

1. $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $y = 2|x-1| + x$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, 상수 M, m 의 합 $M+m$ 의 값은?

- ① 9 ② 8 ③ 7 ④ 6 ⑤ 5

해설

$y = 2|x-1| + x$ 에서

(i) $x \geq 1$ 일 때, $y = 2x - 2 + x = 3x - 2$

(ii) $x < 1$ 일 때, $y = -2(x-1) + x = -x + 2$ 이므로

$0 \leq x \leq 3$ 에서 $y = 2|x-1| + x$

따라서 $x = 3$ 일 때, 최댓값 7, $x = 1$ 일 때 최솟값 1 을 가지므로

$M + m = 7 + 1 = 8$

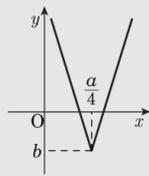
2. 함수 $f(x) = |4x - a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때 최솟값 -2 를 가진다. 이 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x - a| + b = \left| 4\left(x - \frac{a}{4}\right) \right| + b$ 의 그래프는 $y = |4x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이므로 다음 그림과 같다.



따라서, $x = \frac{a}{4}$ 일 때 최솟값 b 를 가지므로

$$\frac{a}{4} = 3, b = -2$$

$$\therefore a = 12, b = -2 \quad \therefore a + b = 10$$

3. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

절대값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값은

$2x - 4 = 0$ 에서 $x = 2$

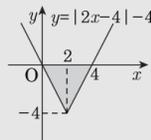
(i) $x < 2$ 일 때, $y = -(2x - 4) - 4 = -2x$

(ii) $x \geq 2$ 일 때, $y = (2x - 4) - 4 = 2x - 8$

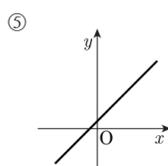
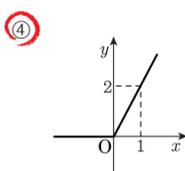
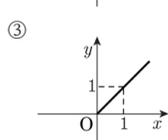
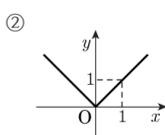
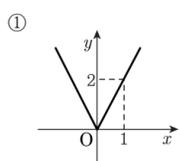
따라서 (i), (ii)에 의하여

함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프는 그림과 같으므로

구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$



4. 다음 중 함수 $y = x + |x|$ 의 그래프는?



해설

$y = x + |x|$ 에서
 $x \leq 0$ 일 때 $y = x - x = 0$ 이고
 $x > 0$ 일 때 $y = x + x = 2x$ 이다.
따라서 주어진 함수의 그래프는 ④와 같다.

5. 직선 $y = m|x - 1| + 2$ 와 x 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 10일 때, m 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $-\frac{1}{5}$ ④ $-\frac{2}{5}$ ⑤ 1

해설

$$y = m|x - 1| + 2$$

i) $x \geq 1$ 일 때 $y = mx - m + 2 \dots \textcircled{1}$

ii) $x < 1$ 일 때 $y = m - mx + 2 \dots \textcircled{2}$

m 에 관계없이 정점 $(1, 2)$ 을 지난다.

x 절편은 $\textcircled{1}$ 에서 $x = \frac{m-2}{m}$

$\textcircled{2}$ 에서 $x = \frac{m+2}{m}$

그림에서 \overline{AB} 의 길이는

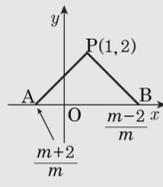
$$\frac{m-2}{m} - \frac{m+2}{m} = \frac{-4}{m}$$

$\therefore \triangle PAB$ 의 면적이 10이므로

$$S = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \left(-\frac{4}{m}\right) = 10$$

$$10m = -4$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



해설

삼각형의 넓이가 10일 때 높이가 2이므로

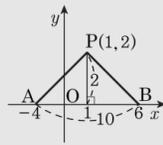
$$\overline{AB} = 10$$

즉 그래프의 x 절편이 $-4, 6$ 이다.

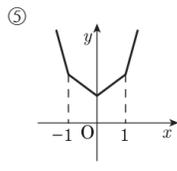
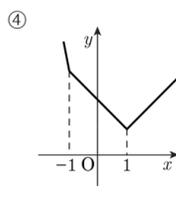
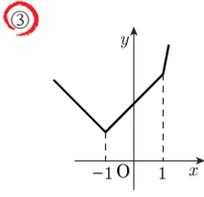
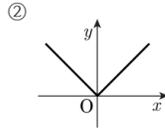
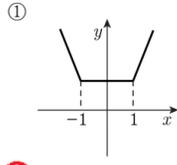
$y = m|x - 1| + 2$ 에 $(6, 0)$ 을 대입하면

$$0 = m|6 - 1| + 2, 5m = -2$$

$$\therefore m = -\frac{2}{5}$$



6. 다음 중 함수 $y = |x-1| + x + |x+1|$ 의 그래프는?



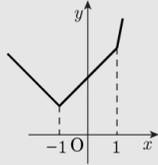
해설

i) $x \leq -1$ 일 때, $y = |x-1| + x + |x+1|$
 $= -(x-1) + x - (x+1)$
 $= -x$

ii) $-1 < x \leq 1$ 일 때 $y = |x-1| + x + |x+1|$
 $= -(x-1) + x + (x+1)$
 $= x+2$

iii) $1 < x$ 일 때 $y = |x-1| + x + |x+1|$
 $= (x-1) + x + (x+1)$
 $= 3x$

i), ii), iii)에 의하여 주어진 함수의 그래프는



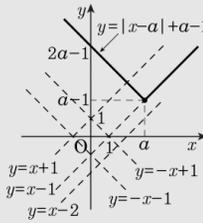
7. 다음 중 임의의 실수 a 에 대하여 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = x + 1$ ② $y = x - 1$ ③ $y = x - 2$
 ④ $y = -x - 1$ ⑤ $y = -x + 1$

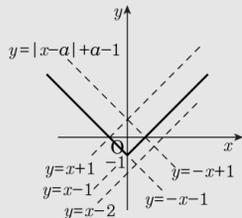
해설

a 의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

i) $a > 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서, $y = |x - a| + a - 1$ 은 $y = x + 1$,
 $y = x - 1$ 과 만나며 $a \leq 1$ 일 때
 $y = -x + 1$ 도 만난다.

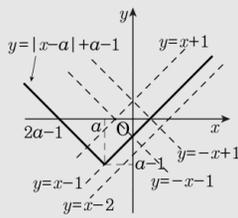


ii) $a = 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과
 만나지 않는 그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



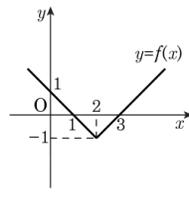
iii) $a < 0$ 일 때,
 $y = |x - a| + a - 1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
 따라서 $y = |x - a| + a - 1$ 과 만나지 않는

그래프는 $y = x - 2$ 밖에 없다.



i), ii), iii) 에서 $y = |x - a| + a - 1$ 의
 그래프와 항상 만나지 않는 직선은 $y = x - 2$ 이다.

8. 함수 $f(x) = |x - 2| - 1$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은 무엇인가?



보기

- ㉠ $f(0) = 0$
 ㉡ $f(x) = 0$ 이면 $x = 1$ 또는 $x = 3$
 ㉢ $f(x) < 0$ 이면 $1 < x < 3$
 ㉣ $a < b < 2$ 이면 $f(a) > f(b)$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ $f(0) = 1$
 ㉡ $f(1) = 0, f(3) = 0$ 이므로
 $f(x) = 0$ 이면 $x = 1$ 또는 $x = 3$
 ㉢ $f(x) < 0$ 이면 그래프가
 x 축의 아래에 있는 구간이므로 $1 < x < 3$
 ㉣ $x < 2$ 는 그래프가 감소하는 구간이므로,
 $a < b < 2$ 이면 $f(a) > f(b)$
 따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢, ㉣이다.

9. 함수 $y = |2x - 4| - 4$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$y = |2x - 4| - 4 = 2|x - 2| - 4$ 의 그래프는

$y = |2x|$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 2 만큼,

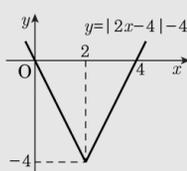
y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한

것이므로

다음 그림과 같다.

따라서 주어진 함수의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이

$$\text{는 } \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$



10. 함수 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$y = 2|x - 1| - 2$$

$$(i) x < 1 \text{ 일 때, } y = -2(x - 1) - 2 = -2x$$

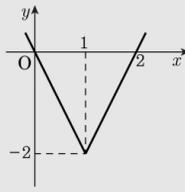
$$(ii) x \geq 1 \text{ 일 때, } y = 2(x - 1) - 2 = 2x - 4$$

따라서 $y = 2|x - 1| - 2$ 의 그래프와

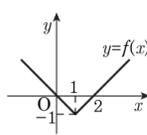
x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는

다음 그림에서

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$$



11. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음의 그림과 같을 때, $f(x)$ 는?



- ① $f(x) = |x + 1| + 1$ ② $f(x) = |x + 1| - 1$
③ $f(x) = |x - 1| + 1$ ④ $f(x) = |x - 1| - 1$
⑤ $f(x) = -|x - 1| + 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = |x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이므로 $y = |x|$ 에 x 대신 $x - 1$, y 대신 $y + 1$ 을 대입하면

$$y + 1 = |x - 1|$$

$$y = |x - 1| - 1$$

$$\therefore f(x) = |x - 1| - 1$$

12. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

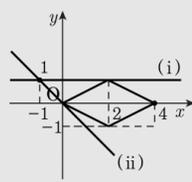
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는 $|x|+2|y|=2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는 $x+2y=2$ 의 그래프에서 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분을

각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 것이고, 이를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



직선 $y=mx+m+1$ 은 m 의 값에 관계없이 점 $(-1, 1)$ 을 지나므로 두 그래프가 만나려면

(i) $m \leq 0$

(ii) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때

$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m \geq -1$

(i), (ii) 에서 m 의 값의 범위는 $-1 \leq m \leq 0$ 따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

13. 수직선 위에 세 점 A(-2), B(1), C(2)가 있다. 수직선 위에 한 점 P를 잡아 $\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC}$ 를 최소가 되게 할 때, 점 P의 좌표를 구하면?

- ① P(-2) ② P(-1) ③ P(0)
④ P(1) ⑤ P(2)

해설

점 P의 좌표를 $P(x)$ 라 하면

$$\overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} = |x+2| + |x-1| + |x-2|$$

$$y = |x+2| + |x-1| + |x-2| \text{의}$$

그래프의 개형은

다음 그림과 같으므로 $x=1$ 에서 최

솟값을 가진다.

따라서 구하는 점 P의 좌표는 P(1)

이다.

