frac{2}{3}x$$

$$b_{22} = b_1 + 21y = 10$$

$$a_k = a_1 + (k-1)x = 10$$

$$a_1 = b_1 \text{ 이므로 } a_1 = 10 - 21y$$

$$10 - 21y + (k-1)x = 10$$

$$y = \frac{2}{3}x \text{ 이므로}$$

$$10 - 14x + (k-1)x = 10$$

$$-14x + (k-1)x = 0$$

$$(k-15)x = 0$$

(i) $x \neq 0$ 일 때, $k = 15$

(ii) $x = 0$ 일 때 $y = 0$ 이므로 $b_{22} = \dots = b_1 = 10$

$$b_1 = a_1 \text{ 이므로 } a_1 = 10$$

그런데 $a_1 \neq 10$ 이 아니므로

$x = 0$ 이 될 수 없다.

$$\therefore k = 15$$

20. 10행 10열로 이루어진 표에 다음 그림과 같이 1, 3, 4, 6이 쓰여 있다. 이 표의 나머지 칸에는 모든 행과 모든 열이 각각 등차수열을 이루도록 숫자가 쓰인다고 할 때, 이 표에 있는 모든 숫자의 합은?

	제1열	제2열	...	제10열
제1행	1	3		
제2행	4	6		
⋮				
제10행				

- ① 2200 ② 2250 ③ 2300 ④ 2350 ⑤ 2400

해설

제 n 행의 수열의 합을 S_n 이라 하면

제1 행은 첫째항이 1, 공차가 2인 등차수열이므로

$$S_1 = \frac{10(2 \cdot 1 + 9 \cdot 2)}{2} = 100$$

따라서 수열 $\{S_n\}$ 은 첫째항이 100, 공차가 $3 \cdot 10 = 30$ 인 등차수열이므로

$$\begin{aligned} S_1 + S_2 + \cdots + S_{10} &= \frac{10(2 \cdot 100 + 9 \cdot 30)}{2} \\ &= 2350 \end{aligned}$$

21. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} = \frac{a}{100}, \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 101} = \frac{b}{101}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{99} \right) + \\ & \quad \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) = 1 - \frac{1}{100} \end{aligned}$$

$$= \frac{99}{100} = \frac{a}{100}$$

$$\therefore a = 99$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 101} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right) + \\ & \quad \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{101} \right) \end{aligned}$$

$$= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{101} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{101} = \frac{50}{101} = \frac{b}{101}$$

$$\therefore b = 50$$

$$\therefore a + b = 149$$

22. 12나 18로 나누어떨어지지 않는 세 자리의 자연수의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 439200

해설

구하는 총합을 S 라 하고, 세 자리의 자연수 중에서 12로 나누어 떨어지는 수의 총합을 S_{12} , 18로 나누어떨어지는 수의 총합을 S_{18} , 36으로 나누어떨어지는 수의 총합을 S_{36} 이라고 하면 $S =$ (세 자리의 자연수의 총합)

$$- (S_{12} + S_{18} - S_{36}) \text{ 이다.}$$

이때, 세 자리의 자연수의 총합은

$$100 + 101 + \cdots + 999 = \frac{900(100 + 999)}{2} = 494550 \text{ 이고}$$

$$\begin{aligned} S_{12} &= 12 \cdot 9 + 12 \cdot 10 + \cdots + 12 \cdot 83 \\ &= \frac{75(108 + 996)}{2} = 41400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{18} &= 18 \cdot 6 + 18 \cdot 7 + \cdots + 18 \cdot 55 \\ &= \frac{50(108 + 990)}{2} = 27450 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S_{36} &= 36 \cdot 3 + 36 \cdot 4 + \cdots + 36 \cdot 27 \\ &= \frac{25(108 + 972)}{2} = 13500 \end{aligned}$$

이므로 구하는 총합 S 는

$$494550 - (41400 + 27450 - 13500) = 439200$$

23. 첫째항이 -10 , 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \dots + |a_{11}|$ 의 값은?

① 60

② 70

③ 80

④ 90

⑤ 100

해설

$$\begin{aligned} a_n &= -10 + (n-1) \cdot 2 \\ &= 2n - 12 \end{aligned}$$

$$a_n = 2n - 12 = 0, \quad \therefore n = 6$$

즉, $a_1 \sim a_5$ 는 음수, $a_6 = 0$,

$a_7 \sim a_{11}$ 은 양수이다.

따라서

$$\begin{aligned} |a_1| + \dots + |a_5| &= \left| \frac{5 \{ 2 \cdot (-10) + 4 \cdot 2 \}}{2} \right| \\ &= 30 \end{aligned}$$

$$a_7 = -10 + 6 \cdot 2 = 2$$

$$a_{11} = -10 + 10 \cdot 2 = 10$$

$$\therefore |a_7| + \dots + |a_{11}| = \frac{5 \cdot (2 + 10)}{2} = 30$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = 30 + 0 + 30 = 60$$

24. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3$, $2S_n = (2n+1)a_{n+1}$ 으로 정의될 때, S_{10} 의 값은?
(단, $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$)

① 15

② 17

③ 19

④ 21

⑤ 23

해설

$$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n \text{ 이므로 } 2S_n = (2n+1)(S_{n+1} - S_n)$$

$$(2n+1)S_{n+1} = (2n+3)S_n \text{ 에서 } S_{n+1} = \frac{2n+3}{2n+1}S_n$$

$$S_2 = \frac{5}{3}S_1, S_3 = \frac{7}{5}S_2, S_4 = \frac{9}{7}S_3, \dots, S_n = \frac{2n+1}{2n-1}S_{n-1} \text{ 을}$$

변끼리 곱하면

$$S_n = \frac{5}{3} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{9}{7} \cdots \frac{2n+1}{2n-1} S_1$$

$$\therefore S_n = 2n+1$$

$$\therefore S_{10} = 21$$

25. 실수 x 에 대하여, 분수식 $\frac{x^4 + 3x^2 + 6}{x^2 + 1}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{x^4 + 3x^2 + 6}{x^2 + 1}$$

$$= \frac{(x^2 + 1)(x^2 + 2)}{(x^2 + 1)} + \frac{4}{(x^2 + 1)}$$

$$= (x^2 + 1) + \frac{4}{(x^2 + 1)} + 1$$

$x^2 + 1 > 0$ 이므로,

$$(x^2 + 1) + \frac{4}{(x^2 + 1)} \geq 2 \cdot \sqrt{(x^2 + 1) \cdot \frac{4}{(x^2 + 1)}} = 4$$

$$\therefore (x^2 + 1) + \frac{4}{(x^2 + 1)} + 1 \geq 4 + 1 = 5$$