1. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1$, $B = \sqrt{3} + 2$, $C = 2\sqrt{3} + 1$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$ ② $A < B < C$ ③ $A < C < B$
④ $B < A < C$ ⑤ $B < C < A$

2. 세 수 $A = \sqrt{6} + \sqrt{7}$, $B = \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$, $C = \sqrt{3} + \sqrt{10}$의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $C < A < B$ ⑤ $C < B < A$

3. 두 양수 a, b에 대하여 $\left(\frac{1}{a}+\frac{4}{b}\right)(a+b)$의 최솟값을 구하여라.

답: ________

4. $x > 0,\ y > 0$ 일 때, $(3x + 4y)\left(\frac{1}{x} + \frac{3}{y}\right)$ 의 최솟값을 구하여라.

답: ________

5. 실수 x, y가 $x^2+y^2=5$를 만족할 때, $x+2y$의 최댓값 M, 최솟값 m의 합 $M+m$을 구하여라.

답: ________

6. $q > p > 1$인 실수 $p,\ q$에 대하여 $pq + p$와 $p^2 + q$의 대소를 비교하면?

① $pq + p < p^2 + q$ ② $pq + p \leq p^2 + q$

③ $pq + p > p^2 + q$ ④ $pq + p \geq p^2 + q$

⑤ $pq + p = p^2 + q$

7. $a > b > 0$ 일 때, $a^2 > b^2$ 이다. 임을 이용하여 $x > y > -1$ 일 때, $\sqrt{x+1}$, $\sqrt{y+1}$ 의 대소를 비교하면?

① $\sqrt{x+1} < \sqrt{y+1}$
② $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{y+1}$
③ $\sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$
④ $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{y+1}$
⑤ $\sqrt{x+1} = \sqrt{y+1}$

8. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a-b| > |a|-|b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \le 0$　　② $ab \ge 0$　　③ $a+b \ge 0$

④ $ab < 0$　　⑤ $a-b > 0$

9. 부등식 $|x+y| \le |x|+|y|$ 에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

① $x=y$　② $xy>0$　③ $xy \ge 0$
④ $x \ge 0,\ y \ge 0$　⑤ $x \le 0,\ y \le 0$

10. 다음은 임의의 실수 $a,\ b$ 에 대하여 부등식 $|a+b| \le |a|+|b|$ 가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$(|a|+|b|)^2-|a+b|^2$
$=|a|^2+2|a||b|+|b|^2-(a+b)^2$
$=2($ ㉠ $)\ge 0$
$\therefore (|a|+|b|)^2 \ge |a+b|^2$
그런데 $|a|+|b|\ge 0,\ |a+b|\ge 0$ 이므로
$|a|+|b| \ge |a+b|$ (단, 등호는 (㉡), 즉 (㉢)일 때, 성립)

① $|ab|+ab,\ |ab|=ab,\ ab\le 0$

② $|ab|+ab,\ |ab|=-ab,\ ab\ge 0$

③ $|ab|-ab,\ |ab|=-ab,\ ab\le 0$

④ $|ab|-ab,\ |ab|=ab,\ ab\ge 0$

⑤ $|ab|-ab,\ |ab|=ab,\ ab\le 0$

11. 두 양수 a, b에 대하여 다음 설명 중 <u>틀린</u> 것은?

① a, b의 산술 평균은 $\frac{a+b}{2}$ 이다.
② $\sqrt{ab}$는 a, b의 기하평균이다.
③ $a+b \geq 2\sqrt{ab}$은 절대부등식이다.
④ $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$이면 반드시 $b = \frac{1}{a}$이다.
⑤ $a + \frac{1}{a} \geq 2$는 항상 성립한다.

12. a, b가 양수일 때, $\left(a+\dfrac{1}{b}\right)\left(\dfrac{1}{a}+4b\right)$의 최솟값을 구하면?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

13. 방정식 $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{1}{2}$을 만족하는 양의 정수 x, y에 대하여 xy의 최솟값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

14. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

답: ________

15. 실수 x, y, z에 대하여 $x-y+4z=3\sqrt{2}$일 때 $x^2+y^2+z^2$의 최솟값은?

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

16. $a \geq 0,\ b \geq 0,\ c \geq 0$ 이고, $a+b+c=14$ 일 때, $\sqrt{a}+2\sqrt{b}+3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

답: ________

17. $a > b,\ x > y$일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $(a+b)(x+y) > 2(ax+by)$
② $(a+b)(x+y) < 2(ax+by)$
③ $(a+b)(x+y) \geq 2(ax+by)$
④ $(a+b)(x+y) \leq 2(ax+by)$
⑤ $(a+b)(x+y) = 2(ax+by)$

18. 임의의 실수 a, b, c 에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $|a| = -a$

② $a > b > 0$ 일 때, $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ 이다.

③ $|a| \geq 0$, $|a| \geq a$, $|a| = |-a|$ 이다.

④ $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤ $|a - b| \geq |a| - |b|$

19. 부등식 $x^2 + (a+1)x + (a+1) \geq 0$이 절대부등식이 되기 위한 정수 a의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 7개

20. 다음은 $a,\ b,\ c$가 실수일 때 $a^2+b^2+c^2 \geq ab+bc+ca$를 증명한 것이다.[가], [나]에 들어갈 내용을 차례대로 나열한 것은?

$(a^2+b^2+c^2)-(ab+bc+ca)$ $([가])\left(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}([나])0$ $a^2+b^2+c^2-(ab+bc+ca) \geq 0$ (단, 등호는 $a=b=0$ 일 $a^2+b^2+c^2 \geq (ab+bc+ca)$ 때 성립)

① $\frac{1}{2},\ >$ ② $\frac{1}{2},\ \geq$ ③ $2,\ >$ ④ $2,\ \geq$ ⑤ $2,\ =$

21. $(1+a)(1+b)(1+c)=8$ 인 양수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 $abc \le 1$ 임을 다음과 같이 증명하였다.

증명

$(1+a)(1+b)(1+c)=8$ 을 전개하면
$1+(a+b+c)+(ab+bc+ca)+abc=8$
이때, $a>0,\ b>0,\ c>0$ 이므로 산술평균 , 기하평균의 관계를 이용하면
$a+b+c \ge 3\sqrt[3]{abc}$
(단, 등호는 $a=b=c$ 일 때 성립)
$ab+bc+ca \ge 3$ ([가])
(단, 등호는 $a=b=c$ 일 때 성립)
$\therefore S \ge 1+3\sqrt[3]{abc}+3(\sqrt[3]{abc})^2+abc$
$=(1+\sqrt[3]{abc})^3$
따라서 $^3\sqrt{abc}+1 \le 2, \quad abc \le 1$
(단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)

위의 증명에서 [가], [나], [다] 에 알맞은 것을 순서대로 적으면 ?

① $abc,\ a=b=c=1$
② $\sqrt[3]{abc},\ a=2$ 이고 $b=c$
③ $(\sqrt[3]{abc})^2,\ a=b=c=1$
④ $abc,\ a=b$ 이고 $c=2$
⑤ $(\sqrt[3]{abc})^2,\ a=b=c=2$

22. $a>0, b>0$일 때, $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(b+\frac{4}{a}\right)$의 최솟값은?

답: ________

23. $x>0,\ y>0,\ \ x+2y=1$ 일 때, $\frac{2}{x}+\frac{1}{y}$ 의 최솟값을 구하여라.

답: ________

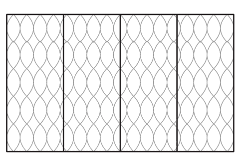
24. 산술-기하평균을 이용하여 $x + y = 4$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라.
(단, $x > 0$, $y > 0$)

답: ________

25. 양수 a, b가 $a+b=1$을 만족할 때, $\dfrac{a^2+1}{a}+\dfrac{b^2+1}{b}$의 최솟값을 구하면?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

26. 어떤 농부가 길이 60 m의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



① 60m^2　② 70m^2　③ 80m^2　④ 90m^2　⑤ 100m^2

27. 밑변의 길이와 높이의 길이의 곱이 8인 직각삼각형이 있다. 이 때 빗변의 길이의 최솟값과 그 때의 가로의 길이를 합한 값은?

① $2\sqrt{2}$ ② 4 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 8 ⑤ $8\sqrt{2}$

28. a, b, c, d, x, y, z가 실수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.(단, 순서대로 쓸 것)

> ㉠ $a^2 + b^2 \geq ab$
>
> ㉡ $a^2 + b^2 + 1 < 2(a + b - 1)$
>
> ㉢ $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \leq (ax + by + cz)^2$
>
> ㉣ $|a + b| \leq |a| + |b|$
>
> ㉤ $|a| - |b| \geq |a - b|$
>
> ㉥ $|a + b| \geq |a| - |b|$

답: ________

답: ________

답: ________

29. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

> **증명**
>
> 양수 $a,\ b,\ H$에 대하여
> 적당한 실수 r가 존재하여
> $a = H + \frac{a}{r},\ H = b + \frac{b}{r} \cdots\ (A)$가 성립한다고 하자.
> 그러면 $a \neq b$이고 $\frac{a-H}{a} =$ (가) $\cdots (B)$ 이므로
> $H =$ (나)이다.
> 역으로, $a \neq b$인 양수 $a,\ b$에 대하여
> $H =$ (나)이면,
> 식 (B)가 성립하고 $\frac{a-H}{a} \neq 0$이다.
> (B)에서 $\frac{a-H}{a} = \frac{1}{r}$이라 놓으면
> 식 (A)가 성립한다. 따라서 양수 $a,\ b,\ H$에 대하여 적당한 실수 r이 존재하여
> 식 (A)가 성립하기 위한 (다) 조건은
> $a \neq b$이고 $H =$(나)이다.

위의 증명에서 (가) , (나) , (다)에 알맞는 것을 순서대로 적으면?

① $\frac{H-b}{b},\ \ \frac{2ab}{a+b}$, 필요충분
② $\frac{H-b}{b},\ \ \frac{ab}{a+b}$, 필요충분
③ $\frac{H-b}{b},\ \ \frac{2ab}{a+b}$, 충분
④ $\frac{b-H}{b},\ \ \frac{2ab}{a+b}$, 필요
⑤ $\frac{b-H}{b},\ \ \frac{ab}{a+b}$, 충분

30. $a>1$일 때, $\frac{1}{a-1}+4a-3$의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5