

1. 다음 <보기> 중에서 자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수가 되는 것을 모두 고르면?

보기

- Ⓐ 자연수 n 에 대하여 \sqrt{n} 을 대응시킨다.
- Ⓑ 자연수 n 에 n 의 양의 약수의 개수를 대응시킨다.
- Ⓒ 홀수에는 1, 짝수에는 2, 소수에는 3을 대응시킨다.

① Ⓐ

② Ⓑ

③ Ⓒ, Ⓓ

④ Ⓓ, Ⓕ

⑤ Ⓐ, Ⓑ, Ⓕ

해설

자연수에서 자연수로의 함수라는 말의 의미는 정의역이 자연수 일 때, 치역도 자연수인 함수를 찾으라는 말이다. 그런데 이때 Ⓐ은 무리수가 치역에 포함되지 않으므로 정의에 타당하지 않다. Ⓕ에서 2는 짝수이며 소수이므로 옳지 않다. 따라서 Ⓑ만 옳다.

2. 다음 중 함수가 아닌 것을 고르면?

- ① $2y = x - 1$ ② $y = -x^2 - 8$ ③ $y = 5$
④ $x = y^2 - 4$ ⑤ $y = 3|x| - 1$

해설

함수는 하나의 x 값에 두 개 이상의 y 값이 대응될 수 없다.



④ : $x = y^2 - 4$

3. 두 집합 $X = \{-1, 1, 2\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것을 모두 고르면?

Ⓐ $f : x \rightarrow x$	Ⓑ $g : x \rightarrow x + 2$
Ⓒ $h : x \rightarrow x $	Ⓓ $k : x \rightarrow x^2 - 1$

- Ⓐ Ⓛ, Ⓜ Ⓝ Ⓛ, Ⓜ, Ⓞ Ⓟ Ⓛ, Ⓜ, Ⓠ Ⓡ Ⓛ, Ⓜ, Ⓞ, Ⓠ Ⓢ Ⓛ, Ⓜ, Ⓞ, Ⓠ, Ⓣ

Ⓐ $f(x) = x$ 에서 $f(-1) = -1$ 이고 $-1 \notin Y$ 이므로, 함수가 아니다.

Ⓑ $g(x) = x+2$ 에서 $g(-1) = 1 \in Y$, $g(1) = 3 \in Y$, $g(2) = 4 \in Y$ 이므로 함수이다.

Ⓒ $h(x) = |x|$ 에서 $h(-1) = 1 \in Y$, $h(1) = 1 \in Y$, $h(2) = 2 \in Y$ 이므로 함수이다.

Ⓓ $k(x) = x^2 - 1$ 에서 $k(-1) = 0 \notin Y$, $k(1) = 0 \notin Y$, $k(2) = 3 \in Y$ 이므로 함수가 아니다.

4. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 Y 로의 함수인 것은?

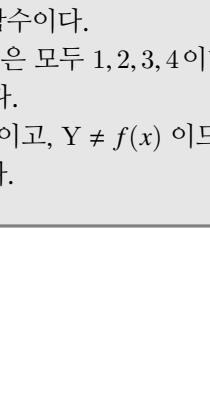
- ① $f : x \rightarrow x$ ② $f : x \rightarrow -2|x|$
③ $f : x \rightarrow x^2$ ④ $f : x \rightarrow x + 3$
⑤ $f : x \rightarrow |3x| + 1$

해설

③ $y = f(x) = x^2$ 에서
 $f(-1) = (-1)^2 = 1 \in Y$, $f(0) = 0^2 = 0 \in Y$, $f(1) = 1^2 = 1 \in Y$
따라서 함수이다.

5. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- Ⓐ 함수가 아니다.
- Ⓑ 정의역은 1, 2, 3, 4이다.
- Ⓔ 공역은 1, 2, 3, 4이다.
- Ⓕ 치역은 1, 2, 3, 4이다.
- Ⓖ 일대일대응이다.



- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- Ⓐ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가 1개씩 대응하므로 함수이다.
- Ⓑ, Ⓝ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4이다.
- Ⓔ 치역은 1, 2, 4이다.
- Ⓖ $f(2) = f(4) = 4$ 이고, $Y \neq f(x)$ 이므로 일대일대응이 아니다.

6. 자연수 전체의 집합을 N 이라 할 때, N 의 임의의 원소 x 에 대하여 다음 대응 중 N 에서 N 으로의 함수인 것은?

- ① $x \rightarrow x - 1$
- ② $x \rightarrow x$ 의 양의 제곱근
- ③ $x \rightarrow x$ 를 4 로 나눈 나머지
- ④ $x \rightarrow x^2 - 1$
- ⑤ $x \rightarrow |-1|$

해설

- ① $x = 1$ 일 때, $1 \in N$ 이지만 $1 - 1 = 0 \notin N$
따라서 함수가 아니다.
- ② $x = 2$ 일 때, $2 \in N$ 이지만 2 의 양의 제곱근 $\sqrt{2} \notin N$
따라서 함수가 아니다.
- ③ $x = 4$ 일 때, $4 \in N$ 이지만 4 를 4 로 나눈 나머지 $0 \notin N$
따라서 함수가 아니다.
- ④ $x = 1$ 일 때, $1 \in N$ 이지만 $1^2 - 1 = 0 \notin N$
따라서 함수가 아니다.
- ⑤ 정의역의 모든 원소가 1 에 대응하므로 함수이다.

7. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

①



②



③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x 값에 여러 개의 y 값이 대응될 수 없다.

8. 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 를 $f(x) = |x|$ 라 하자. 이때 함수 f 의 치역의 부분집합의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 16 개

해설

$f(-1) = f(1) = 1, f(0) = 0, f(2) = 2$ 므로 함수 f 의 치역은 $\{0, 1, 2\}$ 이다.

원소의 개수가 3인 집합의 부분집합은 $2^3 = 8$ (개)이다.

9. 자연수의 집합을 N , 양의 유리수 집합을 Q^+ 라고 할 때, 함수 f 가 $f : Q^+ \rightarrow N \times N$ 으로 정의될 때, 다음 중 일대일 대응인 것은? (단, p, q 는 서로소)

① $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p, 0)$ ② $f\left(\frac{p}{q}\right) = (0, q)$

③ $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p+q, 0)$ ④ $f\left(\frac{p}{q}\right) = (0, pq)$

⑤ $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p, q)$

해설

① $\frac{2}{3} \neq \frac{2}{5}$ 일 때

$f\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{2}{5}\right) = (2, 0)$

②, ③, ④ 도 같은 방법으로
일대일 대응이 아님을 보일 수 있다.

10. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases}$$
 가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 a, b

의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

① $a = 1, b = -1$ ② $a = 1, b = 1$ ③ $a = 2, b = -1$

④ $a = 2, b = 0$ ⑤ $a = -1, b = 2$

해설

f 가 일대일대응이 되려면
 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같아야 한다.

즉, 직선 $y = ax + b$ 가

점 $(1, 1)$ 을 지나야 하므로

$$a + b = 1 \quad \dots \textcircled{\text{7}}$$

또, 직선 $y = x$ 의 기울기가 양이므로 직선

$y = ax + b$ 의 기울기도 양이어야 한다.

$$\therefore a > 0 \quad \dots \textcircled{\text{L}}$$

따라서 주어진 보기 중 ⑦, ⑨을

모두 만족시키는 것은 ③이다.



11. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 f 중에서 X 의 임의의 두 원소 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

- ① 15개 ② 60개 ③ 120개
④ 125개 ⑤ 243개

해설

「 $x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$ 」는

일대일 함수를 의미한다.

즉, $X = \{1, 2, 3\}$ 이고

$Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이므로

일대일 함수는 $5 \times 4 \times 3 = 60$ (개)

12. 실수전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 f 는 항등함수이고 $g(x) = -3$ (x 는 실수)일 때, $f(2) + g(4)$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

f 는 항등함수이므로 $f(x) = x$
 $\therefore f(2) = 2$
모든 실수 x 에 대하여
 $g(x) = -3$ 이므로 g 는 상수함수이다.
 $\therefore g(4) = -3$
 $\therefore f(2) + g(4) = 2 + (-3) = -1$ 이다.

13. 다음은 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수이다. 일대일대응인 것은 무엇인가?

① $y = -x^2$

② $y = -|x|$

③ $y = 3$

④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = \sqrt{2}x - 2 (x \geq 1)$

해설

① $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = -1$ 이므로 일대일 함수가 아니다.



또, $f(X) \leq 0$ 이므로 (공역) ≠ (치역)

② $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = -1$ 이므로 일대일 함수가 아니다.

또, $f(X) \leq 0$ 이므로 (공역) ≠ (치역)

③ 모든 $x \in X$ 에 대하여 $f(x) = 3$ 이므로 일대일 함수가 아니다.

또, $f(X) = 3$ 이므로 (공역) ≠ (치역)

④ 일대일 함수이고 (공역) = (치역) = (실수 전체의 집합) 이므로 일대일대응이다.

⑤ $x \geq 1$ 일 때, $f(X) \geq 0$ 이므로

일대일 함수이지만 (공역) ≠ (치역)이다.

14. 집합 $A = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 f 중에서 $f(x) = f^{-1}(x)$ 를 만족시키는 것의 개수는?

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1} 가 존재하므로, f 는 일대일대응이다.

(i) $f(1) = 1$ 일 때,
 $f(2) = 2, f(3) = 3$ 또는 $f(2) = 3, f(3) = 2$

(ii) $f(1) = 2$ 일 때,
 $f(2) = f^{-1}(2) = 1$ 이므로 $f(3) = 3$

(iii) $f(1) = 3$ 일 때,
 $f(3) = f^{-1}(3) = 1$ 이므로 $f(2) = 2$

(i), (ii), (iii)에서 함수 f 의 개수는 4개이다.

15. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$ 가 있다. X 에서 Y 로의 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 64개

해설

$$a \rightarrow \boxed{\quad}, b \rightarrow \boxed{\quad}, c \rightarrow \boxed{\quad}$$

Y 의 원소 p, q, r, s 에서 세 개를 뽑아 위 $\boxed{\quad}$ 안에 들어 놓는 방법의 수를 구하는 것이다.

이 때 세 개의 수는 모두 같거나,

두 개만 같거나 모두 달라도 좋다.

따라서 a 에는 p, q, r, s 의 4가지,

b 에는 a 에 온 수가 와도 좋으므로 역시 4가지,

마찬가지로 c 에는 a, b 에 온 수가

와도 좋으므로 4가지씩이 있다.

$$\therefore 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64(\text{개})$$

16. 두 함수 $f(x) = -x + a$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = 2x - 4$ 일 때, ab 의 값은 얼마인가?

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

해설

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(ax + b)$$

$$= -(ax + b) + a = -ax + a - b \quad \text{[므로 } -ax + a - b = 2x - 4]$$

그런데, 이 것은 x 에 대한 항등식이므로

$$a = -2, b = 2$$

$$\therefore ab = -4$$

17. 두 함수 $f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 4x + a$ 에 대하여 $(g \circ f)(x) = 12x + 7$ 이 성립할 때, 상수 a 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$$f(x) = 3x + 1, g(x) = 4x + a \text{ } \circ] \text{므로}$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(3x + 1)$$

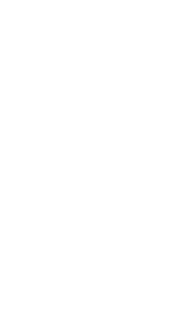
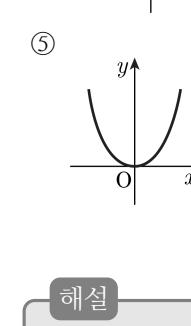
$$= 4(3x + 1) + a$$

$$= 12x + 4 + a$$

$$\text{따라서 } 12x + 4 + a = 12x + 7 \text{ 에서 } 4 + a = 7$$

$$\therefore a = 3$$

18. 다음 그래프 중 역함수를 갖는 것은?



해설

역함수를 갖는 것은 일대일 대응이다. \Rightarrow ②

19. 다음 보기는 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x)$ 를 나타낸 것이다. 역함수가 존재하는 것을 모두 고르면 무엇인가?

$$\textcircled{\text{A}} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$$
$$\textcircled{\text{B}} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & (x \geq 1) \\ 1 - x & (x < 1) \end{cases}$$
$$\textcircled{\text{C}} \quad f(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ x + 3 & (x < 0) \end{cases}$$

① **Ⓐ**

④ **Ⓑ, Ⓛ**

② **Ⓑ**

⑤ **Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ**

③ **Ⓔ**

해설

함수 $f(x)$ 가 일대일대응일 때
역함수가 존재한다.

이 때, 보기의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서, 함수 Ⓑ이 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

20. 함수 $f(x) = ax - 1$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같도록 상수 a 의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y = f(x)$ 라 하면 $y = ax - 1$
이것을 x 에 대하여 정리하면 $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ } \circ \text{[and]} \frac{1}{a} = -1 \text{ } \circ \text{[and]}$$

$$\therefore a = -1$$

21. 함수 $f(x) = ax + b$ ($a > 0$)의 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 이 함수 $f(x)$ 와 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하면?

- ① $a = 1, b = 0$ ② $a = 1, b = 1$ ③ $a = 2, b = 0$
④ $a = 2, b = 1$ ⑤ $a = 3, b = 0$

해설

$$\begin{aligned}f^{-1}(x) &= f(x) \Leftrightarrow f(f(x)) = x \\f(f(x)) &= af(x) + b \\&= a(ax + b) + b \\&= a^2x + ab + b \\a^2x + ab + b &= x \\\therefore a^2 &= 1, ab + b = 0 \\\therefore a &= 1, b = 0\end{aligned}$$

22. 함수 $f(x) = ax + 3$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같아지도록 하는 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -3 ② -1 ③ $-\frac{1}{3}$ ④ 1 ⑤ 3

해설

$y = ax + 3$ 으로 놓고 x, y 를 서로 바꾸면

$$x = ay + 3, y = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

$f(x) = f^{-1}(x)$ 에서

$$ax + 3 = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$$

위의 식이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a = \frac{1}{a}, 3 = -\frac{3}{a}$$

$$\therefore a = -1$$

해설

$f(x) = f^{-1}(x)$ 이면 $(f \circ f)(x)$ 이므로

$(f \circ f)(x) = I(x) = x$ 이 성립한다.

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax + 3) = a(ax + 3) + 3$$

$$= a^2x + 3a + 3$$

$$a^2x + 3a + 3 = x$$
 이서 $a^2 = 1, 3a + 3 = 0$

$$\therefore a = -1$$

23. 함수 $f(x) = ax + 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}f^{-1} &= f \text{의 양변에 함수 } f \text{ 를 합성하면} \\f^{-1} \circ f &= f \circ f \\\text{이때, } f^{-1} \circ f &= I(I \text{는 항등함수}) \text{ 이므로 } f \circ f = I \\(f \circ f)(x) &\stackrel{?}{=} x \\(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f(ax + 3) \\&= a(ax + 3) + 3 = a^2x + 3a + 3 = x \\\text{따라서 } a^2 &= 1, 3a + 3 = 0 \text{ 이므로 } a = -1\end{aligned}$$

24. 함수 $f(x) = kx + 1$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?
(단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

- ① 4 ② 3 ③ 2 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}f^{-1} \circ f &\text{으로 } f \circ f = I \\(f \circ f)(x) &= x \text{ 이다} \\f(f(x)) &= f(kx + 1) = k(kx + 1) + 1 = k^2x + k + 1 = x \\ \therefore k^2 &= 1, k + 1 = 0 \text{ 따라서 } k = -1\end{aligned}$$

25. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \geq 0) \\ -x+k & (x < 0) \end{cases}$$

가 $f^{-1}(2) = -3$ 을 만족시킬 때, $f(5)$ 의
값은 얼마인가?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} f^{-1}(2) = -3 \text{ 에서 } f(-3) = 2 \text{ 이므로} \\ f(-3) = 3 + k = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore k = -1 \text{ 이므로 } f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\therefore f(5) = 5 - 1 = 4$$

26. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = -1$, $f^{-1}(3) = 2$ 일 때, $2f^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$f(x) = ax + b \quad (a \neq 0) \text{ 로 놓으면}, \\ f(1) = -1, f(2) = 3 \text{ } \circ\text{므로}$$

$$f(1) = a + b = -1, f(2) = 2a + b = 3$$

$$\begin{array}{l} \xrightarrow{\text{---}} \\ \therefore a = 4, b = -5 \end{array}$$

$$\therefore f(x) = 4x - 5$$

$$f^{-1}(1) = a \text{ 로 놓으면 } f(a) = 1$$

$$4a - 5 = 1 \quad \therefore a = \frac{3}{2}$$

$$\text{따라서 } f^{-1}(1) = \frac{3}{2}, 2f^{-1}(1) = 3$$

27. $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$ 일 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$ 의 값은 얼마인가?

- ① -1 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$$
 라 놓으면,
$$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$$

$$f(-2) = (-2)^2 = 4$$
 |므로 $f(a) = -2$
따라서, $f(1) = -2 \cdot 1 = -2$
$$\therefore a = 1$$

28. 두 함수 $f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -x + 3$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2)$ 의 값은 얼마인가?

① 3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

해설

$f(x) = 2x - 5$, $g(x) = -x + 3$ 에 대하여
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(g^{-1}(2))$ 이므로
 $g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 2$
 $-k + 3 = 2$ 에서 $k = 1$

$(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(1) = m$ 으로 놓으면,
 $f(m) = 1$ 에서 $2m - 5 = 1$

$\therefore m = 3$

29. $f(x) = 2x - 3$ 이고 $g(x)$ 가 $(g \circ f)^{-1}(x) = 2x$ 를 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은 얼마인가?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} (g \circ f)^{-1}(x) &= 2x \Leftrightarrow (g \circ f)(2x) = x \\ &\Leftrightarrow g(f(2x)) = x \\ f(2x) &= 2 \bullet 2x - 3 = 4x - 3 \\ \therefore g(f(2x)) &= g(4x - 3) = x \\ 4x - 3 &= 1 \text{ 에서 } x = 1 \text{ 이므로} \\ g(4x - 3) = x \text{ 의 양변에 } x = 1 &\text{ 을 대입하면 } g(1) = 1 \end{aligned}$$

30. 다음 중 일반적으로 성립하는 성질이 아닌 것은 무엇인가?

- ① $g \circ f = f \circ g$ ② $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$
③ $(f^{-1})^{-1} = f$ ④ $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
⑤ $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

해설

합성함수의 성질에서
교환법칙은 성립하지 않는다.

31. 다음 중 옳지 않은 것은 무엇인가?

- ① $(f^{-1})^{-1} = f$ ② $g \circ f \neq f \circ g$
③ $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$ ④ $f \circ f^{-1} = I$
⑤ $(g \circ f) \circ h = g \circ (f \circ h)$

해설

$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \neq g^{-1} \circ f^{-1}$
즉, 옳지 않은 것은 ③이다.

32. 두 함수 f , g 를 $f(x) = x - 1$, $g(x) = 2x + 4$ 로 정의할 때, $(f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f)(3)$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f \\ &= f \cdot (f^{-1} \cdot g^{-1}) \cdot f \\ &= g^{-1} \cdot f \\ &\therefore (f \cdot (g \cdot f)^{-1} \cdot f)(3) \\ &= (g^{-1} \cdot f)(3) \\ &= g^{-1}(f(3)) = g^{-1}(2) \\ &\text{이 때, } g^{-1}(2) = a \text{ 라 하면} \\ &g(a) = 2 \text{에서 } 2a + 4 = 2 \\ &\therefore a = -1 \end{aligned}$$

33. 함수 $f(x) = mx + n$ 에 대하여 $f^{-1}(3) = 2$, $(f \circ f)(2) = 7$ 이 성립할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은 얼마인가?

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$f^{-1}(3) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 7$ 에서 $f(f(2)) = f(3) = 7$

$2m + n = 3 \cdots ⑦$

$3m + n = 7 \cdots ⑧$

⑦, ⑧을 연립하여 풀면 $m = 4$, $n = -5$

$\therefore m + n = -1$