

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 5개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. 100이하의 자연수 중 18의 배수의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

18, 36, 54, 72, 90 이므로 5개이다.

3. 다음 중 6의 배수는 어느 것인가?

- ① 134 ② 176 ③ 214 ④ 288 ⑤ 362

해설

6의 배수는 2와 3의 공배수이다.

4. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ 을 거듭제곱을 사용하여 나타낸 것은?

① $\frac{1}{2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2}$

② $\frac{1}{2 \times 2 \times 2} \times \frac{1}{3 \times 3}$

③ $\frac{1}{2^2} \times \frac{1}{3^2}$

④ $\frac{1}{2^2 \times 3^2}$

⑤ $\frac{1}{2^3 \times 3^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} \\ &= \frac{1}{2^3 \times 3^2} \end{aligned}$$

5. 4^3 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 12와 같다.
- ② 밑은 4이다.
- ③ 지수는 3이다.
- ④ $4 \times 4 \times 4$ 를 나타낸 것이다.
- ⑤ 3^4 보다 작다.

해설

① $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ 이므로 12와 같지 않다.

⑤ $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$

6. 다음 중 20이하의 소수가 아닌 것은?

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 17 ⑤ 18

해설

20이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다.

7. 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 모든 수는 약수의 개수가 2개 이상이다.
- ④ 가장 작은 소수는 3이다.
- ⑤ 4와 9는 서로소이다.

해설

- ② 소수는 2, 3, 5, 7, ... 이다.
- ③ 1의 약수는 1 뿐이다.
- ④ 가장 작은 소수는 2이다.

8. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

- ① $2^4 \times 3 \times 5$ ② $2^3 \times 3 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)240} \\ 2 \overline{)120} \\ 2 \overline{)60} \\ 2 \overline{)30} \\ 3 \overline{)15} \\ \quad 5 \end{array}$$

$$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

9. 7200 을 소인수분해 했을 때, 소인수들의 곱은?

- ① 18 ② 30 ③ 45 ④ 60 ⑤ 72

해설

$$7200 = 2^5 \times 3^2 \times 5^2$$
$$\therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$$

10. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라.
(단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

11. 다음 네모 칸에 쓰여진 수 중에서 $3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 한글 자음 중 하나가 나타난다. 그 한글 자음은 무엇인지 찾아라.

| | | |
|-------------------|----------------|-------------------|
| $3^4 \times 11$ | 11 | 3×11 |
| $3^2 \times 11^2$ | 16 | 3×11^2 |
| 33 | 2×3^2 | $3^4 \times 11^5$ |
| $3^2 \times 11$ | 121 | $3^3 \times 11^5$ |

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄹ ⑤ ㅁ

해설

3^4 의 약수는 1, 3, 3^2 , 3^3 , 3^4 이고 11^5 의 약수는 1, 11, 11^2 , 11^3 , 11^4 , 11^5 이다.

표의 수들을 소인수분해하면 $16 = 2^4$, $121 = 11^2$, $33 = 3 \times 11$ 이다.

$3^4 \times 11^5$ 의 약수를 모두 찾아 색칠하면 다음 표와 같다.

| | | |
|-------------------|----------------|-------------------|
| $3^4 \times 11$ | 11 | 3×11 |
| $3^2 \times 11^2$ | 16 | 3×11^2 |
| 33 | 2×3^2 | $3^4 \times 11^5$ |
| $3^2 \times 11$ | 121 | $3^3 \times 11^5$ |

12. 18의 약수의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

$$18 = 2 \times 3^2$$

약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)이다.

13. 100 을 나누어 몫이 5 이고 나머지가 5 인 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

나누는 수를 a 라 하면 $5 \times a + 5 = 100$, $5 \times a = 95$ 이므로 $a = 19$ 이다.

14. $3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$3^1 = 3, 3^2 = 9, 3^3 = 27, 3^4 = 81, \dots \rightarrow$ 4 번 거듭제곱을 할 때

마다 일의 자릿수는 1 이 된다.

$2^1 = 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, 2^4 = 16, \dots \rightarrow$ 4 번 거듭제곱을 할 때

마다 일의 자릿수는 6 이 된다.

3^{2009} 의 일의 자릿수는 3 이고,

2^{2009} 의 일의 자릿수는 2 이므로,

$3^{2009} - 2^{2009}$ 의 일의 자릿수는 1 이 된다.

$\therefore 3^{2009} - 2^{2009}$ 를 10 으로 나누었을 때의 나머지는 1 이다.

15. 다음 중 81 의 약수는?

- ① 2 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 9

해설

81의 약수는 1, 3, 9, 27, 81이다.

16. $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$ 를 $2^x \times 3^y \times 5^z$ 라 할 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 = 2^4 \times 3^3 \times 5^2$ 이므로
 $x = 4, y = 3, z = 2$
 $\therefore x+y+z = 4+3+2 = 9$

17. 다음 보기 중 소수인 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

11 22 51 53 79 149

▶ 답: 개

▷ 정답: 4 개

해설

소수인 것은 11, 53, 79, 149 이다. 따라서 4 개이다.

18. 다음은 소인수분해를 하는 과정이다. 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) \square} \\ \square \overline{) 9} \\ \underline{ 3} \\ 36 = 2^{\square} \times \square^2 \end{array}$$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 18

▷ 정답: 3

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

해설

$$36 = 2^2 \times 3^2$$

19. $600 = a^x \times b^y \times c^z$ 로 소인수분해될 때, $(a+b+c) \times (x+y+z)$ 의 값은? (단, $a < b < c$)

- ① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 = a^x \times b^y \times c^z$ 이므로

$a = 2, b = 3, c = 5, x = 3, y = 1, z = 2$

$\therefore (a+b+c) \times (x+y+z) = (2+3+5) \times (3+1+2) = 10 \times 6 = 60$

20. 72의 소인수를 모두 구하면?

① 8, 9

② 2, 3

③ $2^3, 3^2$

④ 11, 51

⑤ 2, 36

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2와 3이다.
 $\therefore 2, 3$

21. 75 에 가능한 한 작은 자연수 x 로 나누어서 어떤 자연수 y 의 제곱이 되게 하려고 한다. y 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 9 ⑤ 15

해설

75를 소인수분해하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 75} \\ 5 \overline{) 25} \\ \quad 5 \end{array}$$

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 $\frac{3 \times 5^2}{x} = y^2$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 작은 자연수는 3이다. 따라서 $y = 5$ 이다.

22. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2² 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

23. $2^3 \times 3^2 \times 5$ 에 어떤 자연수를 곱하여 자연수의 제곱이 되게 하려고 할 때, 곱할 수 있는 수 중에서 가장 작은 자연수는?

- ① 3 ② 5 ③ 3×5 ④ 5^2 ⑤ 10

해설

$$2^3 \times 3^2 \times 5$$

곱해야할 가장 작은 자연수는

$$2 \times 5 = 10$$

24. $3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $3^3 \times 5$ 를 약수로 가지므로, a 는 3 이상의 자연수, b 는 1 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 3, b = 1$ 일 때이다.
 $\therefore a + b = 3 + 1 = 4$

25. 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 4 인 경우는
지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와
지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.
두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는
 2^3 과 2×3 이고
그중 2×3 이 더 작으므로
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

26. $2^4 \times \square$ 의 약수의 개수가 15 개일 때, \square 안에 들어갈 수 있는 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$15 = 5 \times 3 = (4 + 1) \times (2 + 1)$$

\square 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $3^2 = 9$

$\therefore 9$

28. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 9 는 35 의 약수이다.
- ㉡ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ㉢ 6 은 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣ 392 는 4 의 배수이다.
- ㉤ 36 의 약수의 개수는 8 개이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉢. 모든 자연수는 자기 자신이 약수인 동시에 배수이다.
- ㉣. 392 는 4 의 배수이다.

29. 다음 중 12의 배수는?

- ① 90 ② 126 ③ 288 ④ 352 ⑤ 1498

해설

12의 배수는 4와 3의 공배수이다.

30. $x = 5^{15} + 1$, $y = 2^{13} + 1$ 일 때 xy 는 몇 자리의 수인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$xy = 5^{15} \times 2^{13} + 5^{15} + 2^{13} + 1$
이 때 $5^{15} \times 2^{13} > 5^{15} + 2^{13} + 1$ 이므로
 $5^{15} + 2^{13} + 1$ 은 자릿수를 고려할 때 생각하지 않는다.
 $5^{15} \times 2^{13} = 5^{13} \times 2^{13} \times 5^2$
 $= (5 \times 2)^{13} \times 25$
 $= 10^{13} \times 25$
따라서 xy 는 15 자리의 수이다.