

1. 다음 중 집합 {1, 2, 4}의 진부분집합인 것을 모두 구하여라.

- ☐ Ⓐ $\emptyset$
- ☐ Ⓑ {1, 2}
- ☐ Ⓒ $\{x \mid x \text{는 } 4\text{의 약수}\}$
- ☐ Ⓓ $\{x \mid x \text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : Ⓐ

▶ 정답 : Ⓑ

해설

{1, 2, 4}의 진부분집합은 {1, 2, 4}의 부분집합 중 {1, 2, 4}를 제외한 나머지 부분집합이다.

Ⓒ $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 4\}$ 이다. 진부분집합은 자신을 제외한 것이므로 진부분집합이 아니다.

Ⓓ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다. 따라서 {1, 2, 4}의 부분집합이 아니다.

2. $n(D) = n$ 일 때 집합 D 의 부분집합의 개수로 옳은 것은?

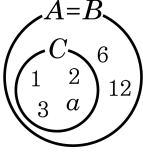
- ① n
- ② $2 \times n$
- ③ $n \times (n + 1)$
- ④ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots + 2$ (2를 n 번 더한다)
- ⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2$ (2를 n 번 곱한다)

해설

어떤 집합의 부분집합의 개수는 2를 그 집합의 원소의 개수만큼 곱한 수이다. 따라서 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2를 n 번 곱한 수이다.

3. 다음 벤 다이어그램을 보고, a, b 의 값을 구하여라.

$A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ $B = \{1, 2, 3, 4, b, 12\}$ $C = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$



▶ 답 :

▶ 답 :

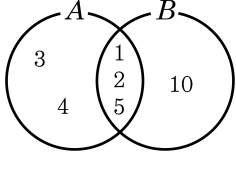
▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = 6$

해설

집합 A, C 를 원소나열법으로 각각 나타내면 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다. 벤 다이어그램에서 $C \subset A$ 이므로 $a = 4$ 이다. 또, $A = B$ 이므로 $b = 6$ 이다.

4. 다음 벤 다이어그램을 보고 $A \cap B$ 와 $A \cup B$ 가 올바르게 짝지어진 것은?

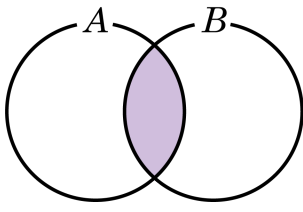


- ① $A \cap B = \{1, 2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$
② $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5\}$
③ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 10\}$
④ $A \cap B = \{3, 4\}$, $A \cup B = \{10\}$
⑤ $A \cap B = \{1, 2, 5\}$, $A \cup B = \{1, 2, 5, 10\}$

해설

교집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에도 속하고, 집합 B 에도 속하는 원소로 이루어진 집합을 말한다. 그리고 합집합은 두 집합 A , B 에 대하여 집합 A 에 속하거나 집합 B 에 속하는 원소 전체로 이루어진 집합을 말한다.
따라서 문제의 두 집합 A , B 에 대하여 $A \cap B = \{1, 2, 5\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 10\}$ 이다.

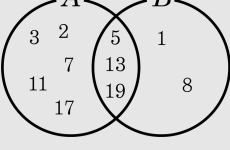
5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 미만의 소수}\}$, $B = \{1, 5, 8, 13, 19\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분의 집합은 ?



- ① {5, 13}
- ② {5, 19}
- ③ {5, 13, 19}
- ④ {1, 5, 13}
- ⑤ {1, 5, 13, 19}

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.
벤 다이어그램을 이용하면 다음과 같다.



공통부분의 원소는 {5, 13, 19} 이다.

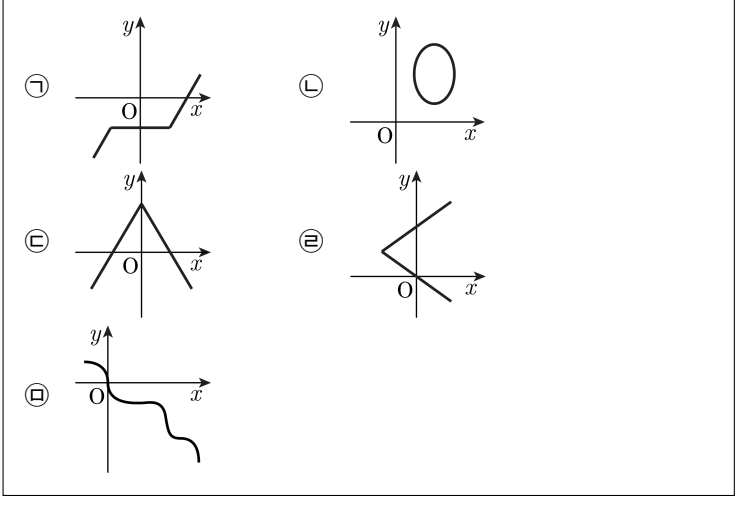
6. 명제 ‘ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다’의 대우는?

- ① x 가 2의 배수이면 x 는 4의 배수이다.
- ② x 가 2의 배수이면 x 는 4의 배수가 아니다.
- ③ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수가 아니다.
- ④ x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.
- ⑤ x 가 2의 배수가 아니면 x 는 4의 배수가 아니다.

해설

$p \rightarrow q$ 의 대우는 $\sim q \rightarrow \sim p$

7. 다음 그래프 중 함수인 것은?

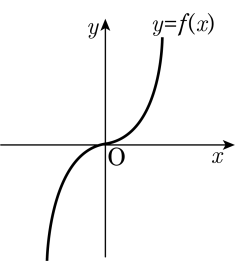


- ① ㉠, ㉡, ㉢
- ② ㉠, ㉢, ㉤
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉤
- ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

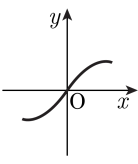
해설

㉠ 함수
㉡ 함수가 아니다.
㉢ 함수
㉣ 함수가 아니다.
㉤ 함수
따라서 ㉠, ㉢, ㉤만이 함수이다.

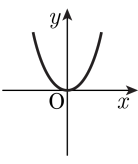
8. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같을 때,
다음 중 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프로 적당한 것은
무엇인가?



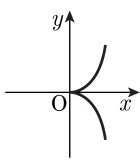
①



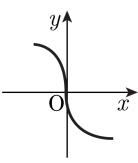
②



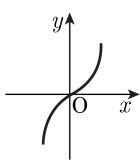
③



④



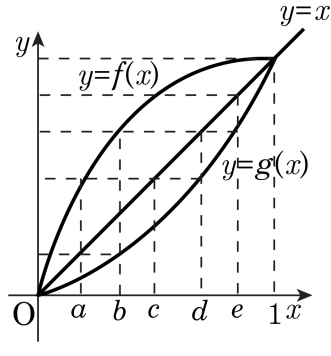
⑤



해설

$y = f(x)$ 의 그래프와
그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는
직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

9. 집합 $A = \{x|0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

$y = x$ 를 이용하여 함숫값을 구한다.
 $f^{-1}(d) = x$ 라 하면,
 $f(x) = d \quad \therefore x = b$
 $\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$
 $= (f \circ g)(f^{-1}(d))$
 $= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$

10. $1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)}$ 을 계산하면?

① 1

② $\frac{1}{x}$

③ $\frac{1}{x-1}$

④ $\frac{x}{x-1}$

⑤ $\frac{x+1}{x(x-1)}$

해설

$$\begin{aligned} & 1 - \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x-1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)^2 + x}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - 2x + x - 1}{x(x-1)} \\ &= \frac{x^2 - x}{x(x-1)} = \frac{x(x-1)}{x(x-1)} = 1 \end{aligned}$$

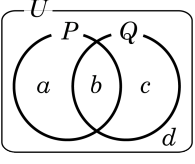
11. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 13$,
 $n(B) = 9$, $n(A \cap B) = 5$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned} n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 13 + 9 - 5 = 17 \end{aligned}$$

12. 전체집합 U 에서 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 두 집합 P, Q 사이의 포함 관계가 다음과 같을 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보여주는 원소는 무엇인가?



- ① a ② b ③ c ④ d ⑤ a 와 c

해설

명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되려면 두 조건 p, q 를 만족하는 집합 P, Q 에 대하여 $P \subset Q$ 가 성립해야 한다. $P \subset Q \leftrightarrow x \in P$ 이면 $x \in Q$ P 의 원소 a 에 대하여 $a \in P$ 이나 $a \notin Q$ 이므로 $p \rightarrow q$ 는 거짓이다.

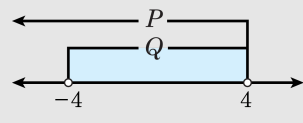
13. $x < 4$ 는 $-4 < x < 4$ 이기 위한 무슨 조건인지 구하여라.

▶ 답 : 조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$p : x < 4, q : -4 < x < 4$ 라고 하면



$\therefore Q \subset P$

14. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

- ① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ ② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$ ③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$
④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$ ⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

해설

$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y}$ 이라하면

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$$

$$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$$

따라서 $\therefore \frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$

15. $x > 0, y > 0$ 일 때, $\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right)$ 의 최솟값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\left(3x + \frac{2}{y}\right)\left(y + \frac{6}{x}\right) = 20 + 3\left(xy + \frac{4}{xy}\right)$$

산술기하조건을 사용하면

$$xy + \frac{4}{xy} \geq 2\sqrt{xy \times \left(\frac{4}{xy}\right)} = 4$$

$$\therefore \text{최솟값} : 20 + 3 \times 4 = 32$$

16. $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 일 때, $x \in X$ 인 임의의 x 에 대한 다음의 대응 중에서 함수가 아닌 것은?

① $x \rightarrow 1$

② $x \rightarrow |x|$

③ $x \rightarrow x^2 + 1$

④ $x \rightarrow 2x$

⑤ $x \rightarrow x^2 + x + 1$

해설

④ $f(-1) = -2$ 이므로 함숫값이 공역에 존재하지 않으므로 함수가 아니다.

17. 두 함수 f, g 가 $f(x) = 2x - 3$, $g(2x - 1) = -6x + 5$ 를 만족할 때, $(f \circ g)(5)$ 의 값은? (단, $f \circ g$ 는 g 와 f 의 합성함수이다.)

① 18 ② 12 ③ -15 ④ -24 ⑤ -29

해설

$$(f \circ g)(5) = f(g(5))$$

$$2x - 1 = 5 \text{ 에서 } x = 3 \text{ 이므로}$$

$$g(5) = -6 \cdot 3 + 5 = -13$$

$$\therefore (f \circ g)(5) = f(-13) = 2 \cdot (-13) - 3 = -29$$

18. 함수 $f(x)$ 가 $f(2x+1) = 3x+2$ 를 만족할 때, $f(3)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

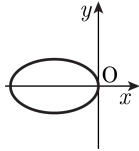
$f(2x+1) = 3x+2$ 에서 $2x+1 = 3$ 이므로

$x = 1$ 을 대입하면

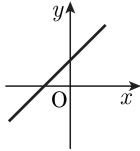
$$f(2 \cdot 1 + 1) = f(3) = 3 \cdot 1 + 2 = 5$$

19. 다음 그래프 중 역함수를 갖는 것은?

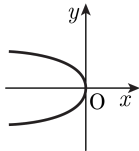
①



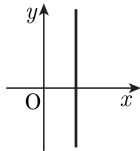
②



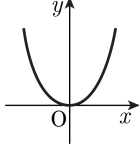
③



④



⑤



해설

역함수를 갖는 것은 일대일 대응이다. $\Rightarrow$ ②

20. 함수 $f(x) = ax - 1$ 과 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 같도록 상수 a 의 값을 정하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$y = f(x)$ 라 하면 $y = ax - 1$

이것을 x 에 대하여 정리하면 $ax = y + 1$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$$

그런데 $f(x) = f^{-1}(x)$ 이고 모든 실수에 대하여 성립해야 하므로

$$\frac{1}{a}x + \frac{1}{a} = ax - 1$$

$$\therefore \frac{1}{a} = a \text{ 이고 } \frac{1}{a} = -1 \text{ 이어야 하므로}$$

$$\therefore a = -1$$

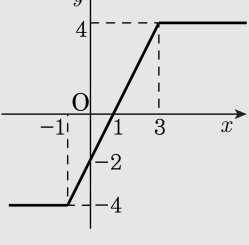
21. 함수 $y = |x + 1| - |x - 3|$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = |x + 1| - |x - 3|$ 에서
i) $x < -1$ 일 때
 $y = -(x + 1) + x - 3 = -4$
ii) $-1 \leq x < 3$ 일 때
 $y = x + 1 + x - 3 = 2x - 2$
iii) $x \geq 3$ 일 때
 $y = x + 1 - (x - 3) = 4$
이상에서 주어진 함수의 그래프가 다음 그림과 같으므로
 $M = 4, m = -4$
 $\therefore M - m = 4 - (-4)$
 $= 8$



22. 분수식 $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준 식}) = 1 - \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

23. 분수함수 $y = \frac{3x-2}{2-x}$ 의 점근선의 방정식이 $x = a$, $y = b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -1$

해설

$y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 점근선은 $x = -\frac{b}{a}$, $y = \frac{c}{a}$ 이므로
주어진 분수함수의 점근선은 $x = 2$, $y = -3$ 이다.
 $\therefore 2 + (-3) = -1$

24. 유리함수 $y = \frac{ax-b}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $y = \frac{3x-1}{x+c}$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{ax-b}{x-2} \Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{(a+2)x+3a-b+2} \\ &= \frac{(a+2)x+3a-b+2}{x+1} \\ \therefore c &= 1, a = 1, b = 6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8 \end{aligned}$$

25. $y = \frac{3-ax}{1-x}$ 의 그래프의 점근선이 $x = 1$, $y = -2$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$y = \frac{3-ax}{1-x} = \frac{ax-3}{x-1} = \frac{a-3}{x-1} + a$$

이 분수함수의 점근선은 $x = 1$, $y = a$

$$\therefore a = -2$$

26. 유리함수 $f(x) = \frac{ax}{3x+2}$ 와 그 역함수 $f^{-1}(x)$ 가 서로 같을 때, 상수 a 의 값은?

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ -1 ⑤ -2

해설

역함수의 식은 $x = \frac{ay}{3y+2}$

$$3xy + 2x = ay$$

$$\therefore y = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore f^{-1}(x) = \frac{-2x}{3x-a}$$

모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ 이므로}$$

$$\frac{ax}{3x+2} = \frac{-2x}{3x-a}$$

$$\therefore a = -2$$

27. $x > 2$ 에서 정의된 두 함수 $f(x), g(x)$ 가

$f(x) = \sqrt{x-2} + 2, g(x) = \frac{1}{x-2} + 2$ 일 때, $(f \circ g)(3) + (g \circ f)(3)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(3) = 3$$

$$(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 3$$

$$\therefore (f \circ g)(3) + (g \circ f)(3) = 6$$

28. 전체 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A * B = (A \cap B^c) \cup A^c$ 로 나타내기로 할 때, 두 집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것을 고르면? (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

- ① $A * A = A^c$
- ② $A * B = B * A$
- ③ $A * U = A^c$
- ④ $A * \emptyset = U$
- ⑤ $A * A^c = \emptyset$

해설

$A * B = (A \cap B^c) \cup A^c = (A \cup A^c) \cap (B^c \cup A^c) = U \cap (A \cap B)^c = (A \cap B)^c$
즉, $A * B = (A \cap B)^c$ 를 나타낸다. 이에 따라 각각 연산을 해보면
① $A * A = (A \cap A)^c = A^c$
② $A * B = (A \cap B)^c = (B \cap A)^c = B * A$
③ $A * U = (A \cap U)^c = A^c$
④ $A * \emptyset = (A \cap \emptyset)^c = \emptyset^c = U$
⑤ $A * A^c = (A \cap A^c)^c = \emptyset^c = U$
 $\therefore$ ⑤가 옳지 않다.

29. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $\{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cap B = A$ 가 성립할 때, 다음 중 반드시 성립하는 것은?

- ① $A - B = \phi$
- ② $A \cap B = \emptyset$
- ③ $A^c \subset B^c$
- ④ $B^c \cup A = U$
- ⑤ $A^c \cap B = \phi$

해설

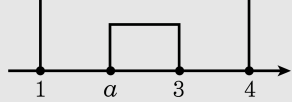
$$\{(A - B) \cup (A \cap B)\} \cap B = \{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cap B = \{A \cap (B^c \cup B)\} \cap B = (A \cap U) \cap B = A \cap B = A \quad \therefore A \subset B \leftrightarrow A - B = \emptyset$$

30. $a \leq x \leq 3$ 은 $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 충분조건이고, $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 필요조건은 $0 \leq x \leq b$ 이다. 이때, a 의 최솟값과 b 의 최솟값의 곱은?

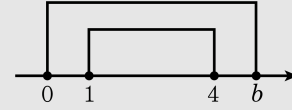
① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

- (i) $0 \leq x \leq 3$ 은 $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 충분조건이므로 다음 그림에서 $1 \leq a \leq 3$ 따라서, a 의 최솟값은 1이다.



- (ii) $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 필요조건이 $0 \leq x \leq b$ 이므로 다음 그림에서 $b \geq 4$



따라서, b 의 최솟값은 4이다.

- (i), (ii) 에서 a 의 최솟값과 b 의 최솟값의 곱은 $1 \times 4 = 4$

31. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 s 이기 위한 충분조건일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① r 은 p 이기 위한 충분조건
 - ② s 는 r 이기 위한 필요충분조건
 - ③ r 은 q 이기 위한 필요충분조건
 - ④ s 는 p 이기 위한 필요조건
 - ⑤ s 는 q 이기 위한 필요충분조건

해설

- ① $r \rightarrow p$
- ② $s \leftrightarrow r, r \leftrightarrow s$
- ③ $r \leftrightarrow q, q \leftrightarrow r$
- ④ $s \rightarrow p$
- ⑤ $s \leftrightarrow q, q \leftrightarrow s$

32. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

산술-기하평균 부등식에 의해,

$$\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2b}{a} \times \frac{2c}{b} \times \frac{2a}{c}} = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 6$$

33. 등식 $\frac{x^2+1}{x^3-6x^2+11x-6} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x-2} + \frac{c}{x-3}$ 이 x 에 대한 항등식 이 되도록 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = (x-1)(x-2)(x-3)$ 이므로

양변에 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 을 곱하면

$x^2 + 1 = a(x-2)(x-3) + b(x-1)(x-3) + c(x-1)(x-2)$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면 $2 = 2a$

$\therefore a = 1$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면 $5 = -b$

$\therefore b = -5$

양변에 $x = 3$ 을 대입하면 $10 = 2c$

$\therefore c = 5$

$\therefore abc = -25$

34. $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+3}{x+2} - \frac{x+4}{x+3} + \frac{x+5}{x+4}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ② $\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ③ $\frac{2x}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ④ $\frac{2(x-1)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ⑤ $\frac{2(x-2)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준 식}) &= \left(1 + \frac{1}{x+1}\right) - \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) \\
 &\quad - \left(1 + \frac{1}{x+3}\right) + \left(1 + \frac{1}{x+4}\right) \\
 &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} \\
 &= \frac{2x+5}{(x+1)(x+4)} - \frac{2x+5}{(x+2)(x+3)} \\
 &= \frac{(2x+5)(x^2+5x+6-x^2-5x-4)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} \\
 &= \frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}
 \end{aligned}$$

35. 다음 중 $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$ 을 간단히 한 것은?

- ① $\frac{2}{13}$
- ② $\frac{4}{13}$
- ③ $\frac{5}{14}$
- ④ $\frac{23}{30}$
- ⑤ $\frac{31}{42}$

해설

$$\begin{aligned} &\frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} \\ &= \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} \\ &= \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{7} = \frac{5}{14} \end{aligned}$$

36. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^3 + 2x^2 + 3x + \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$x^2 - x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x - 1 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 1$$

(주어진 식)

$$= \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$+ 2\left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\right\} + 3\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 + 2\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 = -1$$

37. $2x - y$ 의 $x + y$ 에 대한 비가 $\frac{2}{3}$ 일 때, x 의 y 에 대한 비는?

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ 11 ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\frac{2x - y}{x + y} = \frac{2}{3}, 3(2x - y) = 2(x + y), 4x = 5y$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{5}{4}$$

38. 무리수 $\sqrt{3-\sqrt{8}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라고 할 때, $n < a-b < n+1$ 을 만족하는 n 의 값을 구하여라. (단, n 은 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$$

정수 부분(a) : 0, 소수 부분(b) : $\sqrt{2}-1$

$$n < 0 - \sqrt{2} + 1 < n + 1$$

$$n - 1 < -\sqrt{2} < n$$

$$n - 1 < -1.414 \cdots < n$$

$$\therefore n = -1$$

39. 유리수 a, b 가 다음 두 조건을 만족할 때, b 의 값은?

㉠ $(a + \sqrt{3})(3 + b\sqrt{3}) = -3(1 + \sqrt{3})$

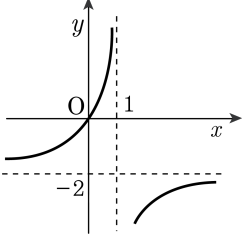
㉡ $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \neq \sqrt{\frac{a}{b}}$

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 2
- ⑤ 3

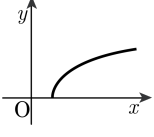
해설

조건 ㉠에서 좌변을 정리하면
 $(3a+3b)+(ab+3)\sqrt{3} = -3-3\sqrt{3}$ 무리식의 상등에서 $3a+3b = -3, ab+3 = -3$
 $\therefore a+b = -1, ab = -6$
따라서 a, b 는 $x^2+x-6=0$ 의 두 근이다.
 $(x-2)(x+3) = 0 \quad \therefore x = 2, -3$
조건 ㉡에서 $a > 0, b < 0$ 이므로 $b = -3$

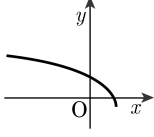
40. 함수 $y = \frac{bx+c}{ax-1}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프의 개형은?



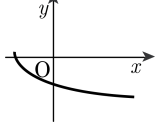
①



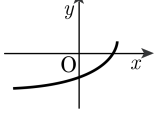
②



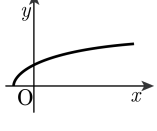
③



④



⑤



해설

점근선이 $x = 1, y = -2$ 이므로

$$y = \frac{k}{x-1} - 2 \dots \textcircled{1}$$

①이 원점을 지나므로 $(0, 0)$ 을 대입하면,

$$\therefore k = -2$$

$$y = \frac{-2}{x-1} - 2 = \frac{-2x}{x-1}$$

$$\text{따라서 } a = 1, b = -2, c = 0$$

$$\therefore y = \sqrt{ax+b}+c = \sqrt{x-2}$$

따라서 개형은 ①이다.

41. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100 m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1 시간씩 달리기 연습을 한다.
- ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
- ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
- ㉤ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
- ㉥ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
- ㉦ 영토가 아름다운 국가의 모임
- ㉧ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ ‘비교적’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉥ ‘아름다운’은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

42. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

- ① $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ② $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나눈 나머지}\}$
- ④ $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2} \text{인 정수}\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

43. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$ 일 때, 적어도 하나의 원소가 홀수인 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 48 개

해설

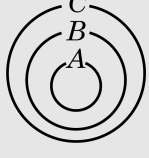
$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 적어도 하나는 홀수인 부분집합의 개수는 모든 부분집합의 개수에서 짝수의 원소로만 이루어진 부분집합의 개수를 빼면 되므로 $2^6 - 2^{6-2} = 64 - 16 = 48$ (개)이다.

44. 세 집합 A, B, C 에 대하여 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

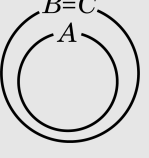
- ① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ② $A \subset B, B = C$ 이면 $A \subset C$ 이다.
- ③ $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A = B$ 이다.
- ④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면 $A = B = C$ 이다.
- ⑤ $A \subset B \subset C$ 이면 $n(A) < n(B) < n(C)$ 이다.

해설

①



②



③ 예를 들면 $A = \{1\}, B = \{1, 2\}, C = \{1, 2, 3\}$ 이면, $A \subset B, B \subset C$ 이지만 $A \neq B$

④ $A \subset B, B \subset C, C \subset A$ 이면, $A = B = C$

⑤ $A \subset B \subset C$ 이면, $n(A) \leq n(B) \leq n(C)$

45. 두 집합 $A = \{-1, 0, 2a - 5, 5\}$, $B = \{0, b + 3, 3\}$ 에 대하여 $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$, $A \cap B = \{0, 3\}$ 이기 위한 a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$A \cap B = \{0, 3\}$ 이므로 $3 \in A$
따라서 $2 \times a - 5 = 3$, $a = 4$
 $A = \{-1, 0, 3, 5\}$, $A \cup B = \{-1, 0, 2, 3, 5\}$ 이므로 $2 \in B$,
 $b + 3 = 2$, $b = -1$
 $\therefore a = 4$, $b = -1$

46. 전체집합 U 의 서로 다른 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $A \cap A^c = U$

② $(B^c)^c = A$

③ $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

④ $A - B = B^c \cap A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $B - A = \emptyset$

해설

① $A \cap A^c = \emptyset$

② $(B^c)^c = B \neq A$

⑤ $A \subset B$ 이면 $A - B = \emptyset$

47. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50, n(A \cup B) = 38, n(A \cap B) = 9, n(B - A) = 16$ 일 때, $n((A - B)^C)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 37

해설

$$\begin{aligned}n(A - B) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) - n(B - A) \\&= 38 - 9 - 16 \\&= 13\end{aligned}$$

$$n((A - B)^C) = n(U) - n(A - B) = 50 - 13 = 37$$

48. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 세 조건 p, q, r 이 다음과 같다.

$$p : (A - B) \cup (B - A) = \emptyset$$
$$q : A = B$$
$$r : A \cup B = B$$

이 때, 조건 p 는 조건 q 이기 위한 $\textcircled{\tiny 1}$ 조건이고, 조건 q 는 조건 r 이기 위한 $\textcircled{\tiny 2}$ 조건이다. $\textcircled{\tiny 1}, \textcircled{\tiny 2}$ 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ① 필요, 충분

② 필요충분, 필요

③ 필요, 필요

④ 필요충분, 충분

⑤ 충분, 필요

해설

$$(A - B) \cup (B - A) = \emptyset \Leftrightarrow A - B = \emptyset, B - A = \emptyset \Leftrightarrow A \subset B, B \subset A$$
$$\Leftrightarrow A = B \therefore p \Leftrightarrow q \text{ 이므로}$$

$\textcircled{\tiny 1}$: 필요충분조건

$A \cup B = B \Leftrightarrow A \subset B$ 이고 $A = B \Rightarrow A \subset B$ (역은 성립하지 않는다.)

$\therefore q \Rightarrow r$ 이므로 $\textcircled{\tiny 2}$: 충분조건

49. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = -x + 2$ 의 역함수를 각각 f^{-1} , g^{-1} 라고 할 때, $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(5)$ 의 값은?

① -1 ② -3 ③ -5 ④ -7 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f &= f \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \circ f \\ &= f \circ g^{-1} \circ (f^{-1} \circ f) \\ &= f \circ g^{-1} \circ I \\ &= f \circ g^{-1} \end{aligned}$$

따라서, 구하는 값은 $(f \circ g^{-1})(5) = f(g^{-1}(5))$

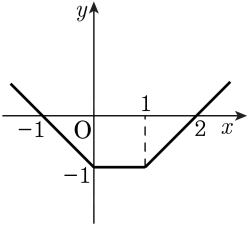
$g^{-1}(5) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 5$

$-k + 2 = 5$ 에서 $k = -3$, 즉 $g^{-1}(5) = -3$

$\therefore f(g^{-1}(5)) = f(-3) = 2 \times (-3) - 1 = -7$

50. 다음 그림은 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 이때, $y = f(x)$ 와 $y = |f(x)|$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$y = |f(x)|$ 의 그래프는 $y = f(x)$ 의 그래프에서 x 축의 위부분은 그대로 두고 x 축의 아래부분을 x 축에 대하여 대칭이동하면 된다. 따라서, 두 그래프로 둘러싸인 부분은 다음 그림과 같으므로 그 넓이는

$$2\left(\frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1\right) = 4$$

