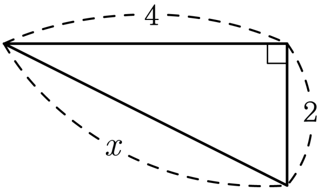
1. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

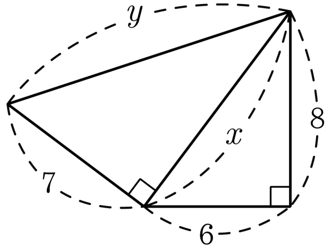
피타고라스 정리에 따라

$4^2 + 2^2 = x^2$

$x^2 = 20$

$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{5}$ 이다.

2. 다음 그림은 두 직각삼각형을 붙여 놓은 것이다. $x+y$ 의 값을 구하면?



① $9+\sqrt{149}$　② $10+\sqrt{149}$　③ $9+\sqrt{150}$

④ $10+\sqrt{150}$　⑤ $9+\sqrt{151}$

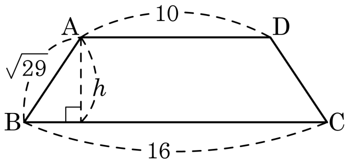
해설

$x=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

$y=\sqrt{x^2+7^2}=\sqrt{100+49}=\sqrt{149}$

$\therefore x+y=10+\sqrt{149}$

3. 다음과 같은 등변사다리꼴의 높이 h 를 구하면?



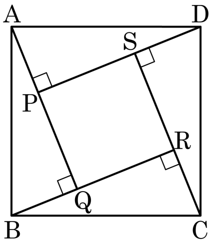
① $\sqrt{5}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $4\sqrt{5}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 E 라고 할 때, $\overline{\mathrm{BE}} = 3$ 이다. (□ABCD 는 등변사다리꼴)

따라서 피타고라스 정리를 적용하면 $h = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$ 이다

4. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고, $\overline{DC} = 8$, $\overline{BQ} = 3$ 일 때, 사각형 PQRS 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{55} - 12$

해설

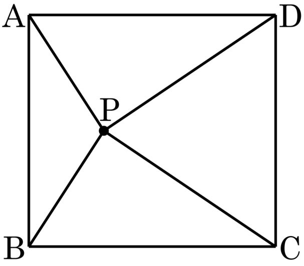
사각형 PQRS 는 정사각형이고,

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$

$= \sqrt{8^2 - 3^2} - 3 = \sqrt{55} - 3$ 이므로

둘레는 $4 \times \left(\sqrt{55} - 3\right) = 4\sqrt{55} - 12$ 이다.

5. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PA}} = 4, \overline{\mathrm{PC}} = 6$ 일 때, $\overline{\mathrm{PB}}^2 + \overline{\mathrm{PD}}^2$ 의 값을 구하여라.

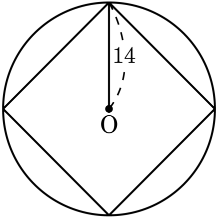


① 48 ② 50 ③ 52 ④ 54 ⑤ 56

해설

$\overline{\mathrm{PB}^2} + \overline{\mathrm{PD}^2} = 4^2 + 6^2 = 52$ 이다.

6. 반지름의 길이가 14 인 원 안에 정사각형이 내접해 있다. 정사각형의 한 변의 길이는 ?



① $10\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{2}$ ④ $14\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

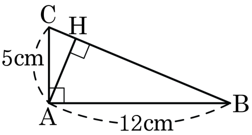
해설

한 변의 길이를 a 라고 하면

$\sqrt{2}a = 28$ 이므로

$$a = \frac{28}{\sqrt{2}} = \frac{28\sqrt{2}}{2} = 14\sqrt{2}$$

7. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발이 H 라 할 때, $\overline{BH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{144}{13}$ cm

해설

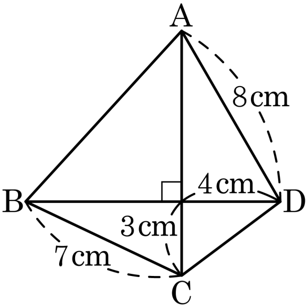
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{BC} = 13\,\mathrm{cm}$

$\overline{BH} = x$ 라 하자.

닮은 삼각형의 성질을 이용하면

$12^2 = 13x$ 이므로 $x = \frac{144}{13}(\mathrm{cm})$ 이다.

8. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $2\sqrt{22}$ cm

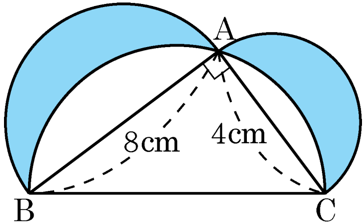
해설

$\overline{CD} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\text{cm})$,

$(\overline{AD})^2 + (\overline{BC})^2 = (\overline{CD})^2 + (\overline{AB})^2$,

$64 + 49 = 25 + (\overline{AB})^2$ $\quad\therefore\ \overline{AB} = 2\sqrt{22}\ (\text{cm})$

9. 다음 그림은 $\overline{AC}=4\,\mathrm{cm}$, $\overline{AB}=8\,\mathrm{cm}$, $\angle A=90°$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 지름으로 하는 반원을 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하면?



① $10\,\mathrm{cm}^2$ ② $12\,\mathrm{cm}^2$ ③ $14\,\mathrm{cm}^2$

④ $16\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $22\,\mathrm{cm}^2$

해설

($\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $=8\pi$

($\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $=2\pi$ 이므로

($\triangle$ABC와 두 반원의 넓이의 합)$=(16+10\pi)\,\mathrm{cm}^2$

또, $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ 이므로

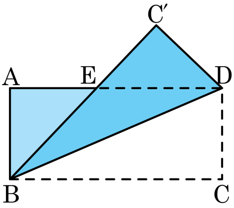
($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 반지름)$=2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$,

($\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이) $=10\pi$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$(16+10\pi)-10\pi=16(\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림은 $\overline{BC}=7$, $\overline{AB}=3$ 인 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{C'E}+\overline{AE}$ 의 길이는?



① $\dfrac{21}{5}$ ② $\dfrac{27}{6}$ ③ $\dfrac{31}{7}$
④ $\dfrac{40}{7}$ ⑤ $\dfrac{55}{7}$

해설

$\overline{C'E}=\overline{AE}$ 이므로 구하고자 하는 것은 $2\overline{AE}$ 이다.
$\overline{AE}=x$ 라고 하면 $\overline{BE}=7-x$ 이므로 $\triangle ABE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x=\dfrac{20}{7}$
따라서 $\overline{C'E}+\overline{AE}=2\times\dfrac{20}{7}=\dfrac{40}{7}$

11. 넓이가 $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 인 정삼각형의 높이를 구하면?

① $3\sqrt{6}\,\text{cm}$　② $6\sqrt{6}\,\text{cm}$　③ $3\sqrt{2}\,\text{cm}$
④ $6\sqrt{2}\,\text{cm}$　⑤ $6\sqrt{3}\,\text{cm}$

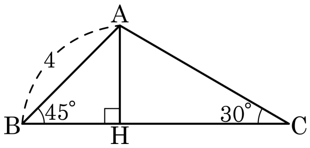
해설

정삼각형의 한 변의 길이를 a 라 하면,

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 18\sqrt{3}$, $a^2 = 72$, $a = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$

따라서 높이 $= \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{6}\ (\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림의 $\overline{AB}=4$, $\angle B=45\degree$, $\angle C=30\degree$ 인 $\triangle ABC$ 에서 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{2}$ ② $4\sqrt{6}$ ③ $2\sqrt{2}+\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

④ $2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

해설

$1:\sqrt{2}=\overline{BH}:4$, $\overline{BH}=2\sqrt{2}=\overline{AH}$

$1:\sqrt{3}=2\sqrt{2}:\overline{CH}$, $\overline{CH}=2\sqrt{6}$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=2\sqrt{2}+2\sqrt{6}$

13. 다음 중 두 점 사이의 거리가 가장 긴 것은?

① $(2,4)$, $(3,2)$ ② $(-1,4)$, $(2,5)$ ③ $(1,4)$, $(0,2)$

④ $(2,4)$, $(2,10)$ ⑤ $(1,1)$, $(4,2)$

해설

① $\sqrt{(2-3)^2+(4-2)^2} = \sqrt{5}$

② $\sqrt{(-1-2)^2+(4-5)^2} = \sqrt{10}$

③ $\sqrt{(1-0)^2+(4-2)^2} = \sqrt{5}$

④ $\sqrt{(2-2)^2+(4-10)^2} = \sqrt{36} = 6$

⑤ $\sqrt{(1-4)^2+(1-2)^2} = \sqrt{10}$

14. 다음 중 좌표평면 위의 원점 O 을 중심으로 하고, 반지름의 길이가 4 인 원의 외부에 있는 점의 좌표를 구하면?

① $A(1,\ 3)$　② $B(-4,\ 0)$　③ $C(-2,\ -\sqrt{5})$

④ $D(\sqrt{13},\ 2)$　⑤ $E(3,\ -\sqrt{7})$

해설

$\overline{OA} = \sqrt{1^2+3^2} = \sqrt{10} < 4$

$\overline{OB} = \sqrt{4^2+0^2} = 4$

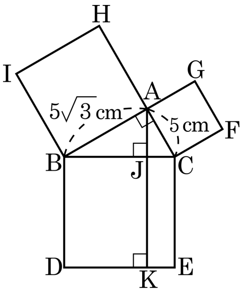
$\overline{OC} = \sqrt{(-2)^2+(-\sqrt{5})^2} = 3 < 4$

$\overline{OD} = \sqrt{(\sqrt{13})^2+2^2} = \sqrt{17} > 4$

$\overline{OE} = \sqrt{3^2+(-\sqrt{7})^2} = \sqrt{16} = 4$

따라서, 점 D 는 원의 외부에 있다.

15. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 5\sqrt{3}\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EK}$ 의 길이는?



① 2 cm ② 2.5 cm ③ 3 cm

④ 3.5 cm ⑤ 4 cm

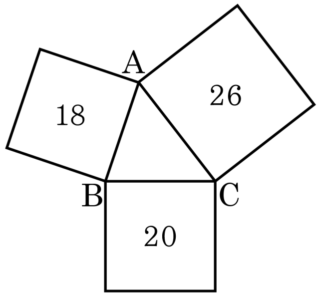
해설

$\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이고, $\square ACFG = \square JKEC$ 이므로

$\square ACFG = \square JKEC = 25\,\text{cm}^2$ 이다.

따라서 $\overline{EK} \times 10 = 25$ 이므로 $\overline{EK} = 2.5\,\text{cm}$ 이다.

16. 다음 그림과 같이 삼각형의 세 변을 한 변으로 하는 정사각형 세 개의 넓이가 각각 18, 20, 26 일 때, 삼각형의 넓이를 구하여라.

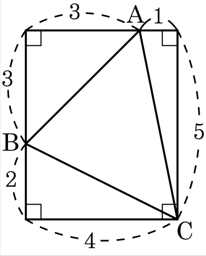


▶ 답 :

▷ 정답 : 9

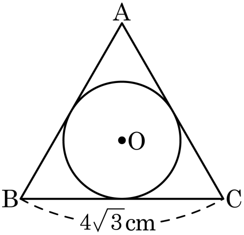
해설

정사각형의 넓이 18, 20, 26 은 각각 $18 = 3^2 + 3^2, 20 = 2^2 + 4^2, 26 = 1^2 + 5^2$ 이므로 다음 그림과 같이 가로의 길이가 4 , 세로의 길이가5 인 직사각형을 만들 수 있다.



$\therefore$ (삼각형의 넓이)$=(4\times5)-\frac{1}{2}(3\times3+2\times4+1\times5) = 20-11 = 9$

17. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형에 원 O 가 내접하고 있다. 이 내접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $4\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

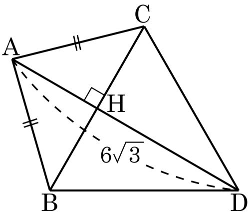
정삼각형의 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}\mathrm{cm}$ 이므로, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6(\mathrm{cm})$

내접원의 중심은 삼각형의 무게중심과 일치하므로 높이를 $2:1$ 로 내분한다.

그러므로 반지름의 길이는 $6 \times \frac{1}{3} = 2(\mathrm{cm})$

따라서 내접원의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi(\mathrm{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 $\overline{BC} = 8$ 인 이등변삼각형 ABC 의 변 BC 를 한 변으로 하는 정삼각형 BDC 를 그렸는데 $\overline{AD} = 6\sqrt{3}$ 이었다. 이때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$

해설

$\overline{AD}$ 는 $\triangle ABC$ 의 수선이므로 $\overline{BC}$ 를 이등분한다. 따라서 $\overline{BC}$ 의 중점을 H 라 하면 $\overline{BH} = \overline{HC} = 4$ 이다.

$\triangle BDC$ 는 정삼각형이므로 $\overline{DH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ 이다. 따라서

$\overline{AH} = 6\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 4^2} = 2\sqrt{7}$ 이다.

19. $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 AB, AC 위의 점 D, E 가 $\overline{DE} = 4$, $\overline{BE} = 5$, $\overline{BC} - \overline{CD} = 3(\sqrt{5} - 2)$ 를 만족할 때, $\overline{CD}$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\overline{BC} = x$ 라 하면

$\overline{CD} = x - 3(\sqrt{5} - 2) = x + 6 - 3\sqrt{5}$

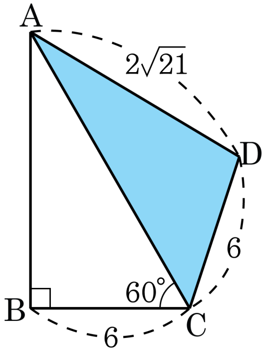
$\overline{DE}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{BE}^2 + \overline{CD}^2$ 이므로

$4^2 + x^2 = 5^2 + (x + 6 - 3\sqrt{5})^2$

$\therefore\ x = 3\sqrt{5}$

따라서 $\overline{CD} = 6$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{5}$

해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AC}} = 12$
점 D 에서 $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 그은 수선의 발을 H 라 하고
$\overline{\mathrm{AH}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{CH}} = 12 - x$
$(2\sqrt{21})^2 - x^2 = 6^2 - (12 - x)^2$
$84 - x^2 = 36 - 144 + 24x - x^2$
$\therefore\ x = 8$
$\overline{\mathrm{DH}} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
$\therefore\ \triangle\mathrm{ACD} = 12 \times 2\sqrt{5} \times \dfrac{1}{2} = 12\sqrt{5}$