

1. 첫째항이 12, 공차가 -7 인 등차수열의 일반항 a_n 을 구하면?

① $-7n + 19$

② $-7n - 7$

③ $-7n - 12$

④ $7n - 5$

⑤ $7n + 12$

해설

$$a_n = 12 + (n - 1) \cdot (-7) = -7n + 19$$

2. 등차수열 $10, 6, 2, -2, -6, \dots$ 에서 공차를 d , 제 10 항을 b 라 할 때, $b + d$ 의 값은?

① -10 ② -20 ③ -30 ④ -40 ⑤ -50

해설

공차는 -4 이므로 $d = -4$

$$a_n = 10 + (n - 1)(-4) = -4n + 14$$

$$\therefore a_{10} = -4 \cdot 10 + 14 = -26 \text{ 에서 } b = -26$$

$$\therefore b + d = -26 + (-4) = -30$$

3. 다음 수열이 등차수열을 이루도록 (가)~(다)에 들어갈 알맞은 수를 순서대로 나열한 것은?

보기

-4, (가), 10, (나), (다)

- ① 1, 12, 14
- ② 3, 17, 24
- ③ 3, 17, 20
- ④ 7, 17, 24
- ⑤ 7, 13, 16

해설

-4와 10의 등차중항은 $\frac{-4+10}{2} = 3$, 이 수열의 공차는 7이다.
따라서 (가), (나), (다)에 들어갈 수는 3, 17, 24이다.

4. 세 수 4, x , -6 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

x 는 4와 -6 의 등차중항이므로
 $2x = 4 + (-6) = -2 \quad \therefore x = -1$

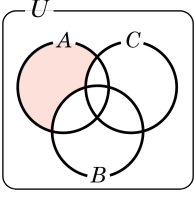
5. 첫째항이 $\frac{7}{4}$, 공차가 $\frac{3}{4}$ 인 등차수열의 첫째항부터 제 17항까지의 합은?

- ① $\frac{167}{4}$ ② $\frac{235}{4}$ ③ $\frac{527}{4}$ ④ $\frac{1105}{4}$ ⑤ $\frac{1054}{4}$

해설

$$\text{구하는 합을 } S_{17} = \frac{17 \left\{ 2 \cdot \frac{7}{4} + (17-1) \cdot \frac{3}{4} \right\}}{2} = \frac{527}{4}$$

6. 다음 벤 다이어그램에서 어두운 부분을 나타내는 집합은? (단, U 는 전체집합, X^c 는 X 의 여집합을 나타낸다.)



- ① $A \cap (B \cup C)^c$ ② $A \cup (B \cup C)^c$
③ $A \cap (B^c \cap C)^c$ ④ $A \cap (B^c \cap C^c)^c$
⑤ $A \cap (B^c \cup C^c)^c$

해설

각각 벤다이어그램을 그려서 확인하면 된다. 모두 그려서 확인하지 않고 주어진 벤다이어그램을 보고 그에 맞는 집합의 연산을 생각해 보면 색칠한 부분은 $A - (B \cup C)$ 임을 알 수 있고 $A - (B \cup C) = A \cap (B \cup C)^c$ 이다.

7. 등차수열 $11, a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}, 213$ 에서 공차는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$b_1 = 2, b_2 = a_1, b_3 = a_2, \dots, b_{101} = a_{100},$$

$$b_{102} = 213$$

$$b_{102} = 213 = 11 + (102 - 1) \cdot d$$

$$101d = 202$$

$$d = 2$$

8. 첫째항이 -25 , 공차가 3 인 등차수열에서 처음으로 양수가 되는 항은?

① 제 9 항

② 제 10 항

③ 제 11 항

④ 제 12 항

⑤ 제 13 항

해설

주어진 수열의 일반항을 a_n 이라 하면

$$a_n = -25 + (n-1) \times 3 = 3n - 28$$

이때, $a_n > 0$ 을 만족시키는 n 은

$$3n - 28 > 0, \quad 3n > 28$$

$$\therefore n > \frac{28}{3} = 9.33 \dots$$

따라서 자연수 n 의 최솟값은 10 이므로 처음으로 양수가 되는 항은 제10항이다.

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$a_{10} = S_{10} - S_9$$

$$S_{10} = 10^2 + 20 - 1 = 119,$$

$$S_9 = 9^2 + 18 - 1 = 98$$

$$\therefore a_{10} = 119 - 98 = 21$$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A^c \cap B) \cup (A \cap B^c) = \emptyset$ 의 관계가 성립하면, A 와 B 의 포함 관계는?

① $A \subset B$

② $B \subset A$

③ $A = B$

④ $A^c = B$

⑤ $A = B^c$

해설

$A \cap B^c = A - B$ 이므로 $(B - A) \cup (A - B) = \emptyset$
 $\therefore B - A = \emptyset, A - B = \emptyset$ ($\because (B - A)$ 와 $A - B$ 는 서로소)
 $\therefore B \subset A, A \subset B$ 즉 $A = B$

11. 전체집합 $U = \{a, b, c, d, e\}$ 의 두 부분집합 $A = \{a, b, e\}, B = \{b, c\}$ 에 대하여 $(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▶ 정답 : 4 개

해설

$(A \cup B)^c = \{d\}, (A - B)^c = \{b, c, d\}$
 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{d\} \subset X \subset \{b, c, d\}$ 이다.
따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

12. $a > 1$ 일 때, $a + \frac{4}{a-1}$ 의 최솟값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$a + \frac{4}{a-1} = a-1 + \frac{4}{a-1} + 1$$

산술기하조건을 이용하면

$$a-1 + \frac{4}{a-1} \geq 2\sqrt{(a-1) \times \frac{4}{a-1}} = 4$$

$\therefore$ 최솟값은 $4+1=5$

13. 1보다 큰 자연수 x 에 대하여 $f(x) = \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$ 로 정의 할 때, $f(25)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$$f(x) = \frac{x - \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{\frac{x^2 - 1}{x}}{\frac{x - 1}{x}} = x + 1$$

$$\therefore f(25) = 26$$

14. 함수 $y = (x - 2)^2 - 1 (x \leq 2)$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \sqrt{x - 1} + 2 (x \geq 1)$

② $y = \sqrt{x + 1} + 2 (x \geq -1)$

③ $y = -\sqrt{x + 1} + 2 (x \geq -1)$

④ $y = -\sqrt{x + 1} - 2 (x \geq -1)$

⑤ $y = -\sqrt{x - 1} + 2 (x \geq 1)$

해설

$$y = (x - 2)^2 - 1 \quad (x \leq 2, y \geq -1)$$

$$\text{역함수 } x = (y - 2)^2 - 1 \quad (y \leq 2, x \geq -1)$$

$$x + 1 = (y - 2)^2$$

$$y = 2 \pm \sqrt{x + 1}$$

$$y \leq 2 \text{ 이므로, } y = -\sqrt{x + 1} + 2$$

$$\therefore y = -\sqrt{x + 1} + 2 \quad (x \geq -1)$$

15. $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a-b-\frac{1}{b}$ 의 값은?

- ① -2 ② $-\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

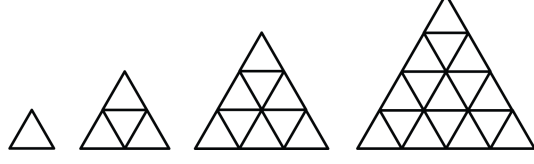
$$\begin{aligned}\sqrt{19-8\sqrt{3}} &= \sqrt{19-2\sqrt{48}} \\ &= 4-\sqrt{3} \\ &= 4-1.\times\times\times \\ &= 2.\times\times\times\end{aligned}$$

정수 부분 $a=2$,

소수 부분 $b=4-\sqrt{3}-2=2-\sqrt{3}$

$$\begin{aligned}a-b-\frac{1}{b} &= 2-(2-\sqrt{3})-\frac{1}{2-\sqrt{3}} \\ &= 2-2+\sqrt{3}-(2+\sqrt{3})=-2\end{aligned}$$

16. 정삼각형 모양의 타일을 이용하여 다음 그림과 같이 각 변의 길이가 처음 삼각형의 한 변의 길이의 2배, 3배, 4배, ... 인 정삼각형 모양을 계속하여 만든다. 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 6 배인 정삼각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수는?



- ① 30개 ② 32개 ③ 34개 ④ 36개 ⑤ 38개

해설

타일의 개수를 $\{a_n\}$ 이라 하면

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 9$$

$\vdots$

$$\therefore a_n = n^2$$

$$\therefore a_6 = 36$$

17. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 공차가 각각 2, 3인 등차수열일 때, 수열 $\{a_n + b_n\}$ 의 공차는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot 2$$

$$b_n = b_1 + (n - 1) \cdot 3$$

$$a_n + b_n = a_1 + b_1 + (n - 1) \cdot 5$$

$$\therefore \text{공차} = 5$$

18. 첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열은 첫째항부터 제 몇 항까지의 합이 처음 음수가 되는가?

① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

해설

첫째항이 45이고, 공차가 -4인 등차수열의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은

$$\frac{n\{2 \cdot 45 + (n-1) \cdot (-4)\}}{2} = n(47-2n)$$

$$n(47-2n) < 0 \text{에서 } n < 0 \text{ 또는 } n > \frac{47}{2}$$

$$n > 0 \text{이므로 } n > \frac{47}{2} = 23.5$$

따라서 주어진 수열은 첫째항부터 제 24항까지의 합이 처음으로 음수가 된다.

19. 첫째 날에 100 원, 둘째 날에 110 원, 셋째 날에 120 원 ... 과 같이 매일 10 원씩 늘려 30 일간 저금통에 넣으면 적립한 총액은?

① 6450 ② 7350 ③ 7450 ④ 8250 ⑤ 8450

해설

$$a = 100, d = 10$$

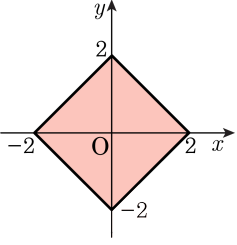
$$S_{30} = \frac{30 \{2 \times 100 + (30 - 1) \cdot 10\}}{2} = 7350$$

20. $|x| + |y| = 2$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는?

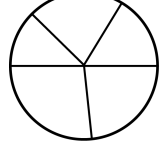
- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$|x| + |y| = 2$ 의 그래프는
 $x + y = 2$ 의 그래프에서
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을
각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭 이
동한 것이므로 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 도형의 넓이는 $4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 =$
8



21. 그림과 같이 반지름의 길이가 15인 원을 5개의 부채꼴로 나누었더니 부채꼴의 넓이가 작은 것부터 차례로 등차수열을 이루었다. 가장 큰 부채꼴의 넓이가 가장 작은 부채꼴의 넓이의 2배일 때, 가장 큰 부채꼴의 넓이는 $k\pi$ 이다. 이때, k 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

5개의 부채꼴의 넓이를 작은 것부터 차례로 $a-2d, a-d, a, a+d, a+2d(d>0)$ 라 하면
5개의 부채꼴의 넓이의 합은 원의 넓이이므로
 $5a = 15^2\pi \quad \therefore a = 45\pi$
또, 주어진 조건부로부터

$$a+2d = 2(a-2d) \text{에서 } d = \frac{a}{6} = \frac{15\pi}{2}$$

따라서 가장 큰 부채꼴의 넓이는

$$a+2d = 45\pi + 2 \cdot \frac{15}{2}\pi = 60\pi \quad \therefore k = 60$$

22. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{10} = 60$, $a_{11} + a_{12} + \cdots + a_{20} = 260$ 일 때, $a_{21} + a_{22} + \cdots + a_{30}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 460

해설

$$S_{10} = \frac{10(2a + 9d)}{2} = 60$$

$$S_{20} = \frac{20(2a + 19d)}{2} = 260 + 60$$

$$\begin{cases} 2a + 9d = 12 \\ 2a + 19d = 32 \end{cases}$$

$$10d = 20$$

$$d = 2, a = -3$$

$$\therefore S_{30} - S_{20} = \frac{30\{2 \cdot (-3) + 29 \cdot 2\}}{2} - 320$$

$$= 460$$

23. 12와 18로 나누어떨어지는 세 자리의 자연수의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13500

해설

12와 18로 나누어떨어지는 수는 12와 18의 최소공배수인 36으로 나누어떨어지는 수이므로 $36n$ (n 은 자연수)의 꼴이다.

이때, $100 \leq 36n \leq 1000$ 이므로

$$2.\times\times \leq n \leq 27.\times\times$$

$$\therefore n = 3, 4, 5, \cdots, 27$$

$$n = 3 \text{ 일 때, } 36n = 108$$

$$n = 27 \text{ 일 때, } 36n = 972 \text{ 이므로}$$

조건을 만족하는 수열은 첫째항이 108, 끝항이 972, 항수가 $27 - 2 = 25$ 인 등차수열을 이룬다.

따라서 구하는 총합은

$$\frac{25(108 + 972)}{2} = 13500$$

24. 두 함수 $f(x) = \sqrt{2(x-1)}$, $g(x) = x+k$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $f(x) \leq g(x)$ 이면 $k \geq -\frac{1}{2}$ 이다.
- ㉡ $k = \frac{1}{8}$ 이면 x 에 대한 방정식 $f(x) - g(x) = 0$ 의 해는 0 개이다.
- ㉢ $k < -1$ 이면 x 에 대한 방정식 $f(x) - g(x) = 0$ 의 해는 양수이다.

- ① ㉠
- ② ㉠, ㉡
- ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

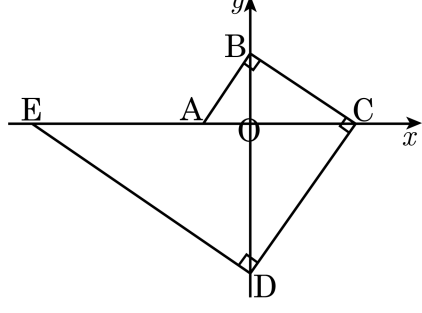
해설

㉠ : $\sqrt{2(x-1)} \leq x+k$
 $x^2 + 2(k-1)x + k^2 + 2 \geq 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
 $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (k^2 + 2) \leq 0$
 $k \geq -\frac{1}{2} \cdots$ 참

㉡ : ㉠에서 $k = \frac{1}{8}$ 이면
 $\frac{D}{4} < 0 \quad \therefore$ 해는 0개 .. 참

㉢ : ㉠에서 두근의 합이 $-2(k-1)$ 로 $k < -1$ 이면 양수이고,
 $\frac{D}{4} > 0$ 이므로 2개의 실근을 가지므로 참이다.

25. 그림과 같이 좌표축 위의 다섯 개의 점 A, B, C, D, E에 대하여 $\overline{AB} \perp \overline{BC}$, $\overline{BC} \perp \overline{CD}$, $\overline{CD} \perp \overline{DE}$ 가 성립한다. 세 선분 $\overline{AO}$, $\overline{OC}$, $\overline{EA}$ 의 길이가 순서대로 등차수열을 이룰 때, 직선 AB의 기울기는? (단, O는 원점이고 $\overline{OA} < \overline{OB}$ 이다.)



- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

점 A의 좌표를 $(-1, 0)$ 이라 놓고 풀어도 일반성을 잃지 않는다. 직선 AB의 기울기를 m 이라 하면, 점 B의 좌표는 $(0, m)$, 점 C의 좌표는 $(m^2, 0)$, 점 D의 좌표는 $(0, -m^3)$, 점 E의 좌표는 $(-m^4, 0)$ 이다. 그런데 $\overline{AO}$, $\overline{OC}$, $\overline{EA}$ 가 이순서대로 등차수열을 이루므로

$$2\overline{OC} = \overline{AO} + \overline{EA}$$

$$\text{즉, } 2m^2 = 1 + (m^4 - 1)$$

$$\text{따라서 } m^4 = 2m^2 \text{에서 } m > 0 \text{이므로 } m = \sqrt{2}$$