

1. 직선 $x = 4$ 를 축으로 하고 두 점 $(1, 1)$, $(-1, -15)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = x^2 + 6x - 6$

② $y = x^2 + 8x - 8$

③ $y = -x^2 + 6x - 4$

④ $y = -x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 + 8x - 6$

해설

$y = p(x - 4)^2 + q$ 라고 하자.

$(1, 1)$, $(-1, -15)$ 를 지나므로 이를 대입하면 $9p + q = 1$, $25p + q = -15$ 이므로 이를 풀면 $p = -1$, $q = 10$

$$\therefore y = -(x - 4)^2 + 10 = -x^2 + 8x - 6$$

2. 이차함수 $y = 2(x - 1)^2 + 3$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2(x - 1)^2 + 3$ 의 그래프는 $x = 1$ 일 때 최솟값이 3 이다.

3. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -11

② -9

③ -7

④ 7

⑤ 11

해설

$$y = x^2 - 6x + 2$$

$$= (x - 3)^2 - 7$$

$x = 3$ 일 때, 최솟값 -7 을 갖는다.

4. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 1$ 의 최댓값과 최솟값은?

- ① 최댓값 : 1, 최솟값 : 없다
- ② 최댓값 : 1, 최솟값 : -5
- ③ 최댓값 : 4, 최솟값 : 없다
- ④ 최댓값 : 없다, 최솟값 : 1
- ⑤ 최댓값 : 1, 최솟값 : -3

해설

$$y = -2x^2 + 4x - 1$$

$$= -2(x-1)^2 + 1$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 1을 갖는다.

또한, x^2 의 계수가 음수이므로 최솟값은 없다.

5. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -2x^2 + 4x - 2k + 2$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + k = \frac{1}{2}(x - 4)^2 - 8 + k$$

최솟값은 $-8 + k$

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4x - 2k + 2 \\ &= -2(x - 1)^2 + 4 - 2k \end{aligned}$$

최댓값은 $4 - 2k$

$$-8 + k = 4 - 2k$$

$$\therefore k = 4$$

6. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -4x^2 + 1$

② $y = -2(x - 1)^2 + 10$

③ $y = x^2 + 3x + 1$

④ $y = -2x^2 + 3x + 1$

⑤ $y = -(x + 1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

7. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖지 않는 것은?

① $y = 2x^2 + 5$

② $y = 6(x + 1)^2$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + 4x + 5$

④ $y = -3(x - 2)^2 + \frac{1}{3}$

⑤ $y = 2\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 양수일 때, 최솟값을 갖는다.

8. 다음 이차함수 중 최솟값을 갖는 것은?

① $y = -3x^2$

② $y = -x^2 + 2x + 1$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = (x + 1)^2 + 3$

⑤ $y = 3 - x^2$

해설

이차함수에서 이차항의 계수가 양수이면 꼭짓점이 최솟값을 가지고, 음수이면 꼭짓점이 최댓값을 갖는다.

9. 꼭짓점이 (2, 3) 이고, 점(5, -6) 을 지나는 포물선이 y 축과 만나는 점의 좌표는?

① (0, -2)

② (0, 3)

③ (0, 1)

④ (0, 2)

⑤ (0, -1)

해설

$y = a(x - 2)^2 + 3$ 에 (5, -6) 을 대입하면

$$-6 = a(5 - 2)^2 + 3$$

$$9a = -9 \therefore a = -1$$

$$y = -(x - 2)^2 + 3$$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = -1$$

$$\therefore (0, -1)$$

10. 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이고, 점 (0, 3) 을 지나는 포물선의 식을 구하여라.

① $y = 2x^2 - 4x + 3$

② $y = x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 - 2x + 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 4x + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이므로

$$y = a(x - 1)^2 + 5$$

점 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 5$$

$$a = -2$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

11. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고 두 점 $(-1, 6)$, $(1, 2)$ 를 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + q$$

점 $(-1, 6)$ 과 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$6 = q, 2 = 4a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 6$$

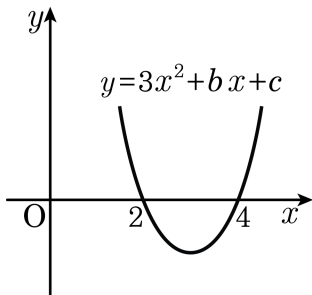
$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6$$

$$\text{따라서 } y = -x^2 - 2x + 5$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = 5$$

$$\therefore abc = 10$$

12. 다음 그림은 이차함수 $y = 3x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 때, b , c 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = -18$

▷ 정답 : $c = 24$

해설

(2, 0) 을 대입하면 $0 = 12 + 2b + c \rightarrow 2b + c = -12$

(4, 0) 을 대입하면 $0 = 48 + 4b + c \rightarrow 4b + c = -48$

두 식을 연립하여 풀면 $b = -18$, $c = 24$

13. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11

② 21

③ 25

④ 81

⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

14. 이차함수 $y = 9x^2 - 12ax + 3a^2 + 4a - 4$ 의 최솟값이 -16 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}y &= 9x^2 - 12ax + 3a^2 + 4a - 4 \\&= (3x - 2a)^2 - a^2 + 4a - 4\end{aligned}$$

최솟값은 $-a^2 + 4a - 4 = -16$ 이다.

$$a^2 - 4a - 12 = 0$$

$$(a + 2)(a - 6) = 0$$

$$\therefore a = -2 \text{ 또는 } a = 6$$

따라서 a 의 값들의 합은 $-2 + 6 = 4$ 이다.

15. 차가 4 인 두 수 중에서 그 제곱의 합이 최소가 되는 두 수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

▷ 정답 : 2

해설

두 수를 각각 x , $x + 4$ 라 하면

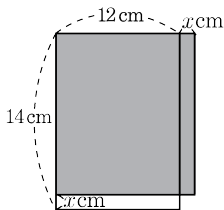
$$\begin{aligned}y &= x^2 + (x + 4)^2 \\&= 2x^2 + 8x + 16 \\&= 2(x + 2)^2 + 8\end{aligned}$$

$x = -2$ 일 때, 최솟값 8 을 갖는다.

$$\therefore x = -2, x + 4 = 2$$

따라서 구하는 두 수는 $-2, 2$

16. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned}
 y &= (12 + x)(14 - x) \\
 &= -x^2 + 2x + 168 \\
 &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\
 &= -(x - 1)^2 + 169
 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

17. 지면으로부터 초속 40m 로 똑바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 80m

해설

$y = -5x^2 + 40x$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 80$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 80 을 갖는다.

18. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다.

해설

$$y = 50t - 5t^2$$

$$y = -5(t^2 - 10t + 25 - 25) = -5(t - 5)^2 + 125$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가 된다.