1. 함수 $y = |x-1|-2$ 의 그래프와 직선 $y = mx+m-1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 m 의 값의 범위를 구하면?

① $-1 < m < 0$ ② $-\frac{1}{2} < m < 1$ ③ $-\frac{1}{4} < m < \frac{1}{2}$

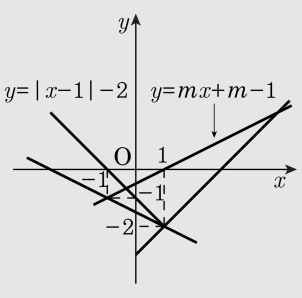
④ $0 < m < 1$ ⑤ $1 < m < 2$

해설

$y = |x-1|-2$ 의 그래프는 아래 그림과 같이 점 $(1, -2)$ 에서 꺾인 그래프이다.

또, 직선 $y = mx+m-1$ 은 $y = m(x+1)-1$ 에서 m 의 값에 관계없이 점 $(-1, -1)$ 을 지나는 직선이다.

따라서, 두 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나기위한 조건은 $-\frac{1}{2} < m < 1$

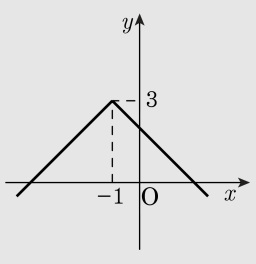


2. 함수 $y = -|x+1|+3$ 의 최댓값을 구하면?

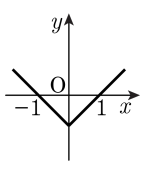
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

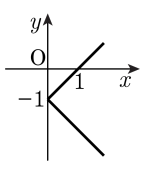
해설

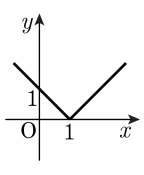
$y = -|x+1|+3$ 의 그래프는 다음 그림과 같으므로 최댓값은 $x = -1$ 일 때, 3이다.

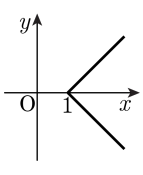


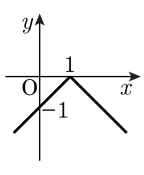
3. 다음 중 함수 $|y| = x - 1$ 의 그래프를 구하면?

① 

② 

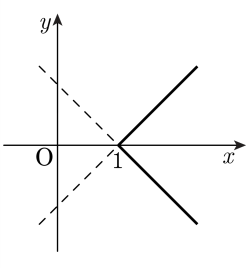
③ 

④ 

⑤ 

해설

$|y| = x - 1$ 에서
$y \geq 0$ 일 때,
$y = x - 1$
$y < 0$ 일 때,
$-y = x - 1,\ y = -x + 1$
따라서, 그래프는 다음
그림과 같다.



4. 함수 $y = |x-3|-1$ 에 대하여 $0 \le x \le 4$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 차례대로 구하면?

① 2, 1　② 2, 0　③ 2, -1

④ 1, -1　⑤ 1, -2

해설

$0 \le x \le 4$ 에서

$y = |x-3|-1$

$$= \begin{cases} x-4 & (3 \le x \le 4) \\ -x+2 & (0 \le x < 3) \end{cases}$$

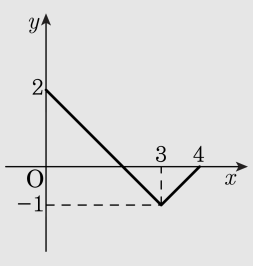
따라서, 위 함수의 그래프는 다음 그림과 같으므로

$x = 0$ 일 때

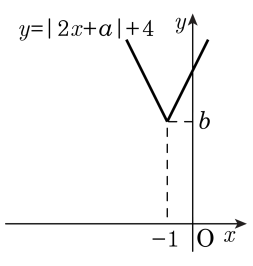
최댓값은 2 이고

$x = 3$ 일 때

최솟값은 -1 이다.



5. 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 점 $(-1, b)$ 를 지난다. 이때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하면?



① 2 ② 4 ③ 6

④ 8 ⑤ 10

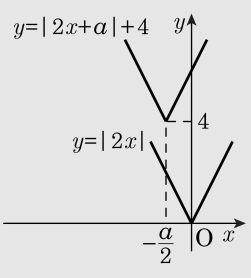
해설

$y = |2x + a| + 4$

$= \left|2\left(x + \frac{a}{2}\right)\right| + 4$

즉, 함수 $y = |2x + a| + 4$ 의 그래프는 함수 $y = |2x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{2}$ 만큼,

y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이다.



이때, 그래프의 꺾인 점의 좌표는 $\left(-\frac{a}{2}, 4\right)$ 이고,

문제에서 $(-1, b)$ 이므로

$-\frac{a}{2} = -1,\ b = 4$

$\therefore\ a = 2,\ b = 4 \quad \therefore\ ab = 8$

6. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

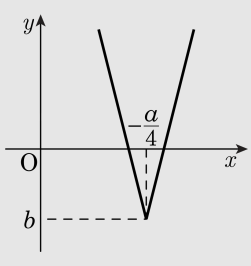
▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left|4\left(x + \frac{a}{4}\right)\right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음 그림과 같다.



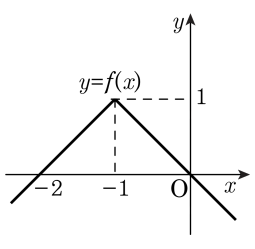
따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3$, $b = -2$

따라서 $a = -12$, $b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프의 관계식을 구하면?



① $y = |x-1| - 1$

② $y = |x+1| - 1$

③ $y = |x-1| + 1$

④ $y = -|x+1| + 1$

⑤ $y = -|x+1| - 1$

해설

주어진 그래프는 함수 $y = -|x|$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 -1 만큼,
y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이므로
$y = -|x|$ 에 x 대신 $x+1$,
y 대신 $y-1$ 을 대입하면 $y-1 = -|x+1|$
즉, $f(x) = -|x+1| + 1$ 이므로 $y = -|x+1| + 1$

8. 함수 $f(x) = | x-1 | -a |$ 에서 $f(2) = 4$ 를 만족시키는 양의 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$f(2) = 4$ 이므로
$f(2) = | 2-1 | -a | = 4 \rightarrow | 1-a | = 4$
따라서 $a = -3,\ 5$ 이므로 양수 $a = 5$

9. 함수 $f(x) = | x-2 | -1 | + k$ 에 대하여 $f(-1) = 5$ 를 만족시킬 때, $f(5)$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(-1) = 5$ 이므로

$f(-1) = | -1-2 | -1 | + k = 2 + k = 5$

따라서 $k = 3$ 이므로

$\therefore\ f(5) = | 5-2 | -1 | + 3 = 5$

10. 함수 $y = |x+1| - |x-3|$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$y = |x+1| - |x-3|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때

$y = -(x+1) + x - 3 = -4$

ii) $-1 \le x < 3$ 일 때

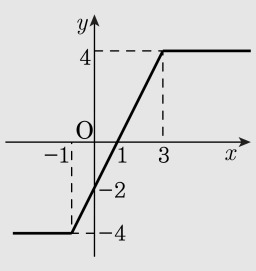
$y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$

iii) $x \ge 3$ 일 때

$y = x + 1 - (x-3) = 4$

이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로

$M = 4, m = -4$

$\therefore M - m = 4 - (-4)$

$= 8$