

1. 세 수  $A = 3\sqrt{3} - 1$ ,  $B = \sqrt{3} + 2$ ,  $C = 2\sqrt{3} + 1$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

①  $C < B < A$

②  $A < B < C$

③  $A < C < B$

④  $B < A < C$

⑤  $B < C < A$

**2.** 세 수  $A = \sqrt{6} + \sqrt{7}$ ,  $B = \sqrt{5} + 2\sqrt{2}$ ,  $C = \sqrt{3} + \sqrt{10}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

①  $A < B < C$

②  $A < C < B$

③  $B < A < C$

④  $C < A < B$

⑤  $C < B < A$

3. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $\left(\frac{1}{a} + \frac{4}{b}\right)(a + b)$ 의 최솟값을 구하여라.



답: \_\_\_\_\_

4.  $x > 0, y > 0$  일 때,  $(3x + 4y) \left( \frac{1}{x} + \frac{3}{y} \right)$  의 최솟값을 구하여라.



답: \_\_\_\_\_

5. 실수  $x, y$ 가  $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때,  $x + 2y$ 의 최댓값  $M$ , 최솟값  $m$ 의 합  $M + m$ 을 구하여라.



답: \_\_\_\_\_

6.  $q > p > 1$ 인 실수  $p, q$ 에 대하여  $pq + p$ 와  $p^2 + q$ 의 대소를 비교하면?

①  $pq + p < p^2 + q$

②  $pq + p \leq p^2 + q$

③  $pq + p > p^2 + q$

④  $pq + p \geq p^2 + q$

⑤  $pq + p = p^2 + q$

7.  $a > b > 0$  일 때,  $a^2 > b^2$  이다. 임을 이용하여  $x > y > -1$  일 때,  $\sqrt{x+1}$ ,  $\sqrt{y+1}$  의 대소를 비교하면?

①  $\sqrt{x+1} < \sqrt{y+1}$

②  $\sqrt{x+1} \leq \sqrt{y+1}$

③  $\sqrt{x+1} > \sqrt{y+1}$

④  $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{y+1}$

⑤  $\sqrt{x+1} = \sqrt{y+1}$

8. 실수  $a, b$  에 대하여 다음 중  $|a - b| > |a| - |b|$  가 성립할 필요충분조건인 것은?

①  $ab \leq 0$

②  $ab \geq 0$

③  $a + b \geq 0$

④  $ab < 0$

⑤  $a - b > 0$

9. 부등식  $|x + y| \leq |x| + |y|$  에서 등호가 성립할 필요충분조건은?

①  $x = y$

②  $xy > 0$

③  $xy \geq 0$

④  $x \geq 0, y \geq 0$

⑤  $x \leq 0, y \leq 0$

10. 다음은 임의의 실수  $a, b$  에 대하여 부등식  $|a+b| \leq |a|+|b|$  가 성립함을 증명하는 과정이다. 아래 과정에서 ㉠, ㉡, ㉢에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - |a + b|^2 \\ &= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a + b)^2 \\ &= 2( \text{㉠} ) \geq 0 \end{aligned}$$

$$\therefore (|a| + |b|)^2 \geq |a + b|^2$$

그런데  $|a| + |b| \geq 0$ ,  $|a + b| \geq 0$  이므로

$|a| + |b| \geq |a + b|$  (단, 등호는 ( ㉡ ), 즉 ( ㉢ )일 때, 성립)

- ①  $|ab| + ab, |ab| = ab, ab \leq 0$
- ②  $|ab| + ab, |ab| = -ab, ab \geq 0$
- ③  $|ab| - ab, |ab| = -ab, ab \leq 0$
- ④  $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \geq 0$
- ⑤  $|ab| - ab, |ab| = ab, ab \leq 0$

11. 두 양수  $a, b$ 에 대하여 다음 설명 중 틀린 것은?

①  $a, b$ 의 산술 평균은  $\frac{a+b}{2}$ 이다.

②  $\sqrt{ab}$ 는  $a, b$ 의 기하평균이다.

③  $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 은 절대부등식이다.

④  $\frac{a+b}{2} = \sqrt{ab}$ 이면 반드시  $b = \frac{1}{a}$ 이다.

⑤  $a + \frac{1}{a} \geq 2$ 는 항상 성립한다.

12.  $a, b$ 가 양수일 때,  $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 4b\right)$ 의 최솟값을 구하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

**13.** 방정식  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$  을 만족하는 양의 정수  $x, y$  에 대하여  $xy$  의 최솟값  
은?

① 16

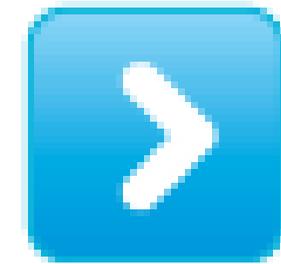
② 17

③ 18

④ 19

⑤ 20

14.  $x + y = 3$  일 때,  $xy$  의 최댓값을 구하여라. (단,  $xy > 0$ )



답:

---

15. 실수  $x, y, z$ 에 대하여  $x - y + 4z = 3\sqrt{2}$ 일 때  $x^2 + y^2 + z^2$ 의 최솟값은?

①  $\frac{1}{3}$

②  $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

16.  $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$  이고,  $a + b + c = 14$  일 때,  $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$  의 최댓값을 구하여라.



답: \_\_\_\_\_

17.  $a > b$ ,  $x > y$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

①  $(a + b)(x + y) > 2(ax + by)$

②  $(a + b)(x + y) < 2(ax + by)$

③  $(a + b)(x + y) \geq 2(ax + by)$

④  $(a + b)(x + y) \leq 2(ax + by)$

⑤  $(a + b)(x + y) = 2(ax + by)$

18. 임의의 실수  $a, b, c$  에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

①  $|a| = -a$

②  $a > b > 0$  일 때,  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  이다.

③  $|a| \geq 0$  ,  $|a| \geq a$  ,  $|a| = |-a|$  이다.

④  $|a + b + c| \leq |a| + |b| + |c|$

⑤  $|a - b| \geq |a| - |b|$

19. 부등식  $x^2 + (a+1)x + (a+1) \geq 0$ 이 절대부등식이 되기 위한 정수  $a$ 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

20. 다음은  $a, b, c$ 가 실수일 때  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$  를 증명한 것이다.[가], [나]에 들어갈 내용을 차례대로 나열한 것은?

$$(a^2 + b^2 + c^2) - (ab + bc + ca)$$

$$([\text{가}]) (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} ([\text{나}]) 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) \geq 0 \quad (\text{단, 등호는 } a = b = c = 0 \text{ 일}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq (ab + bc + ca)$$

때 성립)

- ①  $\frac{1}{2}, >$     ②  $\frac{1}{2}, \geq$     ③  $2, >$     ④  $2, \geq$     ⑤  $2, =$

21.  $(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 인 양수  $a, b, c$ 에 대하여  $abc \leq 1$ 임을 다음과 같이 증명하였다.

증명

$(1+a)(1+b)(1+c) = 8$ 을 전개하면

$$1 + (a+b+c) + (ab+bc+ca) + abc = 8$$

이때,  $a > 0, b > 0, c > 0$ 이므로 산술평균, 기하평균의 관계를 이용하면

$$a + b + c \geq 3 \sqrt[3]{abc}$$

(단, 등호는  $a = b = c$ 일 때 성립)

$$ab + bc + ca \geq 3 \text{ ([가])}$$

(단, 등호는  $a = b = c$ 일 때 성립)

$$\therefore S \geq 1 + 3 \sqrt[3]{abc} + 3(\sqrt[3]{abc})^2 + abc$$

$$= (1 + \sqrt[3]{abc})^3$$

$$\text{따라서 } 3 \sqrt[3]{abc} + 1 \leq 2, \quad abc \leq 1$$

(단, 등호는 ([나]) 일 때 성립)

위의 증명에서 [가], [나], [다]에 알맞은 것을 순서대로 적으면 ?

①  $abc, a = b = c = 1$

②  $\sqrt[3]{abc}, a = 2$ 이고  $b = c$

③  $(\sqrt[3]{abc})^2, a = b = c = 1$

④  $abc, a = b$ 이고  $c = 2$

⑤  $(\sqrt[3]{abc})^2, a = b = c = 2$

22.  $a > 0, b > 0$  일 때,  $\left(a + \frac{1}{b}\right) \left(b + \frac{4}{a}\right)$  의 최솟값은?



답: \_\_\_\_\_

23.  $x > 0, y > 0, x + 2y = 1$  일 때,  $\frac{2}{x} + \frac{1}{y}$  의 최솟값을 구하여라.



답:

24. 산술-기하평균을 이용하여  $x + y = 4$  일 때,  $xy$ 의 최댓값을 구하여라.

(단,  $x > 0, y > 0$ )



답:

\_\_\_\_\_

**25.** 양수  $a, b$ 가  $a + b = 1$ 을 만족할 때,  $\frac{a^2 + 1}{a} + \frac{b^2 + 1}{b}$ 의 최솟값을 구하면?

① 4

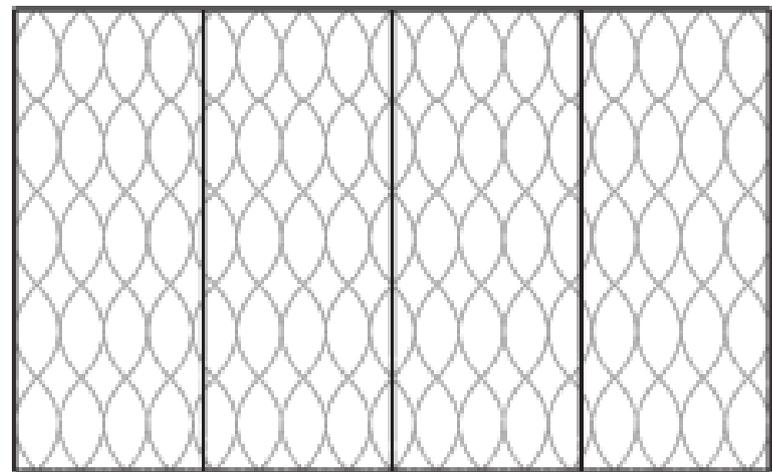
② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

26. 어떤 농부가 길이 60 m의 철망을 가지고 아래 그림과 같이 네 개의 작은 직사각형으로 이루어진 직사각형 모양의 우리를 만들려고 한다. 이 때, 전체 우리의 넓이의 최댓값은?



①  $60\text{m}^2$

②  $70\text{m}^2$

③  $80\text{m}^2$

④  $90\text{m}^2$

⑤  $100\text{m}^2$

**27.** 밑변의 길이와 높이의 길이의 곱이 8인 직각삼각형이 있다. 이 때  
빗변의 길이의 최솟값과 그 때의 가로의 길이를 합한 값은?

①  $2\sqrt{2}$

② 4

③  $4\sqrt{2}$

④ 8

⑤  $8\sqrt{2}$

28.  $a, b, c, d, x, y, z$ 가 실수일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.(단, 순서대로 쓸 것)

㉠  $a^2 + b^2 \geq ab$

㉡  $a^2 + b^2 + 1 < 2(a + b - 1)$

㉢  $(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \leq (ax + by + cz)^2$

㉣  $|a + b| \leq |a| + |b|$

㉤  $|a| - |b| \geq |a - b|$

㉥  $|a + b| \geq |a| - |b|$

 답: \_\_\_\_\_

 답: \_\_\_\_\_

 답: \_\_\_\_\_

29. 다음은 조화평균에 관한 어떤 수학적 사실을 증명한 것이다.

증명

양수  $a, b, H$ 에 대하여

적당한 실수  $r$ 가 존재하여

$$a = H + \frac{a}{r}, H = b + \frac{b}{r} \dots (A) \text{가 성립한다고 하자.}$$

그러면  $a \neq b$ 이고  $\frac{a-H}{a} = (\text{가}) \dots (B)$ 이므로

$H = (\text{나})$ 이다.

역으로,  $a \neq b$ 인 양수  $a, b$ 에 대하여

$H = (\text{나})$ 이면,

식 (B)가 성립하고  $\frac{a-H}{a} \neq 0$ 이다.

(B)에서  $\frac{a-H}{a} = \frac{1}{r}$ 이라 놓으면

식 (A)가 성립한다. 따라서 양수  $a, b, H$ 에 대하여 적당한 실수  $r$ 이 존재하여

식 (A)가 성립하기 위한 (다) 조건은

$a \neq b$ 이고  $H = (\text{나})$ 이다.

위의 증명에서 (가), (나), (다)에 알맞는 것을 순서대로 적으면?

①  $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}$ , 필요충분

②  $\frac{H-b}{b}, \frac{ab}{a+b}$ , 필요충분

③  $\frac{H-b}{b}, \frac{2ab}{a+b}$ , 충분

④  $\frac{b-H}{b}, \frac{2ab}{a+b}$ , 필요

⑤  $\frac{b-H}{b}, \frac{ab}{a+b}$ , 충분

30.  $a > 1$  일 때,  $\frac{1}{a-1} + 4a - 3$  의 최솟값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5