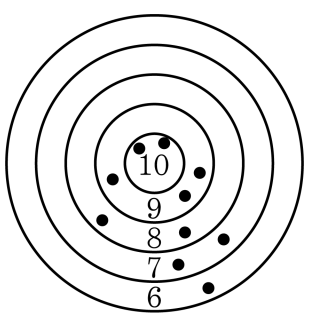
1. 다음 그림과 같이 10 점부터 6 점까지 쓰여진 과녁에 영수가 10 발의 사격을 하였다. 영수가 받은 점수 중 중앙값과 최빈값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 중앙값 : 8.5

▷ 정답: 최빈값 : 9

해설

크기순으로 나열하면 $10, 10, 9, 9, 9, 8, 8, 7, 7, 6$ 이므로 중앙값은 $\frac{8+9}{2} = 8.5$ 이고 최빈값은 9 이다.

2. 다음 주머니에 들어있는 카드에 쓰여진 숫자들의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

(평균)$=\frac{\{(\text{변량})\text{의 총합}\}}{\{(\text{변량})\text{의 개수}\}}$ 이므로

$\frac{3+4+5+6+7}{5}=\frac{25}{5}=5$ 이다.

3. 다음 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은?

① 1, 3, 1, 3, 1, 1, 1, 1
② 2, 4, 2, 4, 2, 4, 2, 4
③ 2, 4, 2, 4, 2, 4, 4, 4
④ 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1
⑤ 1, 3, 1, 3, 1, 3, 1, 3

해설

표준편차는 자료가 흩어진 정도를 나타내므로 주어진 자료들 중에서 표준편차가 가장 작은 것은 ④이다.

4. 다음 표는 정미의 5 회에 걸친 수학 시험의 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산을 구하여라.

회차	1회	2회	3회	4회	5회
점수(점)	85	87	83	90	80

▶ 답:

▷ 정답: 분산 : 11.6

해설

평균은 85 점이다. 따라서 각 횟수에 따른 편차를 구해보면 0, 2, -2, 5, -5 이다.

분산$= \dfrac{(\text{편차}^2\text{의 합})}{\text{도수}}$

이므로 $\dfrac{0+4+4+25+25}{5} = 11.6$ 이다.

5. n 개의 변량 x_1, x_2, x_3, x_4, … , x_n 의 평균이 4 이고 표준편차가 3 일 때, 변량 $3x_1$, $3x_2$, $3x_3$, … , $3x_n$ 의 평균과 표준편차를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 12

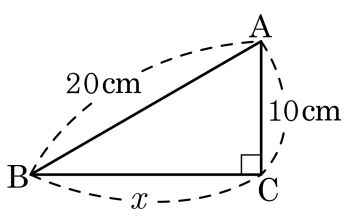
▷ 정답 : 표준편차 : 9

해설

(평균) $= 3 \cdot 4 = 12$

(표준편차) $= |3|3 = 9$

6. 다음 직각삼각형 ABC 에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $10\sqrt{3}$ cm

해설

$x = \sqrt{20^2 - 10^2}$
$= \sqrt{400 - 100}$
$= \sqrt{300}$
$= 10\sqrt{3}(\text{cm})$

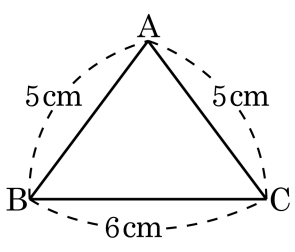
7. 세 변의 길이가 $(x+3)\,\mathrm{cm}$, $(x-1)\,\mathrm{cm}$, $(x-5)\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되는 x 의 값은?

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(x+3)^2=(x-1)^2+(x-5)^2$
$x^2+6x+9=x^2-2x+1+x^2-10x+25$
$x^2-18x+17=0$, $(x-1)(x-17)=0$
따라서 $x=1$ 또는 $x=17$
$x>5$ 이므로 $x=17$

8. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = 5\text{cm}$ 이고, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 이등변삼각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\underline{\text{cm}^2}$

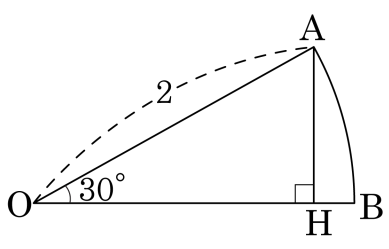
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BC}$ 를 기준으로 한 높이를 h 라고 하면,

$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$

넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림은 반지름의 길이가 2 이고, 중심각의 크기가 30° 인 부채꼴 OAB 이다. $\overline{AH} \perp \overline{OB}$ 일 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $2 - \sqrt{3}$

해설

$\overline{OH} = \sqrt{3}$, $\overline{OB} = 2$ 이므로
$\overline{BH} = 2 - \sqrt{3}$

10. 한 모서리의 길이가 24cm 인 정사면체의 부피를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\text{cm}^3}$

▷ 정답 : $1152\sqrt{2}\underline{\text{cm}^3}$

해설

$(\text{부피}) = \frac{\sqrt{2}}{12} \times 24^3 = 1152\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

11. 양궁선수 A 는 5 회의 시합을 통하여 활을 쏜 기록의 평균을 9 점이 되게 하고 싶다. 4 회까지의 기록의 평균이 8.75 점 일 때, 5 회에는 몇 점을 받아야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 10 점

해설

4 회까지의 평균이 8.75 점 이므로 4 회 시합까지의 총점은
$8.75 \times 4 = 35$(점)
5 회 째의 기록을 x 점이라고 하면
$\frac{35+x}{5} = 9$, $35 + x = 45$ $\therefore$ $x = 10$
따라서 10 점을 받으면 평균 9 점이 될 수 있다.

12. 다음 표는 A, B, C, D, E 다섯 반의 학생들의 음악 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 학생들 간의 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

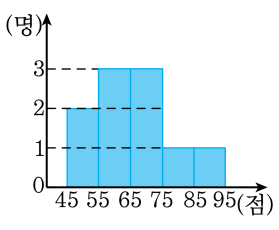
이름	A	B	C	D	E
평균(점)	72	85	83	77	81
표준편차(점)	1.6	2.1	1.5	2.4	1.1

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은 표준편차가 가장 작은 E이다.

13. 다음은 A 반 1 분단 학생들의 기말고사 수학 성적을 조사하여 나타낸 히스토그램이다. 학생들 10 명의 수학 성적의 분산은?



① 108 ② 121 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

해설

주어진 히스토그램을 이용하여 도수분포표로 나타내면 다음과 같다.

계급값	도수	(계급값)×(도수)
50	2	100
60	3	180
70	3	210
80	1	80
90	1	90
계	12	660

학생들의 수학성적의 평균은

(평균)

$= \dfrac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$

$= \dfrac{660}{10} = 66(\text{점})$

따라서 구하는 분산은

$\dfrac{1}{10}\{(50-66)^2 \times 2 + (60-66)^2 \times 3 + (70-66)^2 \times 3 + (80-66)^2 \times 1 + (90-66)^2 \times 1\}$

$= \dfrac{1}{10}(512 + 108 + 48 + 196 + 576) = 144$ 이다.

14. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	3
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	3
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	1
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	1
합계	8

① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

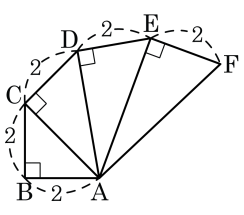
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle AEF$ 의 둘레의 길이는?



① $6+2\sqrt{5}$ ② $5+2\sqrt{5}$

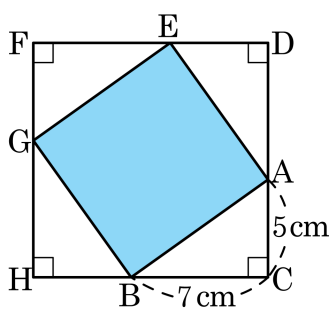
③ $4+2\sqrt{5}$ ④ $3+2\sqrt{5}$

⑤ $2+2\sqrt{5}$

해설

$\overline{AE} = \sqrt{2^2+2^2+2^2+2^2} = 4$,
$\overline{AF} = \sqrt{4^2+2^2} = 2\sqrt{5}$
따라서 $\triangle AEF$ 의 둘레를 구하면 $4+2+2\sqrt{5} = 6+2\sqrt{5}$ 이다.

16. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



① $71\,\mathrm{cm}^2$ ② $72\,\mathrm{cm}^2$ ③ $73\,\mathrm{cm}^2$

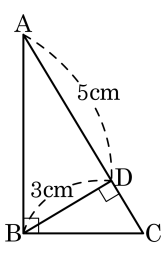
④ $74\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $75\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{7^2+5^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$

□BAEG $= (\sqrt{74})^2 = 74\ (\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BD} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $\frac{2\sqrt{23}}{5}$ ② $\frac{3\sqrt{23}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{34}}{5}$
④ $\frac{4\sqrt{34}}{5}$ ⑤ $\frac{18}{5}$

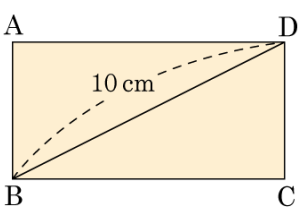
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD^2} = \overline{AD} \cdot \overline{CD}$

$\overline{CD} = \frac{3^2}{5} = \frac{9}{5}(\text{cm})$

$x = \sqrt{3^2 + \left(\frac{9}{5}\right)^2} = \frac{3\sqrt{34}}{5}$

18. 다음 직사각형 ABCD 에서 가로의 길이는 세로의 길이의 2 배이다. 대각선의 길이가 10 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

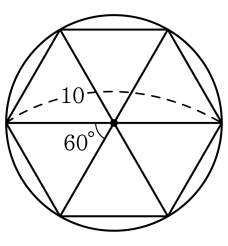


① $4\sqrt{5}$ cm ② $2\sqrt{5}$ cm ③ $5\sqrt{2}$ cm
④ $8\sqrt{5}$ cm ⑤ $3\sqrt{5}$ cm

해설

세로의 길이를 x cm라고 하면
$\sqrt{x^2+(2x)^2}=10$
$5x^2=100$
$x=2\sqrt{5}$ cm
따라서 가로의 길이는 $2x=4\sqrt{5}$ cm이다.

19. 지름이 10인 원 안에, 다음과 같이 정육각형이 내접해 있다. 이때, 정육각형의 넓이는?



① $\frac{71\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{73\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{75\sqrt{3}}{2}$
④ $\frac{77\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\frac{79\sqrt{3}}{2}$

해설

(정육각형의 넓이) = (정삼각형의 넓이) × 6 이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times 25 \times 6 = \frac{75\sqrt{3}}{2}$

20. 두 점 A$(a,\ 4)$, B$(-7,\ b)$의 중점의 좌표가 $(-1,\ 5)$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

① $\sqrt{37}$ ② $2\sqrt{37}$ ③ $4\sqrt{37}$
④ $\dfrac{3\sqrt{37}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{37}}{2}$

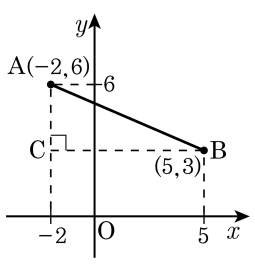
해설

$\overline{AB}$ 의 중점은 $\left(\dfrac{a-7}{2},\ \dfrac{4+b}{2}\right) = (-1,\ 5)$ 이므로 $a = 5,\ b = 6$

A$(5,\ 4)$, B$(-7,\ 6)$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{(5+7)^2 + (4-6)^2} = \sqrt{144+4} = 2\sqrt{37}$

21. 아래 그림을 보고 옳지 <u>못한</u> 것을 찾으면?



① 점 C 의 좌표는 $(-2,\ 3)$ 이다.

② 선분 AC 의 길이는 $6-3=3$ 이다.

③ 선분 CB 의 길이는 $5-(-2)=7$ 이다.

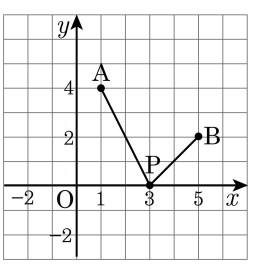
④ 선분 AO 의 길이는 $4\sqrt{3}$ 이다.

⑤ 선분 AB 의 길이는 $\sqrt{58}$ 이다.

해설

선분 AO 의 길이는 $2\sqrt{10}$ 이다.

22. 좌표평면 위의 두 점 A(1, 4), B(5, 2) 와 x 축 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최솟값을 구하면?



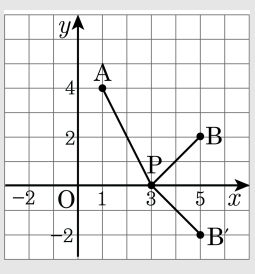
① $\sqrt{13}$ ② 2 ③ 3

④ $2\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{13}$

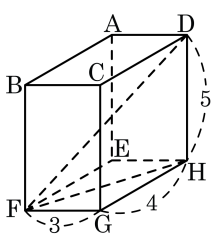
해설

점 B 를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면 B′(5, −2), $\overline{AP}+\overline{BP}$ 의 최단 거리= $\overline{AB'}$

$\therefore \overline{AB'} = \sqrt{4^2+6^2} = 2\sqrt{13}$ 이다.



23. 다음 그림과 같은 직육면체에서 삼각형 DFH 의 둘레의 길이를 구하여라.



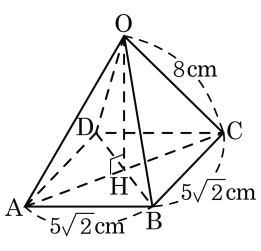
▶ 답:

▷ 정답: $10+5\sqrt{2}$

해설

$\overline{FH} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$
$\overline{FD} = \sqrt{3^2+4^2+5^2} = 5\sqrt{2}$ 이므로
삼각형 DFH 의 둘레의 길이는 $10+5\sqrt{2}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $5\sqrt{2}$cm 인 정사각형이고 옆면의 모서리는 8cm 인 사각뿔이 있다. 이 사각뿔의 높이와 부피를 각각 바르게 구한 것은?



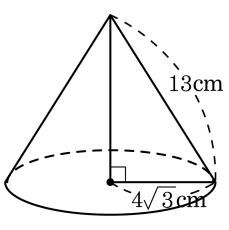
① $\sqrt{39}$cm, $\frac{5\sqrt{39}}{3}$cm^3
② $3\sqrt{13}$cm, $50\sqrt{39}$cm^3
③ $\sqrt{39}$cm, $\frac{50\sqrt{39}}{3}$cm^3
④ $\sqrt{39}$cm, $50\sqrt{39}$cm^3
⑤ $3\sqrt{13}$cm, $\frac{50\sqrt{39}}{3}$cm^3

해설

밑면이 정사각형이므로 밑면의 대각선의 길이는 10cm 가 된다.
$\overline{CH}$ 는 대각선길이의 반이므로
$\overline{OH} = \sqrt{8^2 - 5^2} = \sqrt{39}$(cm)

$V = \frac{1}{3} \times \left(5\sqrt{2}\right)^2 \times \sqrt{39} \times = \frac{50\sqrt{39}}{3}$(cm^3)

25. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$ 이고 모선의 길이가 $13\,\text{cm}$ 인 원뿔의 부피는?



① $44\pi\,\text{cm}^3$ ② $88\pi\,\text{cm}^3$

③ $176\pi\,\text{cm}^3$ ④ $352\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $528\pi\,\text{cm}^3$

해설

원뿔의 높이 $h = \sqrt{13^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{169 - 48} = \sqrt{121} = 11(\,\text{cm})$ 이다.

따라서 $V = \frac{1}{3} \times (4\sqrt{3})^2 \times \pi \times 11 = 176\pi(\,\text{cm}^3)$ 이다.

26. 다음 그림은 반지름의 길이가 5cm 인 구이다. 구의 중심 O 로부터 4cm 거리에 있는 평면에 의해서 잘린 단면의 넓이를 구하여라.

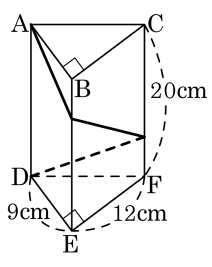
① $\sqrt{41}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $9\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $3\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $41\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $6\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

(단면 원의 반지름) $= \sqrt{5^2 - 4^2} = 3(\mathrm{cm})$ 이므로
(원의 넓이) $= \pi \times 3^2 = 9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

27. 다음 삼각기둥은 밑면이 직각삼각형이고 직각을 낀 두 변의 길이가 9cm, 12cm 이다. 높이가 20cm 인 이 도형의 꼭짓점 A 에서 실을 감아 모서리 BE, CF 를 거쳐 꼭짓점 D 에 이르는 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{106}$ cm

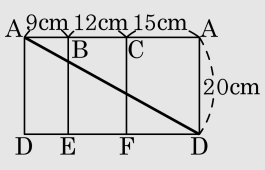
해설

$\overline{DF} = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$

$\overline{AD} = \sqrt{20^2 + (9+12+15)^2}$

$= \sqrt{400 + 1296} = \sqrt{1696}$

$= 4\sqrt{106}(\text{cm})$



28. 다음 표는 정수가 올해 시험을 쳐서 받은 수학점수이다. 평균이 80 점, 분산이 $\frac{146}{7}$ 일 때, 4 월과 7 월 시험성적을 구하여라. (단, 4 월 보다 7 월 시험 성적이 더 우수하다.)

월	3	4	5	6	7	8	9
점수(점)	72	a	80	84	b	81	86

▶ 답: 점

▶ 답: 점

▷ 정답: 4 월 시험 성적 : 75 점

▷ 정답: 7 월 시험 성적 : 82 점

해설

$\frac{72+a+80+84+b+81+86}{7} = 80$,

$a+b=157$ 이다.

$\frac{64+(a-80)^2+0+16+(b-80)^2+1+36}{7} = \frac{146}{7}$,

$(a-80)^2+(b-80)^2=29$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $a=75$, $b=82$ 이다.

29. 네 개의 변량 4, 6, a, b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a, b의 평균이 5이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4}=5,\ a+b+10=20$$

$$\therefore\ a+b=10\cdots㉠$$

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2+(6-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4}=3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4}=3$$

$$a^2+b^2-10(a+b)+52=12$$

$$\therefore\ a^2+b^2-10(a+b)=-40\cdots㉡$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore\ a^2+b^2=10(a+b)-40=10\times10-40=60$$

30. 3개의 변량 x, y, z의 변량 x, y, z의 평균이 8, 표준편차가 5일 때, 변량 $2x, 2y, 2z$의 평균이 m, 표준편차가 n이라 한다. 이 때, $m+n$의 값은?

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

해설

x, y, z의 평균과 표준편차가 $8, 5$이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 8$$

$$\frac{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2}{3} = 5^2 = 25$$

이 때, $2x, 2y, 2z$의 평균은

$$m = \frac{2x+2y+2z}{3} = \frac{2(x+y+z)}{3} = 2 \cdot 8 = 16$$

분산은

$$m^2 = \frac{(2x-16)^2+(2y-16)^2+(2z-16)^2}{3}$$

$$= \frac{4\{(x-8)^2+(y-8)^2+(z-8)^2\}}{3}$$

$$= 4 \cdot 25 = 100$$

$$n = \sqrt{100} = 10$$

$$\therefore m+n = 16+10 = 26$$

31. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	2

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

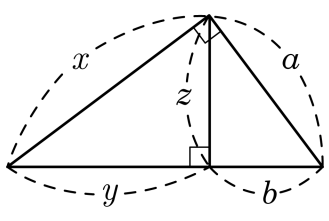
$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$
$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회) 이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$
$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

32. 다음 중 옳은 것은?



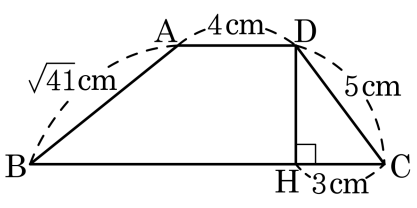
① $x+a=y+b$ ② $y^2+z^2=a^2$ ③ $a^2-z^2=b^2$

④ $x-a=y-b$ ⑤ $x\times z=a\times z$

해설

피타고라스 정리에 따라 $z^2+b^2=a^2$
따라서 $a^2-z^2=b^2$ 이다.

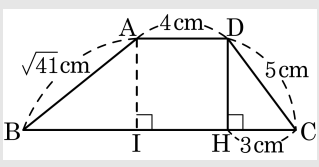
33. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 가 있을 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{97}$ cm

해설



△DHC 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{DH} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$

꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 I 라고 하자.

$\overline{BI} = \sqrt{(\sqrt{41})^2 - 4^2} = \sqrt{25} = 5(\text{cm})$

△DBH 에서 피타고라스 정리를 이용하면

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 + 4^2} = \sqrt{97}(\text{cm})$

34. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\sqrt{x^2+y^2}$ 을 구하여라.(단, 단위는 생략)

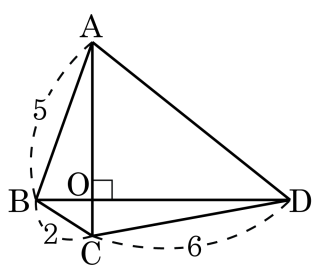
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2+y^2 = 6^2+8^2 = 100$ 이므로 $\sqrt{x^2+y^2} = 10$

35. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 대각선이 직교하고 $\overline{AB} = 5$, $\overline{BC} = 2$, $\overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{55}$ ② $2\sqrt{14}$ ③ $\sqrt{57}$ ④ $\sqrt{58}$ ⑤ $\sqrt{59}$

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$
$5^2 + 6^2 = \overline{AD}^2 + 2^2$
$\overline{AD}^2 = 61 - 4 = 57$
따라서 $\overline{AD} > 0$ 이므로
$\overline{AD} = \sqrt{57}$ 이다.

36. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?

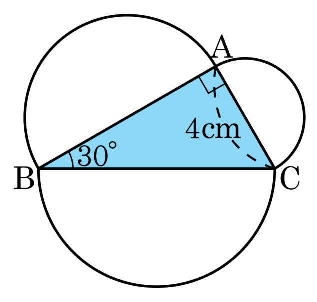
① 6 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 14 초

해설

$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2, x^2 = 900, x = 30\text{m}$ 이다.

$(\text{시간}) = \frac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 이므로 구하는 시간은 $\frac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12$ (초)이다.

37. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}$ $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $8\sqrt{3}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AC} : \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : \sqrt{3} : 2$ 이므로

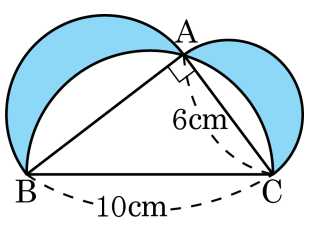
$\overline{AB} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$, $\overline{BC} = 8(\text{cm})$

(색칠한 부분의 넓이) $=$ ($\triangle$ABC의 넓이)

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 4$

$= 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

38. 다음 그림에서 각 반원은 직각삼각형의 각 변을 지름으로 한다. $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



① $15\,\text{cm}^2$ ② $18\,\text{cm}^2$ ③ $20\,\text{cm}^2$

④ $24\,\text{cm}^2$ ⑤ $32\,\text{cm}^2$

해설

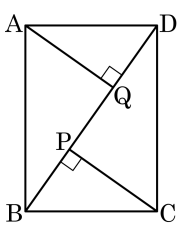
$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{AC}^2 = 10^2 - 6^2 = 64$

$\therefore \overline{AB} = \sqrt{64} = 8(\,\text{cm})$ ($\because \overline{AB} > 0$)

색칠한 부분의 넓이를 S 라고 하면

$$S = \frac{\pi \times 4^2}{2} + \frac{\pi \times 3^2}{2} + \frac{6 \times 8}{2} - \frac{\pi \times 5^2}{2} = 24(\,\text{cm}^2)$$

39. 다음 그림과 같이 직사각형의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발이 $\overline{BD}$ 3 세 등분하고 수선의 발이 대각선 $\overline{BD}$ 와 만나는 점을 각각 Q, P 라고 한다. $\overline{BD} = 15$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

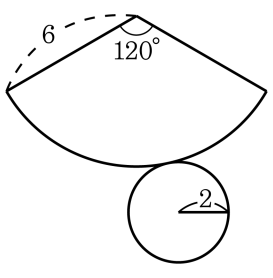
▷ 정답: $5\sqrt{3}$

해설

$\triangle BPC$ 와 $\triangle BCD$ 가 닮음이므로
$\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{BP} : \overline{BC}$ 에서 $\overline{BP} \times \overline{BD} = \overline{BC}^2$ 이다.
또한 점 P, Q는 $\overline{BD}$ 를 삼등분하므로
$\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{DQ} = 5$ 이다.

따라서 $5 \times 15 = 75 = \overline{BC}^2$, $\overline{BC} = 5\sqrt{3}$ 이다.

40. 반지름이 6 이고 중심각이 120° 인 부채꼴이 있다. 이 부채꼴로 원뿔의 옆면을 만들 때, 이 원뿔의 높이는?

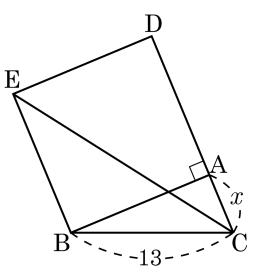


① $4\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{2}$ ⑤ $10\sqrt{2}$

해설

원뿔의 높이는 $\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$ 이다.

41. 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ADEB 를 그렸을 때, $\triangle EBC$ 의 넓이가 $72\,\mathrm{cm}^2$ 이면 $\overline{AC}$ 의 길이는 얼마인지 구하여라. (단, 단위는 생략)



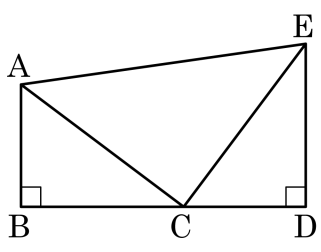
▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$\triangle EBC = \triangle EBA = 72\,\mathrm{cm}^2$
$\square ADEB = 144\,\mathrm{cm}^2$, $\overline{AB} = 12\,\mathrm{cm}$
$\therefore\ \overline{AC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\ (\mathrm{cm})$

42. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?



① $28 + 10\sqrt{2}$ ② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$

③ $48 + 10\sqrt{2}$ ④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$

⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

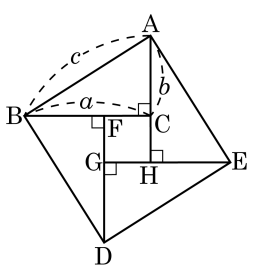
해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.
$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로

$$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$$

$\therefore \overline{DE} = 8$
$\overline{AB} = \overline{CD} = 6$, $\overline{BC} = \overline{DE} = 8$
또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ 이고, $\overline{AE} = 10\sqrt{2}$ 이다.
따라서 사다리꼴 둘레의 길이는
$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$

43. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c 인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF$
㉡ $\overline{CH} = a + b$
㉢ □FGHC는 정사각형
㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}$□ABDE
㉤ $a^2 + b^2 = c^2$
㉥ $\overline{CH} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

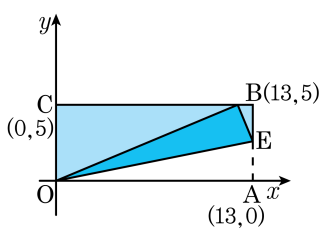
▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a - b$

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}$(□ABDE − □FGHC)

44. 좌표평면 위의 직사각형 OABC 를 그림과 같이 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 D 에 오도록 접었을 때, 점 E 의 좌표는?



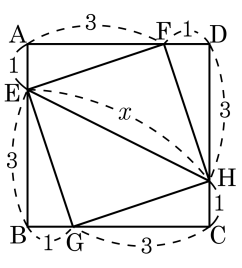
① $(13, 3)$ ② $\left(13, \frac{12}{5}\right)$ ③ $(13, 4)$

④ $(13, 5)$ ⑤ $\left(13, \frac{13}{5}\right)$

해설

점 E 를 $(13, a)$ 라 두면 $\overline{AE} = \overline{DE} = a$, $\overline{BE} = 5 - a$ 이다.
$\overline{OA} = \overline{OD} = 13$ 이고 $\overline{OC} = 5$ 이므로 $\overline{CD} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$ 이다.
따라서 $\overline{DB} = 1$ 이므로 $\triangle BDE$ 에서
$1^2 + (5 - a)^2 = a^2$ 이다.
$a = \frac{13}{5}$ 이므로 점 E 는 $\left(13, \frac{13}{5}\right)$ 이다.

45. 한 변의 길이가 4 인 정사각형 ABCD 의 각 변에 그림과 같이 네 점 E, F, H, G 를 잡을 때, □EFHG 의 대각선 EH 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4

④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

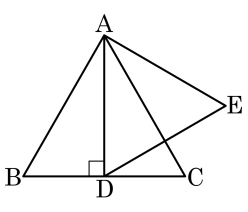
해설

네 직각삼각형이 서로 합동이므로 □EFHG 는 정사각형이다.

$\overline{FE} = \overline{FH} = \sqrt{1^2 + 3^2} = \sqrt{10}$

$\therefore\ x = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + \left(\sqrt{10}\right)^2} = 2\sqrt{5}$

46. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 높이 AD 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE 의 넓이가 $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $12\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $16\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $16\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $12\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $12\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\sqrt{AD} = h\,\mathrm{cm}$ 라 하면,

$\triangle ADE$ 의 넓이$= \frac{\sqrt{3}}{4} \times h^2 = 12\sqrt{3}$

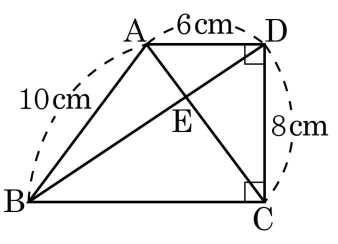
따라서, $h = 4\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 의 한 변을 $x\,(\mathrm{cm})$ 로 두면,

$\frac{\sqrt{3}}{2}x = 4\sqrt{3}$ 이므로 $x = 8$

$\therefore\ \triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 8^2 = 16\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

47. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 6cm$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{DC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $32\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라고 하면

$\overline{BH} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$

또한,

$\triangle AED \backsim \triangle CEB$

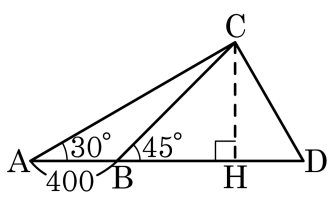
$\overline{BE} : \overline{ED} = 12 : 6 = 2 : 1$

$\triangle ABC = \triangle BCD$

$\triangle BCE = \frac{2}{3}\triangle BCD$

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 32(\text{cm}^2)$

48. 다음 조건을 만족하는 $\overline{CH}$의 길이를 구하면?



㉠ $\overline{AB} = 400$, $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 45°$

㉡ $\overline{CH} \perp \overline{AH}$

① $50(\sqrt{3}+1)$ ② $100(\sqrt{3}+1)$ ③ $200(\sqrt{3}+1)$

④ $300(\sqrt{3}+1)$ ⑤ $350(\sqrt{3}+1)$

해설

$\overline{CH} = x$라 하면 $\overline{BH} = x$

$\triangle ACH$에서 $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$

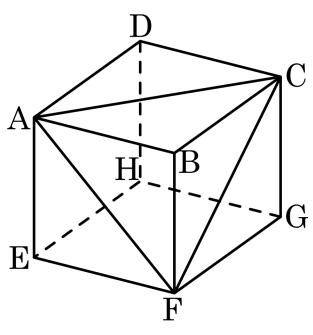
$x : (400 + x) = 1 : \sqrt{3}$

$400 + x = \sqrt{3}x$

$(\sqrt{3} - 1)x = 400$

$x = 200(\sqrt{3}+1)$

49. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12cm인 정육면체를 점 A, C, F를 지나는 평면으로 잘랐을 때, 점 B에서 밑면인 삼각형 AFC에 내린 수선의 길이를 구하여라.



① $2\sqrt{3}$cm ② $3\sqrt{3}$cm ③ $4\sqrt{3}$cm

④ $5\sqrt{3}$cm ⑤ $6\sqrt{3}$cm

해설

$\overline{AC} = \overline{AF} = \overline{CF} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$

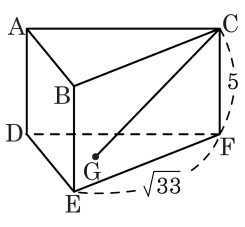
$\triangle ACF = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (12\sqrt{2})^2 = 72\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

수선의 길이를 h라 하면 사각뿔 B – AFC의 부피에서

$72\sqrt{3} \times h \times \frac{1}{3} = 12 \times 12 \times \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{1}{3}$

$h = \frac{12 \times 12 \times 6}{72\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

50. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $\sqrt{33}$ 인 정삼각형이고, 높이가 5 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle DEF$ 의 무게중심을 G 라 할 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\triangle CGF$ 에서

$\overline{FG} = \frac{2}{3} \times$ ($\triangle DEF$의 높이)

$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{33} = \sqrt{11}$

$\triangle CGF$ 는 $\angle CFG = 90°$ 인 직각삼각형이므로

$\overline{CG} = \sqrt{5^2 + (\sqrt{11})^2} = 6$