1. 용제는 4 회에 걸쳐 치른 수학 시험 성적의 평균이 90 점이 되게 하고 싶다. 3 회까지 치른 수학 평균이 89 점일 때, 4 회에는 몇 점을 받아야 하는가?

① 90 점 ② 91 점 ③ 92 점 ④ 93 점 ⑤ 94 점

해설

1, 2, 3 회 때 각각 받은 점수를 a, b, c , 다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

$\dfrac{a+b+c}{3} = 89,\quad a+b+c = 267$

$\dfrac{a+b+c+x}{4} = 90,\quad (a+b+c)+x = 360,\quad 267+x = 360\quad \therefore\ x = 93$

따라서 93 점을 받으면 평균 90 점이 될 수 있다.

2. 다음 표는 A, B, C, D, E 인 5 명의 학생의 음악 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?

학생	A	B	C	D	E
변량(점)	72	75	77	76	80

① 5 ② 5.4 ③ 6.2 ④ 6.6 ⑤ 6.8

해설

주어진 자료의 평균은

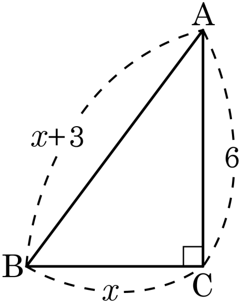
$$\frac{72+75+77+76+80}{5}=\frac{380}{5}=76(\text{점})$$

이므로 각 자료의 편차는 $-4,\ -1,\ 1, 0,\ 4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(-4)^2+(-1)^2+1^2+0^2+4^2}{5}=\frac{34}{5}=6.8$$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{2}$

해설

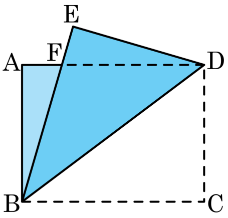
$(x+3)^2 = x^2 + 6^2$

$x^2 + 6x + 9 = x^2 + 36$

$6x = 27$

$\therefore x = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$

4. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BD}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle BFD$ 는 어떤 삼각형인가?



① $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형

② $\angle F = 90°$ 인 직각삼각형

③ $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형

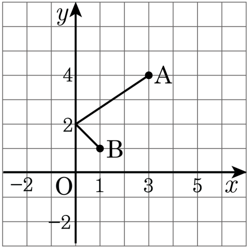
④ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 삼각형

⑤ $2\overline{BF} = \overline{BD}$ 인 정삼각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle EDF$ 이므로 $\triangle BFD$ 는 $\overline{BF} = \overline{DF}$ 인 이등변삼각형이다.

5. 좌표평면 위의 점 A$(3,\ 4)$에서 y축 위의 점을 한번 거쳐 B$(1,\ 1)$로 가는 최단 거리가 a일 때, a의 값을 구하여라.



▶ **답 :**

▷ **정답 :** $a = 5$

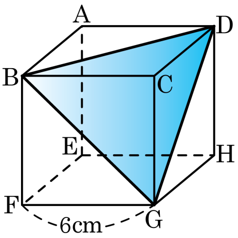
해설

점 B를 y축에 대해 대칭이동한 점을 B′라 하면

B′$(-1,\ 1)$, 최단거리$=\overline{\mathrm{AB'}}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB'}} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$이다.

6. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6cm 인 정육면체를 세 꼭짓점 B, G, D를 지나는 평면으로 자를 때, $\triangle BGD$ 의 넓이를 구하면 ?



① $6\sqrt{2}\text{cm}^2$　② $18\sqrt{3}\text{cm}^2$　③ $9\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $18\sqrt{2}\text{cm}^2$　⑤ $9\sqrt{2}\text{cm}^2$

해설

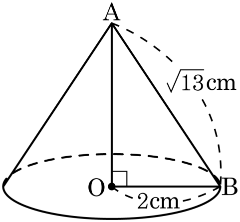
$\overline{BD} = \overline{BG} = \overline{DG}$ 이므로

$\triangle BGD$는 정삼각형이다.

$\overline{BD} = 6\sqrt{2}(\text{cm})$ 이므로

$$\triangle BGD = \frac{\sqrt{3}}{4} \times \left(6\sqrt{2}\right)^2 = 18\sqrt{3}\left(\text{cm}^2\right)$$

7. 다음 원뿔의 부피를 구하면?



① $2\pi\,\text{cm}^3$

② $4\pi\,\text{cm}^3$

③ $8\pi\,\text{cm}^3$

④ $12\pi\,\text{cm}^3$

⑤ $24\pi\,\text{cm}^3$

해설

원뿔의 높이 $h = \sqrt{(\sqrt{13})^2 - 2^2} = \sqrt{9} = 3(\text{cm})$ 이다.

따라서 원뿔의 부피 $V = \frac{1}{3} \times 2^2 \times \pi \times 3 = 4\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

8. 다음 중 옳은 것은?

① $\sin 0° = \cos 0° = \tan 0°$

② $\sin 45° = \cos 45° = \tan 45°$

③ $\sin 90° = \cos 90° = \tan 90°$

④ $\sin 90° = \cos 0° = \tan 45°$

⑤ $\sin 0° = \cos 90° = \tan 90°$

해설

① $\sin 0° = 0$, $\cos 0° = 1$, $\tan 0° = 0$

② $\sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45° = 1$

③ $\sin 90° = 1$, $\cos 90° = 0$, $\tan 90°$ 은 없다.

⑤ $\sin 0° = 0$, $\cos 90° = 0$, $\tan 90°$ 은 없다.

9. $\sin 30° \times \cos 30° + \tan 60° \times \cos 60°$ 의 값은?

① $\frac{3\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{8}$

해설

$\sin 30° = \frac{1}{2}$, $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 60° = \sqrt{3}$, $\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\therefore$ (준식) $= \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

10. $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에 대해서 $\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{BC}$ 일 때, $\tan A$ 의 값을 구하여라.

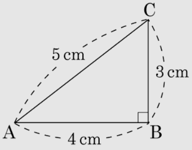
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

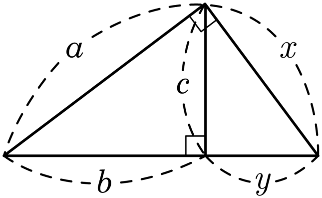
해설

$\overline{AB} = \frac{4}{3}\overline{BC}$에서 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{4}{3}$

$\therefore \tan A = \frac{3}{4}$



11. 각 변의 길이가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ $a^2-b^2=x^2-y^2$	㉡ $a\times y=x\times b$
㉢ $a-c+b=x-y$	㉣ $a^2+y^2=x^2+b^2$

① ㉠,㉡ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡,㉢ ④ ㉡,㉣ ⑤ ㉢,㉣

해설

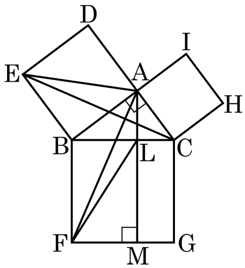
㉠ 피타고라스 정리에 따라 $a^2=b^2+c^2$, $c^2=a^2-b^2$ 이고 $x^2=c^2+y^2$, $c^2=x^2-y^2$ 이므로 $a^2-b^2=x^2-y^2$ 이다.

㉣

㉠에서 $c^2-b^2=x^2-y^2$ 에서 이항하면 $a^2+y^2=x^2+b^2$ 이다.

따라서 옳은 것은 ㉠,㉣이다.

12. 다음 그림은 $\angle A$ 가 직각인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 한 변으로 하는 정사각형을 나타낸 것이다. 다음 중 $\square ABED$ 와 넓이가 같은 것을 고르면?



① $\triangle ABC$　　② $\square ACHI$

③ $\square LMGC$　　④ $\square BFML$

⑤ $\triangle AEC$

해설

$\triangle CBE = \triangle ABE$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)

$\triangle CBE = \triangle ABF$ (SAS 합동)

$\triangle ABF = \triangle BFL$ (평행선을 이용한 삼각형의 넓이)

에 의해서, $\triangle ABE = \triangle BFL$ 이다.

$\therefore$ $\square ABED = \square BFML$

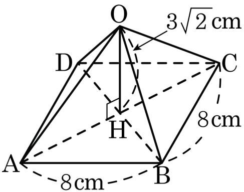
13. 두 점 $A(-2,\ 4), B(4,\ -3)$ 사이의 거리가 $\sqrt{a}$ 라고 할 때, a의 값은?

① 83　　② 84　　③ 85　　④ 86　　⑤ 87

해설

$\overline{AB} = \sqrt{6^2 + 7^2} = \sqrt{85}$

14. 다음 그림과 같이 밑면의 한 변의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 이고 높이가 $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 정사각뿔 O－ABCD 에 대하여 $\overline{OA}$ 의 길이를 구하면?



① $\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ② $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

③ $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ④ $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

⑤ $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

해설

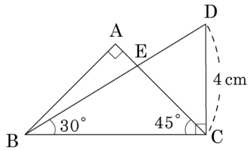
□ABCD 가 정사각형이므로

$\overline{AC} = \sqrt{8^2+8^2} = 8\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AC} = 4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{OA} = \sqrt{(3\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 는 각각 $\angle BAC = \angle BCD = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\angle DBC = 30°$, $\angle ACB = 45°$, $\overline{CD} = 4cm$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $10\ cm^2$ ② $11cm^2$ ③ $12cm^2$

④ $13cm^2$ ⑤ $14cm^2$

해설

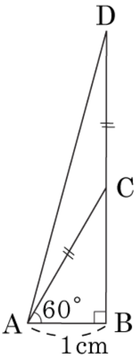
$\triangle BDC$ 에서 $\sin 30° = \dfrac{\overline{DC}}{\overline{BD}} = \dfrac{4}{\overline{BD}} = \dfrac{1}{2}$, $\overline{BD} = 8cm$ 이다.

또, $\cos 30° = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \dfrac{\overline{BC}}{8} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\overline{BC} = 4\sqrt{3}(cm)$ 이다.

$\triangle ABC$ 에서 $\cos 45° = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \dfrac{\overline{AC}}{4\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\overline{AC} = 2\sqrt{6}\ cm$ 이다.

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 넓이를 구하면 $\dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{6} = 12(cm^2)$ 이다.

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 1\text{cm}$, $\angle ABC = 90°$, $\angle CAB = 60°$ 인 직각삼각형이고, $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이다. 이때, $\tan 75°$ 의 값은?



① $2+\sqrt{3}$ ② $1+\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$
④ $2+\sqrt{2}$ ⑤ $1+\sqrt{2}$

해설

$$\overline{AC} = \frac{1}{\cos 60°} = 2$$

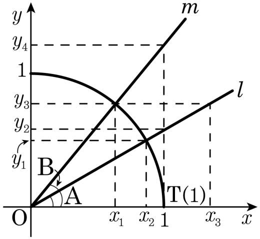
이등변삼각형 DCA 에서 $\angle ACB = 30°$ 이므로

$\angle CAD = \angle CDA = 15°$

$\triangle ABD$ 에서 $\tan \angle DAB = \dfrac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \overline{BC} + \overline{CD}$

$\therefore \tan 75° = 2 + \sqrt{3}$

17. 다음 그림은 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1 인 사분원과 원점을 지나는 직선 l, m 을 그린 것이다. 직선 l, m 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 각각 A, B 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

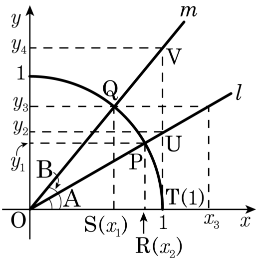


① $\sin A = y_1$　② $\cos A = x_2$

③ $\tan A = y_3$　④ $\cos B = x_1$

⑤ $\tan B = y_4$

해설



① $\sin A = \dfrac{\overline{PR}}{\overline{OP}} = \dfrac{\overline{PR}}{1} = y_1$

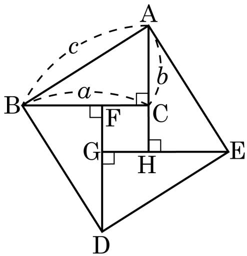
② $\cos A = \dfrac{\overline{OR}}{\overline{OP}} = \dfrac{\overline{OR}}{1} = x_2$

③ $\tan A = \dfrac{\overline{TU}}{\overline{OT}} = \dfrac{\overline{TU}}{1} = y_2$

④ $\cos B = \dfrac{\overline{OS}}{\overline{OQ}} = \dfrac{\overline{OS}}{1} = x_1$

⑤ $\tan B = \dfrac{\overline{VT}}{\overline{OT}} = \dfrac{\overline{VT}}{1} = y_4$

18. 다음 그림에서 □ABDE는 한 변의 길이가 c 인 정사각형이다. 다음 보기에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\triangle ABC \equiv \triangle BDF$	㉡ $\overline{CH} = a + b$
㉢ □FGHC는 정사각형	㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}\square ABDE$
㉤ $a^2 + b^2 = c^2$	㉥ $\overline{CH} = a - b$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

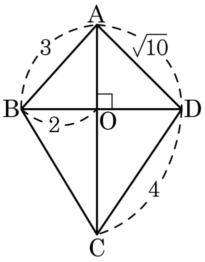
▷ 정답 : ㉣

해설

㉡ $\overline{CH} = \overline{AH} - \overline{AC} = a - b$

㉣ $\triangle ABC = \frac{1}{4}(\square ABDE - \square FGHC)$

19. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

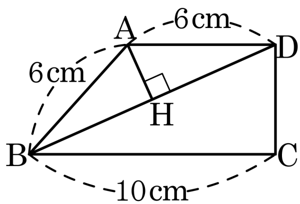
▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

$\overline{BC}^2 + (\sqrt{10})^2 = 3^2 + 4^2$, $\overline{BC}^2 = 15$, $\overline{OC}^2 = \overline{BC}^2 - \overline{BO}^2 = 15 - 4 = 11$

$\therefore \overline{OC} = \sqrt{11}$

20. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\angle C = \angle D = 90°$ 이고, 점 A 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.

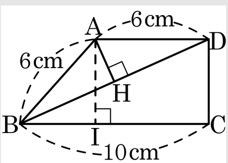


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\sqrt{6}$ cm

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 I 라 하면



$\overline{BI} = 4\text{cm}$, $\overline{AI} = \sqrt{36 - 16} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

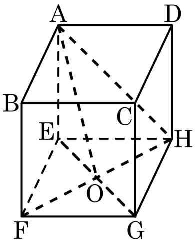
$\therefore \overline{DC} = 2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\overline{BD} = \sqrt{10^2 + (2\sqrt{5})^2} = \sqrt{120} = 2\sqrt{30}(\text{cm})$

$\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로 $\overline{BH} = \overline{HD} = \sqrt{30}\text{cm}$

$\therefore \overline{AH} = \sqrt{6^2 - (\sqrt{30})^2} = \sqrt{6}(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 밑면의 두 대각선의 교점을 O 라 할 때, $\overline{\mathrm{DO}}$ 의 길이와 $\overline{\mathrm{DG}}$ 의 길이의 합을 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $6\sqrt{6}+12\sqrt{2}$ cm

해설

$$\overline{\mathrm{OH}} = 12\sqrt{2}\times\frac{1}{2} = 6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$$

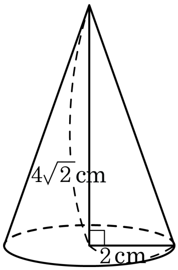
$$\overline{\mathrm{DO}} = \sqrt{\overline{\mathrm{DH}}^2+\overline{\mathrm{OH}}^2} = \sqrt{12^2+(6\sqrt{2})^2}$$

$$= \sqrt{144+72} = 6\sqrt{6}(\mathrm{cm})$$

$$\overline{\mathrm{DG}} = 12\sqrt{2}(\mathrm{cm})$$

$$\therefore \overline{\mathrm{DO}}+\overline{\mathrm{DG}} = 6\sqrt{6}+12\sqrt{2}(\mathrm{cm})$$

22. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$, 높이가 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 전개도를 그렸을 때 생기는 부채꼴의 중심각의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad ^{\circ}}$

▷ 정답 : $120\,^{\circ}$

해설

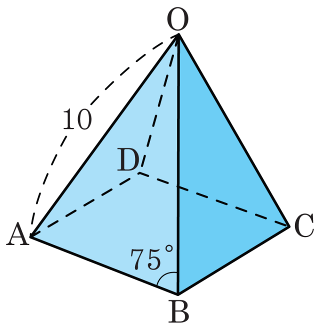
원뿔의 모선의 길이는

$$\sqrt{\left(4\sqrt{2}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{36} = 6\ (\mathrm{cm})$$

옆면의 호의 길이는 밑면의 둘레와 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 x 라 하면

$$2\pi \times 6 \times \frac{x}{360\,^{\circ}} = 2\pi \times 2 \qquad \therefore\ x = 120\,^{\circ}$$

23. 다음과 같은 정사각뿔에서 삼각형 OAB 의 무게중심에서 삼각형 OCD 의 무게중심까지 겉면을 따라 이동할 수 있는 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{10}{3}\sqrt{3}$

해설

$\angle OBA = 75°$ 이므로 $\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30°$ 이고, 삼각형 OAB 의 무게중심을 P, 삼각형 OCD 의 무게중심을 Q 라 할 때, 전개도에서 $\angle POQ = 60°$ 이므로 $\triangle OPQ$ 는 정삼각형이 된다. 따라서 구하는 거리는 점 O 에서 P 까지의 거리이다.

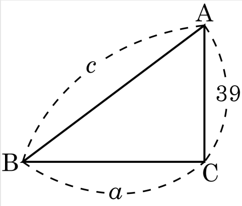
$$\therefore \ \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$$

24. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

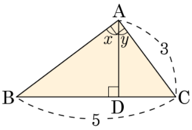
▷ 정답 : 1014

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$ 라 하자.
(단, a, c 는 자연수이다.)
$c^2=39^2+a^2$, $c^2-a^2=39^2$
$(c-a)(c+a)=3^2\times13^2$
그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times a\times39$ 가 최소가 되려면 a 의 값이 최소가 되어야 한다.
따라서 $c+a>c-a$ 인 경우를 순서쌍 $(c+a,\ c-a)$ 로 나타내어 보면
$$(c+a,\ c-a)=(13^2,\ 3^2),\ (13^2\times3,\ 3),\ (13\times3^2,\ 13),\ (13^2\times3^2,\ 1)$$
이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는
$c+a=13\times3^2$, $c-a=13$ 이다.
$\therefore\ a=52,\ c=65$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은
$\dfrac{1}{2}\times52\times39=1014$ 이다.

25. 다음 그림에서 $\tan x + \cos y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{32}{15}$

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA \backsim \triangle DAC$(AA 닮음)

$\Rightarrow \angle x = \angle ACD,\ \angle y = \angle ABD$

또한, $\overline{BA} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{16} = 4$ 이다.

$\tan x = \dfrac{\overline{DB}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{BA}}{\overline{AC}} = \dfrac{4}{3}$, $\cos y = \dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \dfrac{\overline{BA}}{\overline{CB}} = \dfrac{4}{5}$ 이고,

따라서 $\tan x + \cos y = \dfrac{4}{3} + \dfrac{4}{5} = \dfrac{20}{15} + \dfrac{12}{15} = \dfrac{32}{15}$ 이다.