

1. 사차방정식  $x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 의 모든 실근의 곱은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$x^4 + 3x^2 - 10 = 0$ 에서  
 $x^2 = t$ 로 치환하면  
 $t^2 + 3t - 10 = 0, (t + 5)(t - 2) = 0$   
 $\therefore t = -5$  또는  $t = 2$   
 $\therefore x = \pm\sqrt{5}i$  또는  $x = \pm\sqrt{2}$   
따라서 모든 실근의 곱은  
 $\sqrt{2} \times (-\sqrt{2}) = -2$

2. 다음 연립방정식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x + 2y = 8 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 2y + 3z = 9 \cdots \cdots \textcircled{㉡} \\ 3z + x = 5 \cdots \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 2$

▷ 정답 :  $y = 3$

▷ 정답 :  $z = 1$

해설

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 에서  $x + 2y + 3z = 11 \cdots \cdots \textcircled{㉤}$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉠}$ 에서  $3z = 3 \therefore z = 1$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉡}$ 에서  $x = 2$

$\textcircled{㉤} - \textcircled{㉢}$ 에서  $y = 3$

3. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x^2 - xy + y^2 = 3 \end{cases}$  의 해를

$x = a, y = b$  라 할 때,  $ab$  의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$x^2 + y^2 = 5 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$x^2 - xy + y^2 = 3 \quad \cdots \text{㉡}$$

㉠을 ㉡에 대입하면  $5 - xy = 3, xy = 2$

$$\therefore ab = 2$$

4. 다음 연립 방정식의 해를  $x = \alpha$ ,  $y = \beta$ ,  $z = \gamma$ 라 할 때,  $\alpha + \beta + \gamma$ 의 값은?

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 2 \\ 2x + 5y + 8z = 4 \end{cases}$$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 해가없다

해설

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \cdots ① \\ x + 2y + 3z = 2 \cdots ② \\ 2x + 5y + 8z = 4 \cdots ③ \end{cases}$$

② - ① 하면

$$y + 2z = 1$$

③ - ②  $\times 2$  하면

$$y + 2z = 0$$

$\therefore$  근이 없다.



5. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x + y = u$  ,  $xy = v$  로 놓으면 주어진 연립방정식은

$$\begin{cases} u^2 - 2v = 25 \\ v = 12 \end{cases}$$

$\therefore u = \pm 7, v = 12$

따라서, 주어진 연립방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} x + y = 7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

$$\text{또는 } \begin{cases} x + y = -7 & \cdots \textcircled{\text{A}} \\ xy = 12 & \cdots \textcircled{\text{B}} \end{cases}$$

( i )  $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서  $x, y$  는 이차방정식  $t^2 - 7t + 12 = 0$  의 두 근이

므로  $x = 3, y = 4$  또는  $x = 4, y = 3$

( ii )  $\textcircled{\text{A}}, \textcircled{\text{B}}$ 에서  $x, y$  는 이차방정식  $t^2 + 7t + 12 = 0$  의 두 근이

므로  $x = -3, y = -4$  또는  $x = -4, y = -3$

( i ), ( ii )로부터 구하는 모든 해의 합은 0

6. 다음 방정식을 만족하는 실수  $x, y$ 의 합을 구하여라.

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : 3

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$ 에서  $x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 4 - 8xy = 0$

이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면

$(x^2y^2 - 4xy + 4) + (4x^2 - 4xy + y^2) = 0$

이 때,  $x, y$ 가 실수이므로  $xy - 2, 2x - y$ 도 실수이다.

$\therefore xy - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{\text{A}},$

$2x - y = 0 \quad \cdots \textcircled{\text{B}}$

$\textcircled{\text{B}}$ 에서  $y = 2x$ 이고, 이것을  $\textcircled{\text{A}}$ 에 대입하면  $x^2 = 1$

따라서,  $x = 1$  일 때  $y = 2, x = -1$  일 때  $y = -2$

그러므로  $x, y$ 의 값은  $x = \pm 1, y = \pm 2$ (복부호 동순)

따라서  $x, y$ 의 합은  $-3, 3$

7.  $x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = 0$ 의 세 근을  $\alpha, \beta, \gamma$ 라 한다.  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 을 근으로 하는 삼차방정식이  $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 일 때,  $abc$ 의 값을 구하면?

- ① 2
- ② 3
- ③ 4
- ④ 5
- ⑤ 6

해설

$x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = 0$ 의  
세 근이  $\alpha, \beta, \gamma$ 이므로  
 $\alpha + \beta + \gamma = -2,$   
 $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = 3,$   
 $\alpha\beta\gamma = -1$   
 $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} = \frac{\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha}{\alpha\beta\gamma} = -3,$   
 $\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\gamma\alpha} = \frac{\alpha + \beta + \gamma}{\alpha\beta\gamma} = 2,$   
 $\frac{1}{\alpha\beta\gamma} = -1$   
따라서  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 를 세 근으로 하는  
삼차항의 계수가 1인 방정식은  
 $x^3 + 3x^2 + 2x + 1 = 0$   
 $\Leftrightarrow x^3 + ax^2 + bx + c = 0$   
 $\therefore a = 3, b = 2, c = 1$

해설

$x^3 + 2x^2 + 3x + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$   
 $x = \frac{1}{X}$ 로 놓으면  
 $\left(\frac{1}{X}\right)^3 + 2 \cdot \left(\frac{1}{X}\right)^2 + 3 \cdot \left(\frac{1}{X}\right) + 1 = 0$   
 $\therefore X^3 + 3X^2 + 2X + 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{2}$   
 $\textcircled{1}$ 의 세 근이  $\alpha, \beta, \gamma$ 이므로  
 $\textcircled{2}$ 의 세 근은  $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}, \frac{1}{\gamma}$ 이다.  
 $\therefore$  구하는 방정식은  
 $X^3 + 3X^2 + 2X + 1 = 0$ 에서  
 $abc = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$

8. 방정식  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{21}$  (단,  $x < y$ )을 만족하는 양의 정수  $x, y$ 의 순서쌍  $(x, y)$ 에 대하여  $x + y$ 의 최댓값을 구하면?

- ① 484      ② 192      ③ 112      ④ 100      ⑤ 548

해설

$21(x + y) = xy, \quad xy - 21(x + y) = 0$   
 $\therefore (x - 21)(y - 21) = 21^2 = 3^2 \times 7^2$   
 $21x = (x - 21)y$ 이고  $y > x > 0$ 이므로  
 $y - 21 > x - 21 > 0$   
 $\therefore (x - 21, y - 21)$   
 $= (1, 441), (3, 147), (7, 63), (9, 49)$   
 $\therefore (x, y)$   
 $= (22, 462), (24, 168), (28, 84), (30, 70)$   
 $\therefore x + y$ 의 최댓값은  $22 + 462 = 484$