

1. 용제는 4 회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균이 90 점이 되게 하고 싶다. 3 회까지 치른 수학 평균이 89 점일 때, 4 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 90 점 ② 91 점 ③ 92 점 ④ 93 점 ⑤ 94 점

해설

1, 2, 3 회 때 각각 받은 점수를 a, b, c , 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$$\frac{a+b+c}{3} = 89, \quad a+b+c = 267$$

$$\frac{a+b+c+x}{4} = 90, \quad (a+b+c) + x = 360, \quad 267 + x = 360 \quad \therefore x = 93$$

따라서 93 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

2. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 음악 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

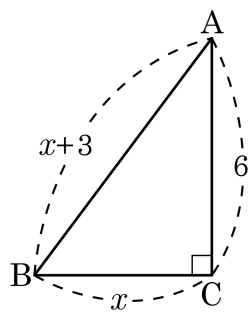
학생	A	B	C	D	E
변량(점)	72	75	77	76	80

- ① 5 ② 5.4 ③ 6.2 ④ 6.6 ⑤ 6.8

해설

주어진 자료의 평균은
 $\frac{72 + 75 + 77 + 76 + 80}{5} = \frac{380}{5} = 76(\text{점})$
이므로 각 자료의 편차는 -4, -1, 1, 0, 4 이다.
따라서 분산은
 $\frac{(-4)^2 + (-1)^2 + 1^2 + 0^2 + 4^2}{5} = \frac{34}{5} = 6.8$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



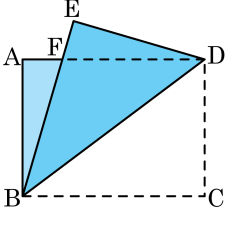
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x+3)^2 &= x^2 + 6^2 \\ x^2 + 6x + 9 &= x^2 + 36 \\ 6x &= 27 \\ \therefore x &= \frac{27}{6} = \frac{9}{2}\end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?

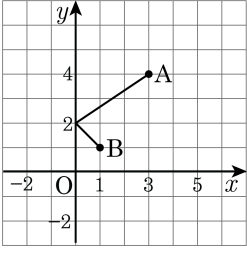


- ① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형
- ② $\angle F = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ③ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
- ④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형
- ⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \cong \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

5. 좌표평면 위의 점 A(3, 4)에서 y축 위의 점을 한번 거쳐 B(1, 1)로 가는 최단 거리가 a 일 때, a 의 값을 구하여라.



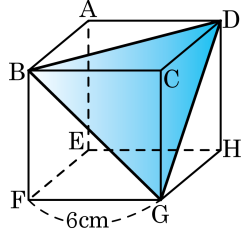
▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 5$

해설

점 B를 y축에 대해 대칭이동한 점을 B'라 하면
 $B'(-1, 1)$, 최단거리 = $\overline{AB'}$
 $\therefore \overline{AB'} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm인 정육면체를 세 꼭짓점 B, G, D를 지나는 평면으로 자를 때, $\triangle BGD$ 의 넓이를 구하면?



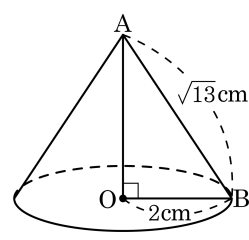
- ① $6\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $18\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $9\sqrt{3}\text{cm}^2$
 ④ $18\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = \overline{BG} = \overline{DG}$ 이므로
 $\triangle BGD$ 는 정삼각형이다.
 $\overline{BD} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$ 이므로
 $\triangle BGD = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (6\sqrt{2})^2 = 18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

7. 다음 원뿔의 부피를 구하면?

- ① $2\pi \text{ cm}^3$ ② $4\pi \text{ cm}^3$
③ $8\pi \text{ cm}^3$ ④ $12\pi \text{ cm}^3$
⑤ $24\pi \text{ cm}^3$



해설

원뿔의 높이 $h = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = \sqrt{9} = 3(\text{cm})$ 이다.

따라서 원뿔의 부피 $V = \frac{1}{3} \times 2^2 \times \pi \times 3 = 4\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

8. 다음 중 옳은 것은?

- ① $\sin 0^\circ = \cos 0^\circ = \tan 0^\circ$
- ② $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \tan 45^\circ$
- ③ $\sin 90^\circ = \cos 90^\circ = \tan 90^\circ$
- ④ $\sin 90^\circ = \cos 0^\circ = \tan 45^\circ$
- ⑤ $\sin 0^\circ = \cos 90^\circ = \tan 90^\circ$

해설

- ① $\sin 0^\circ = 0$, $\cos 0^\circ = 1$, $\tan 0^\circ = 0$
- ② $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45^\circ = 1$
- ③ $\sin 90^\circ = 1$, $\cos 90^\circ = 0$, $\tan 90^\circ$ 은 없다.
- ⑤ $\sin 0^\circ = 0$, $\cos 90^\circ = 0$, $\tan 90^\circ$ 은 없다.

9. $\sin 30^\circ \times \cos 30^\circ + \tan 60^\circ \times \cos 60^\circ$ 의 값은?

- ① $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 60^\circ = \sqrt{3}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$$

10. $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에 대해서 $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{BC}$ 일 때, $\tan A$ 의 값을 구하여라.

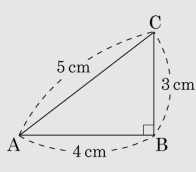
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

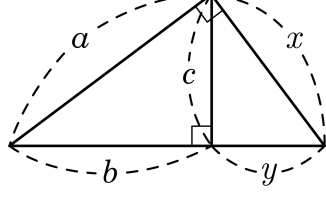
해설

$$\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{BC} \text{에서 } \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{3}$$

$$\therefore \tan A = \frac{3}{4}$$



11. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



- ㉠ $a^2 - b^2 = x^2 - y^2$

㉡ $a \times y = x \times b$

㉢ $a - c + b = x - y$

㉣ $a^2 + y^2 = x^2 + b^2$

- ① ㉠,㉡
- ② ㉠, ㉣
- ③ ㉡,㉣
- ④ ㉡,㉣
- ⑤ ㉢,㉣

해설

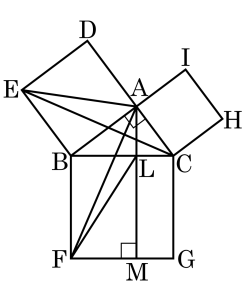
㉠ 피타고라스 정리에 따라 $a^2 = b^2 + c^2$, $c^2 = a^2 - b^2$ 이고 $x^2 = c^2 + y^2$, $c^2 = x^2 - y^2$ 이므로 $a^2 - b^2 = x^2 - y^2$ 이다.

㉣

㉠에서 $c^2 - b^2 = x^2 - y^2$ 에서 이항하면 $a^2 + y^2 = x^2 + b^2$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㉠,㉣이다.

12. 다음 그림은 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 $\square ABED$ 와 넓이가 같은 것을 고르면?
- ① $\triangle ABC$ ② $\square ACHI$
③ $\square LMGC$ ④ $\square BFML$
⑤ $\triangle AEC$



해설

$\triangle CBE = \triangle ABE$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)
 $\triangle CBE = \triangle ABF$ (SAS 합동)
 $\triangle ABF = \triangle BFL$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)
에 의해서, $\triangle ABE = \triangle BFL$ 이다.
 $\therefore \square ABED = \square BFML$

13. 두 점 A(-2, 4), B(4, -3) 사이의 거리가 $\sqrt{a}$ 라고 할 때, a 의 값은?

① 83

② 84

③ 85

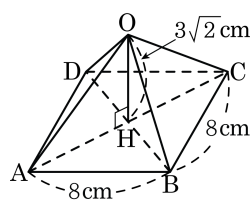
④ 86

⑤ 87

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 7^2} = \sqrt{85}$$

14. 다음 그림과 같이 밑면의 한 변의 길이가 8 cm 이고 높이가 $3\sqrt{2}\text{ cm}$ 인 정사각뿔 $O-ABCD$ 에 대하여 $\overline{OA}$ 의 길이를 구하면?



- ① $\sqrt{2}\text{ cm}$ ② $2\sqrt{2}\text{ cm}$
 ③ $3\sqrt{2}\text{ cm}$ ④ $4\sqrt{2}\text{ cm}$

⑤ $5\sqrt{2}\text{ cm}$

해설

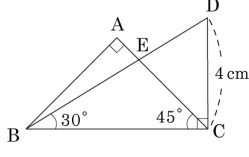
□ABCD 가 정사각형이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{8^2 + 8^2} = 8\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{OA} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2 + (4\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{2}(\text{cm})$$

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 는 각각 $\angle BAC = \angle BCD = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\angle DBC = 30^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$, $CD = 4\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 cm^2 ② 11 cm^2 ③ 12 cm^2
 ④ 13 cm^2 ⑤ 14 cm^2

해설

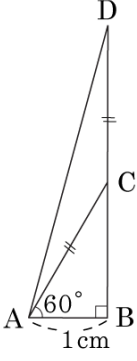
$\triangle BDC$ 에서 $\sin 30^\circ = \frac{\overline{DC}}{\overline{BD}} = \frac{4}{\overline{BD}} = \frac{1}{2}$, $\overline{BD} = 8\text{cm}$ 이다.

또, $\cos 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{\overline{BC}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{BC} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

$\triangle ABC$ 에서 $\cos 45^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{AC}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\overline{AC} = 2\sqrt{6}\text{ cm}$ 이다.

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 넓이를 구하면 $\frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6} = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 1\text{cm}$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이다. 이때, $\tan 75^\circ$ 의 값은?



- ☒ ① $2 + \sqrt{3}$ ② $1 + \sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

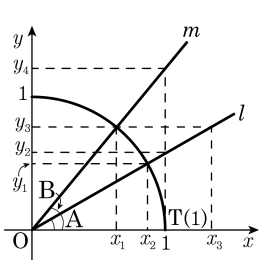
$$\overline{AC} = \frac{1}{\cos 60^\circ} = 2$$

이등변삼각형 DCA 에서 $\angle ACB = 30^\circ$ 이므로
 $\angle CAD = \angle CDA = 15^\circ$

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \tan \angle DAB = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \overline{BC} + \overline{CD}$$

$$\therefore \tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$$

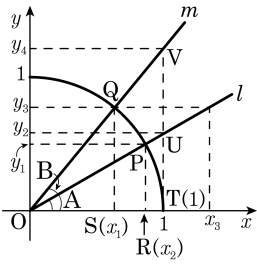
17. 다음 그림은 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1 인 사분원과 원점을 지나는 직선 l , m 을 그린 것이다. 직선 l , m 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 각각 A , B 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



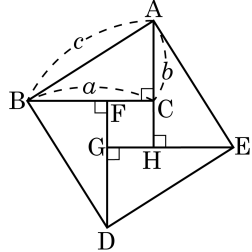
- ① $\sin A = y_1$ ② $\cos A = x_2$
 ③ $\tan A = y_3$ ④ $\cos B = x_1$
 ⑤ $\tan B = y_4$

해설

- ① $\sin A = \frac{\overline{PR}}{\overline{OP}} = \frac{\overline{PR}}{1} = y_1$
 ② $\cos A = \frac{\overline{OR}}{\overline{OP}} = \frac{\overline{OR}}{1} = x_2$
 ③ $\tan A = \frac{\overline{TU}}{\overline{OT}} = \frac{\overline{TU}}{1} = y_2$
 ④ $\cos B = \frac{\overline{OS}}{\overline{OQ}} = \frac{\overline{OS}}{1} = x_1$
 ⑤ $\tan B = \frac{\overline{VT}}{\overline{OT}} = \frac{\overline{VT}}{1} = y_4$



18. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c 인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.



보기

- ㉠ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF$
- ㉡ $\overline{CH} = a + b$
- ㉢ □FGHC는 정사각형
- ㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}\square ABDE$
- ㉤ $a^2 + b^2 = c^2$
- ㉥ $\overline{CH} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

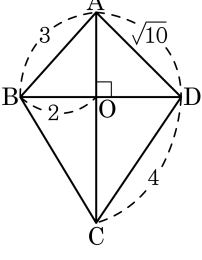
▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

- ㉠ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a - b$
- ㉢ $\triangle ABC = \frac{1}{4}(\square ABDE - \square FGHC)$

19. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

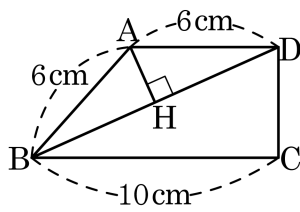
▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

$$\overline{BC}^2 + (\sqrt{10})^2 = 3^2 + 4^2, \overline{BC}^2 = 15, \overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 15 - 4 = 11$$

$$\therefore \overline{OC} = \sqrt{11}$$

20. 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\angle C = \angle D = 90^\circ$ 이고, 점 A 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.

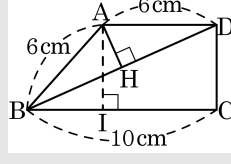


▶ 답: cm

▶ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하면



$$\overline{BI} = 4\text{cm}, \overline{AI} = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

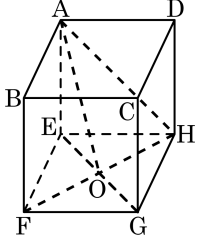
$$\therefore \overline{DC} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$$

$$\overline{BD} = \sqrt{10^2 + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = \overline{AD} \text{ 이므로 } \overline{BH} = \overline{HD} = \sqrt{30}\text{cm}$$

$$\therefore \overline{AH} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{30})^2} = \sqrt{6}(\text{cm})$$

21. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체의 밑면의 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{DO}$ 의 길이와 $\overline{DG}$ 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $6\sqrt{6} + 12\sqrt{2}$ cm

해설

$$\overline{OH} = 12\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$$

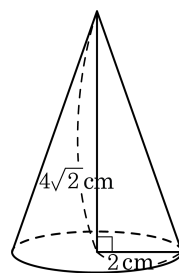
$$\overline{DO} = \sqrt{\overline{DH}^2 + \overline{OH}^2} = \sqrt{12^2 + (6\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{144 + 72} = 6\sqrt{6}(\text{cm})$$

$$\overline{DG} = 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

$$\therefore \overline{DO} + \overline{DG} = 6\sqrt{6} + 12\sqrt{2}(\text{cm})$$

22. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm, 높이가 $4\sqrt{2}$ cm 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 ▶

▶ 정답 : 120°

해설

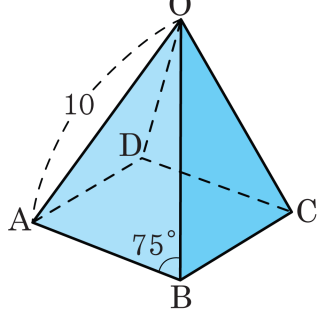
원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6 \text{ (cm)}$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 2 \quad \therefore x = 120^\circ$$

23. 다음과 같은 정사각뿔에서 삼각형 OAB의 무게중심에서 삼각형 OCD의 무게중심까지 결면을 따라 이동할 수 있는 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{3}\sqrt{3}$

해설

$\angle OBA = 75^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30^\circ$ 이고, 삼각형 OAB의 무게중심을 P, 삼각형 OCD의 무게중심을 Q라 할 때, 전개도에서 $\angle POQ = 60^\circ$ 이므로 $\triangle OPQ$ 는 정삼각형이 된다. 따라서 구하는 거리는 점 O에서 P까지의 거리이다.

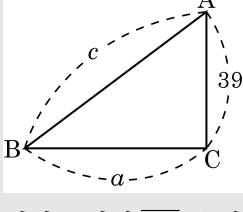
$$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$$

24. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1014

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ 라 하자.

(단, a , c 는 자연수이다.)

$$c^2 = 39^2 + a^2, \quad c^2 - a^2 = 39^2$$

$$(c - a)(c + a) = 3^2 \times 13^2$$

그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면

a 의 값이 최소가 되어야 한다.

따라서 $c + a > c - a$ 인 경우를 순서쌍 $(c + a, c - a)$ 로 나타내어 보면

$$(c + a, c - a) = (13^2, 3^2), (13^2 \times 3, 3),$$

$$(13 \times 3^2, 13), (13^2 \times 3^2, 1)$$

이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는

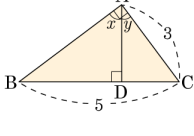
$$c + a = 13 \times 3^2, \quad c - a = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 52, \quad c = 65$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은

$$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014 \text{ 이다.}$$

25. 다음 그림에서 $\tan x + \cos y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{32}{15}$

해설

$\triangle ABC \sim \triangle DBA \sim \triangle DAC$ (AA 닮음)

$\Rightarrow \angle x = \angle ACD, \angle y = \angle ABD$

또한, $\overline{BA} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ 이다.

$\tan x = \frac{\overline{DB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{AC}} = \frac{4}{3}, \cos y = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BA}}{\overline{CB}} = \frac{4}{5}$ 이고,

따라서 $\tan x + \cos y = \frac{4}{3} + \frac{4}{5} = \frac{20}{15} + \frac{12}{15} = \frac{32}{15}$ 이다.