1. 다음 <보기> 중에서 자연수 전체의 집합 N에서 N으로의 함수가 되는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ 자연수 n에 대하여 $\sqrt{n}$을 대응시킨다.

㉡ 자연수 n에 n의 양의 약수의 개수를 대응시킨다.

㉢ 홀수에는 1, 짝수에는 2, 소수에는 3을 대응시킨다.

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

자연수에서 자연수로의 함수라는 말의 의미는 정의역이 자연수 일 때, 치역도 자연수인 함수를 찾으라는 말이다. 그런데 이때 ㉠은 무리수가 치역에 포함되지 않으므로 정의에 타당하지 않다.
㉢에서 2는 짝수이며 소수이므로 옳지 않다.
따라서 ㉡만 옳다.

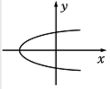
2. 다음 중 함수가 아닌 것을 고르면?

① $2y = x - 1$ ② $y = -x^2 - 8$ ③ $y = 5$

④ $x = y^2 - 4$ ⑤ $y = 3|x| - 1$

해설

함수는 하나의 x값에 두 개 이상의 y값이 대응될 수 없다.



④ : $x = y^2 - 4$

3. 두 집합 $X=\{-1,\ 1,\ 2\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$에 대하여 다음 중 X에서 Y로의 함수인 것을 모두 고르면?

㉠ $f : x \rightarrow x$	㉡ $g : x \rightarrow x+2$
㉢ $h : x \rightarrow \lvert x \rvert$	㉣ $k : x \rightarrow x^2-1$

① ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉢, ㉣
④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ $f(x)=x$ 에서 $f(-1)=-1$ 이고 $-1 \notin Y$ 이므로, 함수가 아니다.
㉡ $g(x)=x+2$ 에서 $g(-1)=1 \in Y$, $g(1)=3 \in Y$, $g(2)=4 \in Y$ 이므로 함수이다.
㉢ $h(x)=\lvert x \rvert$ 에서 $h(-1)=1 \in Y$, $h(1)=1 \in Y$, $h(2)=2 \in Y$ 이므로 함수이다.
㉣ $k(x)=x^2-1$ 에서 $k(-1)=0 \notin Y$, $k(1)=0 \notin Y$, $k(2)=3 \in Y$ 이므로 함수가 아니다.

4. 두 집합 $X=\{-1,\ 0,\ 1\}$, $Y=\{0,\ 1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 다음 중 X에서 Y로의 함수인 것은?

① $f: x \to x$

② $f: x \to -2|x|$

③ $f: x \to x^2$

④ $f: x \to x+3$

⑤ $f: x \to |3x|+1$

해설

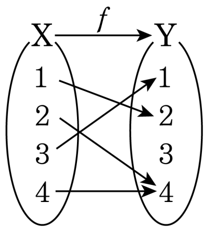
③ $y=f(x)=x^2$ 에서

$f(-1)=(-1)^2=1\in Y,\ f(0)=0^2=0\in Y,\ f(1)=1^2=1\in Y$

따라서 함수이다.

5. 다음 그림과 같은 대응에 대한 다음 설명 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ 함수가 아니다. ㉡ 정의역은 1, 2, 3, 4이다. ㉢ 공역은 1, 2, 3, 4이다. ㉣ 치역은 1, 2, 3, 4이다. ㉤ 일대일대응이다.



① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉠ 주어진 대응 x 의 각 원소에 y 가
1 개씩 대응하므로 함수이다.
㉡, ㉢ 정의역과 공역은 모두 1, 2, 3, 4 이다.
㉣ 치역은 1, 2, 4이다.
㉤ $f(2) = f(4) = 4$ 이고, $\mathrm{Y} \neq f(x)$ 이므로
일대일대응이 아니다.

6. 자연수 전체의 집합을 N 이라 할 때, N 의 임의의 원소 x 에 대하여 다음 대응 중 N 에서 N 으로의 함수인 것은?

① $x \to x-1$

② $x \to x$ 의 양의 제곱근

③ $x \to x$ 를 4 로 나눈 나머지

④ $x \to x^2-1$

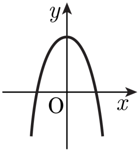
⑤ $x \to |-1|$

해설

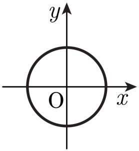
① $x=1$ 일 때, $1 \in N$ 이지만 $1-1=0 \notin N$
따라서 함수가 아니다.
② $x=2$ 일 때, $2 \in N$ 이지만 2 의 양의 제곱근 $\sqrt{2} \notin N$
따라서 함수가 아니다.
③ $x=4$ 일 때, $4 \in N$ 이지만 4 를 4 로 나눈 나머지 $0 \notin N$
따라서 함수가 아니다.
④ $x=1$ 일 때, $1 \in N$ 이지만 $1^2-1=0 \notin N$
따라서 함수가 아니다.
⑤ 정의역의 모든 원소가 1 에 대응하므로 함수이다.

7. 다음 중 함수의 그래프인 것은?

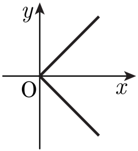
①



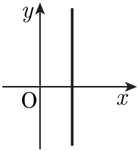
②



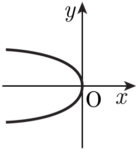
③



④



⑤



해설

함수는 하나의 x값에 여러 개의 y값이 대응될 수 없다.

8. 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$를 $f(x) = |x|$라 하자. 이때 함수 f의 치역의 부분집합의 개수는?

① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$f(-1) = f(1) = 1,\ f(0) = 0,\ f(2) = 2$이므로 함수 f의 치역은 $\{0, 1, 2\}$이다.
원소의 개수가 3인 집합의 부분집합은 $2^3 = 8$(개)이다.

9. 자연수의 집합을 N, 양의 유리수 집합을 Q^+ 라고 할 때, 함수 f 가 $f\ : Q^+ \ \rightarrow \ N \times N$ 으로 정의될 때, 다음 중 일대일 대응인 것은? (단, p, q는 서로소)

① $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p,\ 0)$

② $f\left(\frac{p}{q}\right) = (0,\ q)$

③ $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p+q,\ 0)$

④ $f\left(\frac{p}{q}\right) = (0,\ pq)$

⑤ $f\left(\frac{p}{q}\right) = (p,\ q)$

해설

① $\frac{2}{3} \neq \frac{2}{5}$ 일 때

$f\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{2}{5}\right) = (2.\ 0)$

②, ③, ④도 같은 방법으로

일대일 대응이 아님을 보일 수 있다.

10. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

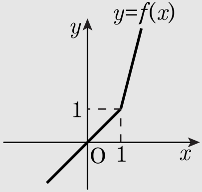
$$f(x) = \begin{cases} x & (x \le 1) \\ ax+b & (x > 1) \end{cases}$$ 가 일대일대응이 되도록 하는 두 상수 $a,\ b$ 의 값으로 적당한 것은 무엇인가?

① $a=1,\ b=-1$ ② $a=1,\ b=1$ ③ $a=2,\ b=-1$

④ $a=2,\ b=0$ ⑤ $a=-1,\ b=2$

해설

f가 일대일대응이 되려면
$y=f(x)$의 그래프가 그림과 같아야 한다.
즉, 직선 $y=ax+b$가
점 $(1,\ 1)$을 지나야 하므로
$a+b=1 \quad \cdots$ ㉠
또, 직선 $y=x$의 기울기가 양이므로 직선
$y=ax+b$의 기울기도 양이어야 한다.
$\therefore\ a>0 \quad \cdots$ ㉡
따라서 주어진 보기 중 ㉠, ㉡을
모두 만족시키는 것은 ③이다.



11. 두 집합 $X=\{1,\ 2,\ 3\}$, $Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$에 대하여 X에서 Y로의 함수 f 중에서 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 \neq x_2$일 때, $f(x_1) \neq (x_2)$ 인 함수는 몇 개인가?

① 15개 ② 60개 ③ 120개

④ 125개 ⑤ 243개

해설

「$x_1 \neq x_2$ 일 때, $f(x_1) \neq f(x_2)$」는
일대일 함수를 의미한다.
즉, $X=\{1,\ 2,\ 3\}$이고
$Y=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$이므로
일대일 함수는 $5\times4\times3=60$(개)

12. 실수전체의 집합에서 정의된 두 함수 f, g 에 대하여 f 는 항등함수이고 $g(x) = -3(x$ 는 실수) 일 때, $f(2) + g(4)$ 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

f 는 항등함수이므로 $f(x) = x$

$\therefore\ f(2) = 2$

모든 실수 x 에 대하여

$g(x) = -3$ 이므로 g 는 상수함수이다.

$\therefore\ g(4) = -3$

$\therefore\ f(2) + g(4) = 2 + (-3) = -1$ 이다.

13. 다음은 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수이다. 일대일대응인 것은 무엇인가?

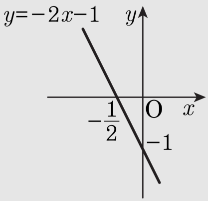
① $y = -x^2$　　② $y = -|x|$

③ $y = 3$　　④ $y = -2x - 1$

⑤ $y = \sqrt{2}x - 2 \ (x \geq 1)$

해설

① $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = -1$ 이므로
일대일 함수가 아니다.



또, $f(X) \leq 0$ 이므로 (공역)$\neq$ (치역)
② $-1 \neq 1$ 이지만 $f(-1) = f(1) = -1$ 이므로
일대일 함수가 아니다.
또, $f(X) \leq 0$ 이므로 (공역)$\neq$ (치역)
③ 모든 $x \in X$ 에 대하여 $f(x) = 3$ 이므로
일대일 함수가 아니다.
또, $f(X) = 3$ 이므로 (공역)$\neq$ (치역)
④ 일대일 함수이고 (공역)=(치역)=(실수 전체의 집합) 이므로
일대일대응이다.
⑤ $x \geq 1$ 일 때, $f(X) \geq 0$ 이므로
일대일 함수이지만 (공역)$\neq$ (치역) 이다.

14. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 A에서 A로의 함수 f 중에서 $f(x)=f^{-1}(x)$를 만족시키는 것의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1}가 존재하므로, f는 일대일대응이다.

(i) $f(1)=1$일 때,

$f(2)=2,\ f(3)=3$ 또는 $f(2)=3,\ f(3)=2$

(ii) $f(1)=2$일 때,

$f(2)=f^{-1}(2)=1$이므로 $f(3)=3$

(iii) $f(1)=3$일 때,

$f(3)=f^{-1}(3)=1$이므로 $f(2)=2$

(i), (ii), (iii)에서 함수 f의 개수는 4개이다.

15. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$가 있다. X에서 Y로의 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 64개

해설

$a \to \boxed{}$, $b \to \boxed{}$, $c \to \boxed{}$

Y의 원소 p, q, r, s에서 세 개를 뽑아 위 $\boxed{}$ 안에 늘어 놓는 방법의 수를 구하는 것이다.
이 때 세 개의 수는 모두 같거나,
두 개만 같거나 모두 달라도 좋다.
따라서 a에는 p, q, r, s의 4가지,
b에는 a에 온 수가 와도 좋으므로 역시 4가지,
마찬가지로 c에는 a, b에 온 수가
와도 좋으므로 4가지씩이 있다.
$\therefore 4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$(개)

16. 두 함수 $f(x) = -x + a$, $g(x) = ax + b$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = 2x - 4$ 일 때, ab 의 값은 얼마인가?

① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(ax + b)$
$= -(ax + b) + a = -ax + a - b$ 이므로 $-ax + a - b = 2x - 4$
그런데, 이것은 x 에 대한 항등식이므로
$a = -2, b = 2$
$\therefore ab = -4$

17. 두 함수 $f(x)=3x+1$, $g(x)=4x+a$에 대하여 $(g\circ f)(x)=12x+7$이 성립할 때, 상수 a의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$f(x)=3x+1,\ g(x)=4x+a$ 이므로

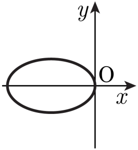
$$\begin{aligned}(g\circ f)(x) &= g(f(x)) = g(3x+1)\\ &= 4(3x+1)+a\\ &= 12x+4+a\end{aligned}$$

따라서 $12x+4+a=12x+7$ 에서 $4+a=7$

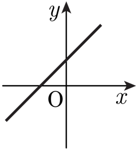
$\therefore\ a=3$

18. 다음 그래프 중 역함수를 갖는 것은?

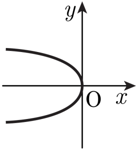
①



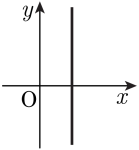
②



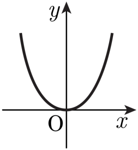
③



④



⑤



해설

역함수를 갖는 것은 일대일 대응이다. ⇒ ②

19. 다음 보기는 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 $f(x)$ 를 나타낸 것이다. 역함수가 존재하는 것을 <u>모두</u> 고르면 무엇인가?

㉠ $f(x) = \begin{cases} x^2 \ (x \geq 0) \\ x \quad (x < 0) \end{cases}$

㉡ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 \ \ (x \geq 1) \\ 1 - x \quad (x < 1) \end{cases}$

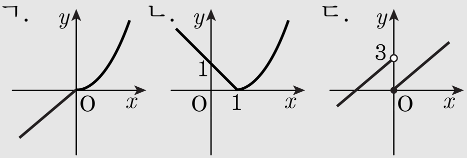
㉢ $f(x) = \begin{cases} x \quad\ (x \geq 0) \\ x + 3 \ (x < 0) \end{cases}$

① ㉠　　② ㉡　　③ ㉢

④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

함수 $f(x)$가 일대일대응일 때
역함수가 존재한다.
이 때, 보기의 그래프는 다음 그림과 같다.



따라서, 함수 ㄱ이 일대일대응이므로 역함수가 존재한다.

20. 함수 $f(x) = ax - 1$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같도록 상수 a 의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y = f(x)$ 라 하면 $y = ax - 1$

이것을 x 에 대하여 정리하면 $ax = y + 1$

$\therefore\ f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$

그런데 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$

$\therefore\ \frac{1}{a} = a$ 이고 $\frac{1}{a} = -1$ 이어야 하므로

$\therefore\ a = -1$

21. 함수 $f(x) = ax + b(a > 0)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 이 함수 $f(x)$와 같을 때, 상수 a, b의 값을 구하면?

① $a = 1, b = 0$　② $a = 1, b = 1$　③ $a = 2, b = 0$
④ $a = 2, b = 1$　⑤ $a = 3, b = 0$

해설

$f^{-1}(x) = f(x)$에서 $f(f(x)) = x$

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= af(x) + b \\ &= a(ax + b) + b \\ &= a^2x + ab + b \end{aligned}$$

$a^2x + ab + b = x$

$\therefore\ a^2 = 1,\ ab + b = 0$

$\therefore\ a = 1,\ b = 0$

22. 함수 $f(x) = ax + 3$과 그 역함수 $f^{-1}(x)$가 같아지도록 하는 상수 a의 값은 얼마인가?

① -3　　② -1　　③ $-\frac{1}{3}$　　④ 1　　⑤ 3

해설

$y = ax + 3$으로 놓고 x, y를 서로 바꾸면

$x = ay + 3,\ y = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$

$f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$

$f(x) = f^{-1}(x)$ 에서

$ax + 3 = \frac{1}{a}x - \frac{3}{a}$

위의 식이 모든 실수 x에 대하여 성립해야 하므로

$a = \frac{1}{a}, 3 = -\frac{3}{a}$

$\therefore a = -1$

해설

$f(x) = f^{-1}(x)$이면 $(f \circ f)(x)$이므로

$(f \circ f)(x) = I(x) = x$가 성립한다.

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax+3) = a(ax+3) + 3$$
$$= a^2x + 3a + 3$$

$a^2x + 3a + 3 = x$에서 $a^2 = 1$, $3a + 3 = 0$

$\therefore a = -1$

23. 함수 $f(x)=ax+3$ 에 대하여 $f^{-1}=f$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$f^{-1}=f$ 의 양변에 함수 f 를 합성하면

$f^{-1}\circ f=f\circ f$

이때, $f^{-1}\circ f=I$(I는항등함수) 이므로 $f\circ f=I$

즉 $(f\circ f)(x)=x$

$\therefore (f\circ f)(x)=f(f(x))=f(ax+3)$

$=a(ax+3)+3=a^2x+3a+3=x$

따라서 $a^2=1,\ 3a+3=0$ 이므로 $a=-1$

24. 함수 $f(x) = kx + 1$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은? (단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

① 4 ② 3 ③ 2 ④ -1 ⑤ -2

해설

f^{-1} 이므로 $f \circ f = \mathrm{I}$

$(f \circ f)(x) = x$ 에서

$f(f(x)) = f(kx+1) = k(kx+1)+1 = k^2x + k + 1 = x$

$\therefore\ k^2 = 1,\ k+1 = 0$ 따라서 $k = -1$

25. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+k & (x\geq 0) \\ -x+k & (x<0) \end{cases}$$ 가 $f^{-1}(2)=-3$ 을 만족시킬 때, $f(5)$ 의

값은 얼마인가?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$f^{-1}(2)=-3$ 에서 $f(-3)=2$ 이므로

$f(-3)=3+k=2$

$\therefore\ k=-1$ 이므로 $f(x)=\begin{cases} x-1\ (x\geq 0) \\ -x-1\ (x<0) \end{cases}$

$\therefore\ f(5)=5-1=4$

26. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(1) = -1$, $f^{-1}(3) = 2$ 일 때, $2f^{-1}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(x) = ax + b$ $(a \neq 0)$ 로 놓으면,

$f(1) = -1$, $f(2) = 3$ 이므로

$f(1) = a + b = -1$, $f(2) = 2a + b = 3$

즉, $a = 4$, $b = -5$

$\therefore$ $f(x) = 4x - 5$

$f^{-1}(1) = a$ 로 놓으면 $f(a) = 1$

$4a - 5 = 1$ $\quad \therefore$ $a = \dfrac{3}{2}$

따라서 $f^{-1}(1) = \dfrac{3}{2}$, $2f^{-1}(1) = 3$

27. $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x < 0) \\ -2x & (x \geq 0) \end{cases}$ 일 때, $(f^{-1} \circ f^{-1})(4)$ 의 값은 얼마인가?

① -1 ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$(f^{-1} \circ f^{-1})(4) = (f \circ f)^{-1}(4) = a$ 라 놓으면,

$(f \circ f)(a) = f(f(a)) = 4$

$f(-2) = (-2)^2 = 4$ 이므로 $f(a) = -2$

또, $f(1) = -2 \cdot 1 = -2$

$\therefore\ a = 1$

28. 두 함수 $f(x)=2x-5, g(x)=-x+3$ 에 대하여 $(f^{-1}\circ g^{-1})(2)$ 의 값은 얼마인가?

① 3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

해설

$f(x)=2x-5, g(x)=-x+3$ 에 대하여
$(f^{-1}\circ g^{-1})(2)=f^{-1}(g^{-1}(2))$ 이므로
$g^{-1}(2)=k$ 로 놓으면 $g(k)=2$
$-k+3=2$ 에서 $k=1$
$(f^{-1}\circ g^{-1})(2)=f^{-1}(1)=m$ 으로 놓으면,
$f(m)=1$ 에서 $2m-5=1$
$\therefore m=3$

29. $f(x)=2x-3$ 이고 $g(x)$ 가 $(g \circ f)^{-1}(x)=2x$ 를 만족시킬 때, $g(1)$ 의 값은 얼마인가?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(g \circ f)^{-1}(x)=2x \Leftrightarrow (g \circ f)(2x)=x$

$\Leftrightarrow g(f(2x))=x$

$f(2x)=2 \bullet 2x-3=4x-3$

$\therefore g(f(2x))=g(4x-3)=x$

$4x-3=1$ 에서 $x=1$ 이므로

$g(4x-3)=x$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면 $g(1)=1$

30. 다음 중 일반적으로 성립하는 성질이 아닌 것은 무엇인가?

① $g \circ f = f \circ g$

② $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$

③ $(f^{-1})^{-1} = f$

④ $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$

⑤ $(f^{-1} \circ f)(x) = x$

해설

합성함수의 성질에서
교환법칙은 성립하지 않는다.

31. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은 무엇인가?

① $\left(f^{-1}\right)^{-1} = f$

② $g \circ f \neq f \circ g$

③ $(g \circ f)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1}$

④ $f \circ f^{-1} = I$

⑤ $(g \circ f) \circ h = g \circ (f \circ h)$

해설

$(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1} \neq g^{-1} \circ f^{-1}$

즉, 옳지 않은 것은 ③이다.

32. 두 함수 f, g를 $f(x)=x-1$, $g(x)=2x+4$로 정의할 때, $(f\cdot(g\cdot f)^{-1}\cdot f)(3)$의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f\cdot(g\cdot f)^{-1}\cdot f$

$=f\cdot(f^{-1}\cdot g^{-1})\cdot f$

$=g^{-1}\cdot f$

$\therefore\ (f\cdot(g\cdot f)^{-1}\cdot f)(3)$

$=(g^{-1}\cdot f)(3)$

$=g^{-1}(f(3))=g^{-1}(2)$

이 때, $g^{-1}(2)=a$라 하면

$g(a)=2$에서 $2a+4=2$

$\therefore\ a=-1$

33. 함수 $f(x)=mx+n$에 대하여 $f^{-1}(3)=2$, $(f\circ f)(2)=7$이 성립할 때, 상수 m, n의 합 $m+n$의 값은 얼마인가?

① -2　② -1　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$f^{-1}(3)=2$이므로

역함수의 정의에 의해서

$f(2)=3, (f\circ f)(2)=7$에서 $f(f(2))=f(3)=7$

$2m+n=3\cdots$ ㉠

$3m+n=7\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m=4, n=-5$

$\therefore m+n=-1$