

1. 이차함수 $y = -2(x - 1)^2 + 4$ 의 최댓값은?

① -4

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 4

해설

위로 블록하고 꼭짓점이 $(1, 4)$
 $\therefore x = 1$ 일 때, 최댓값 4 를 갖는다.

2. 이차함수 $y = x^2 - 6x + 2$ 의 최솟값을 구하면?

① -11

② -9

③ -7

④ 7

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6x + 2 \\ &= (x - 3)^2 - 7 \\ x &= 3 \text{ 일 때, 최솟값 } -7 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

3. 다음 이차함수의 최댓값이 3 인 것은?

① $y = -x^2 + 3$

② $y = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{2}$

③ $y = -(x-1)^2$

④ $y = -\frac{4}{3}(x+5)^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

① $x = 0$ 일 때, 최댓값 3을 갖는다.

② $x = 0$ 일 때, 최댓값 $-\frac{1}{2}$ 을 갖는다.

③ $x = 1$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

④ $x = -5$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

⑤ $x = 0$ 일 때, 최댓값 0을 갖는다.

4. 이차함수 $y = x^2 - 4x - 7$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -11

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 4x - 7 \\ &= (x - 2)^2 - 11 \\ x &= 2 \text{ 일 때, 최솟값 } -11 \text{ 을 갖는다.} \end{aligned}$$

5. 다음 이차함수 중 최댓값을 갖지 않는 것은?

① $y = -x^2 + 1$

② $y = -10x^2 - \frac{1}{3}$

③ $y = -2(x - 1)^2$

④ $y = -\left(x - \frac{1}{5}\right)^2$

⑤ $y = 3x^2 + 4$

해설

이차항의 계수가 음수일 때, 최댓값을 가진다.

6. 이차함수 $y = -x^2 + 10x - 13$ 의 최댓값을 m , 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1$ 의 최솟값을 n 이라고 할 때, mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = -x^2 + 10x - 13 = -(x - 5)^2 + 12$$

$$\text{최댓값 } m = 12$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1 = \frac{1}{2}(x + 1)^2 + \frac{1}{2}$$

$$\text{최솟값 } n = \frac{1}{2}$$

$$\therefore mn = 12 \times \frac{1}{2} = 6$$

7. 꼭짓점의 좌표가 점 $(-1, 2)$ 이고, y 절편이 4 인 이차함수의 그래프의 식을 구하면?

① $y = -(x + 1)^2 + 2$

② $y = 2(x + 1)^2 + 2$

③ $y = -2(x - 1)^2 + 2$

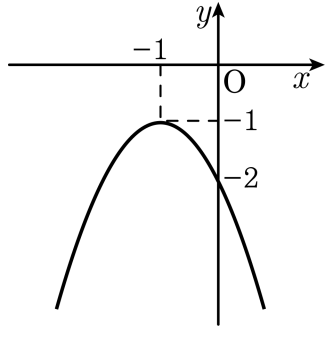
④ $y = 2(x - 1)^2 + 2$

⑤ $y = -2(x + 1)^2 + 2$

해설

꼭짓점이 $(-1, 2)$ 이므로 $y = a(x + 1)^2 + 2$
(0, 4) 를 대입하면 $4 = a + 2$, $a = 2$
따라서 그래프의 식은 $y = 2(x + 1)^2 + 2$ 이다.

8. 다음 포물선의 함수식을 바르게 나타낸 것은?



- ① $y = -(x+1)^2 - 1$ ② $y = -(x-1)^2 - 1$
③ $y = -2(x+1)^2 - 2$ ④ $y = -2(x-1)^2 - 1$
⑤ $y = -2(x+1)^2 - 1$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, -1)$ 이고, 지나는 점은 $(0, -2)$ 이므로 $y = a(x+1)^2 - 1$ 에서 지나는 점 $(0, -2)$ 를 대입하면 $-2 = a(0+1)^2 - 1$, $a = -1$ 이다.
따라서 $y = -(x+1)^2 - 1$ 이 된다.

9. 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이고, 점 (0, 3) 을 지나는 포물선의 식을 구하여라.

① $y = 2x^2 - 4x + 3$

② $y = x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 - 2x + 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - 4x + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 이므로

$$y = a(x - 1)^2 + 5$$

점 (0, 3) 을 대입하면

$$3 = a + 5$$

$$a = -2$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

10. 직선 $x = 1$ 을 축으로 하고 두 점 $(0, -1)$, $(3, 5)$ 를 지나는 포물선이 나타내는 이차함수를 구하면?

① $y = 2x^2 - 4x - 1$

② $y = -2x^2 + 4x + 3$

③ $y = 2x^2 + 4x - 5$

④ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x - 1$

⑤ $y = \frac{4}{3}x^2 - \frac{8}{3}x + 3$

해설

$y = a(x - 1)^2 + p$ 에 $(0, -1)$ 과 $(3, 5)$ 를 대입하여 a 와 p 를 구하면, $-1 = a + p, 5 = 4a + p, a = 2, p = -3$ 이 된다.
따라서 $y = 2x^2 - 4x - 1$ 이다.

11. 축의 방정식이 $x = 0$ 이고 두 점 $(1, 3)$, $(-2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = x^2 - 4$

② $y = 2x^2 - 6$

③ $y = -x^2 + 4$

④ $y = -2x^2 + 5$

⑤ $y = 2x^2 + 4$

해설

축의 방정식이 $x = 0$ 일 때 구하는 포물선의 식은 $y = ax^2 + q$ 이다.

$y = ax^2 + q$ 에 $(1, 3)$ 을 대입하면

$$3 = a + q \cdots \cdots (1)$$

$y = ax^2 + q$ 에 $(-2, -3)$ 을 대입하면

$$-3 = 4a + q \cdots \cdots (2)$$

$$(2) - (1) \text{ 하면 } 3a = -6 \leftrightarrow a = -2$$

$$(1) \text{ 에 대입하면 } q = 5$$

$$\therefore y = -2x^2 + 5$$

12. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고 두 점 $(-1, 6)$, $(1, 2)$ 를 지나는 포물선의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼴로 나타낼 때, abc 의 값을 구하면?

① 5

② 7

③ 10

④ 12

⑤ 15

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + q$$

점 $(-1, 6)$ 과 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$6 = q, 2 = 4a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 6$$

$$\therefore y = -(x + 1)^2 + 6$$

$$\text{따라서 } y = -x^2 - 2x + 5$$

$$\therefore a = -1, b = -2, c = 5$$

$$\therefore abc = 10$$

13. $y = -x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이고 두 점 $(2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -x^2 - 2$

② $y = -x^2 - 3x - 6$

③ $y = -x^2 + 6x - 8$

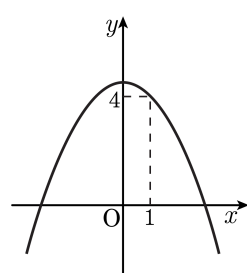
④ $y = x^2 + 6x - 8$

⑤ $y = -x^2 - 6x + 8$

해설

$$y = -(x-2)(x-4) = -x^2 + 6x - 8$$

14. 다음은 y 축을 축으로 갖는 $y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프이다. 상수 a, b 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

▷ 정답 : $b = \frac{9}{2}$ 또는 4.5

해설

y 축을 축으로 가지므로 $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 에서 점 (1, 4)를 대입하면

$q = \frac{9}{2}$ 이다.

$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 + \frac{9}{2}$

15. 합이 18 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 17

② 65

③ 77

④ 81

⑤ 162

해설

두 수를 각각 x , $18 - x$ 라고 하면

$$y = x(18 - x)$$

$$= -x^2 + 18x$$

$$= -(x^2 - 18x + 81 - 81)$$

$$= -(x - 9)^2 + 81$$

$x = 9$ 일 때, 최댓값 81 을 갖는다.

16. 합이 26 인 두 수가 있다. 두 수의 곱이 최대가 되는 두 수를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

▷ 정답 : 13

해설

두 수를 각각 x , $26 - x$ 라고 하면,

$$y = x(26 - x)$$

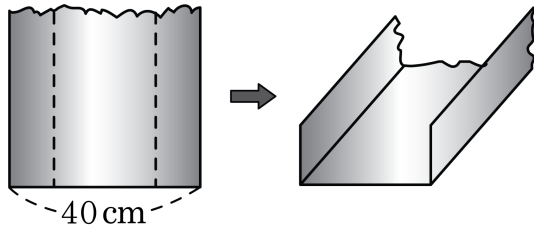
$$= -x^2 + 26x$$

$$= -(x - 13)^2 + 169$$

$x = 13$ 일 때, 최댓값 169를 가진다.

$26 - x = 13$ 이므로 구하는 두 수는 13, 13이다.

17. 너비가 40cm 인 양철판을 구부려서 ‘ㄷ’자 모양의 물받이를 만들었다. 물받이의 단면적의 넓이가 최대가 되는 높이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10 cm

해설

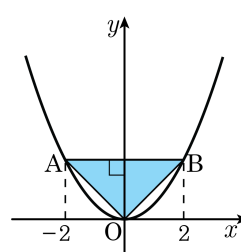
양철판의 높이를 $x\text{cm}$ 라고 두고 단면적의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 두면

$$\begin{aligned} y &= x(40 - 2x) \\ &= -2x^2 + 40x \\ &= -2(x^2 - 20x + 100) + 200 \\ &= -2(x - 10)^2 + 200 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

따라서 $x = 10$ 일 때, 최댓값 200 을 가진다.

18. 다음 그림은 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프이다. 이때, $\triangle AOB$ 의 넓이는 얼마인가?

- ① 2 ② 4 ③ 6
④ 8 ⑤ 10



해설

$\overline{AB} = 4$ 이고,
 $x = 2$ 를 대입하면 $y = 2$ 이므로
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 4$

19. 밑변의 길이와 높이의 합이 36 cm인 삼각형의 최대 넓이를 구하여라.

▶ 답 : cm²

▷ 정답 : 162cm²

해설

삼각형의 밑변의 길이를 x cm, 높이를 y cm²라 하자.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(36 - x) \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 36x) \\&= -\frac{1}{2}(x - 18)^2 + 162\end{aligned}$$

따라서 삼각형의 최대 넓이는 162 cm²

20. 가로, 세로의 길이가 각각 8cm, 6cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 x cm 만큼 줄이고, 세로의 길이는 $2x$ cm 만큼 길게 하여 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, y 를 최대가 되게 하는 x 의 값은?

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{31}{5}$ ⑤ $\frac{16}{5}$

해설

줄어든 가로의 길이는 $(8 - x)\text{cm}$,
늘어난 세로의 길이는 $(6 + 2x)\text{cm}$ 에서

$$\begin{aligned} y &= (8 - x)(6 + 2x) \\ &= 48 + 10x - 2x^2 \\ &= -2 \left(x^2 - 5x + \frac{25}{4} - \frac{25}{4} \right) + 48 \\ &= -2 \left(x - \frac{5}{2} \right)^2 + \frac{121}{2} \end{aligned}$$

따라서 $x = \frac{5}{2}$ 일 때, 최댓값 $\frac{121}{2}$ 을 갖는다.

21. 길이가 30m 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채
꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름의 길이를 구하면?

- ① $\frac{15}{2}$ m ② 8m ③ $\frac{17}{2}$ m ④ 3m ⑤ 5m

해설

부채꼴의 넓이를 $y\text{m}^2$, 반지름의 길이를 $x\text{m}$ 라 하면

$$y = \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \text{ 이다.}$$

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2} \times x \times (30 - 2x) \\ &= x(15 - x) \\ &= -x^2 + 15x \\ &= -\left(x^2 - 15x + \frac{225}{4} - \frac{225}{4}\right) \\ &= -\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{4} \end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.

따라서 꼭짓점이 $\left(\frac{15}{2}, \frac{225}{4}\right)$ 이므로 반지름의 길이가 $\frac{15}{2}\text{m}$ 일

때, 부채꼴의 넓이가 최댓값 $\frac{225}{4}\text{m}^2$ 을 가진다.

- 22.** 둘레의 길이가 24 cm 인 부채꼴의 넓이가 최대일 때, 이 부채꼴의 호의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 12 cm

해설

반지름 x cm, 호의 길이를 $(24 - 2x)$ cm 라 두면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}x(24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36) + 36 \\ &= -(x - 6)^2 + 36 \end{aligned}$$

따라서 꼭짓점이 (6, 36) 이므로 반지름의 길이가 6 cm 일 때,
부채꼴의 넓이가 최댓값 36 cm² 를 가진다.
따라서 호의 길이는 $24 - 2x = 12$ cm 이다.

23. 둘레의 길이가 20 cm 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

부채꼴의 넓이를 S 라 하면

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}a(20 - 2a) = a(10 - a) = -a^2 + 10a \\ &= -(a^2 - 10a + 25) + 25 \\ &= -(a - 5)^2 + 25 \end{aligned}$$

$$a = 5, b = 25$$

따라서 $a + b = 30$ 이다.

24. 지면으로부터 60m 되는 높이에서 초속 60m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y_m 라고 하면 대략 $y = -5x^2 + 60x + 60$ 인 관계가 성립한다. 그 물체의 높이가 최대가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인가? 또한, 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▶ 정답 : 6초

▷ 정답 : 240m

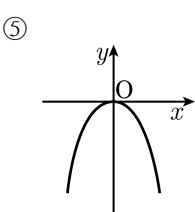
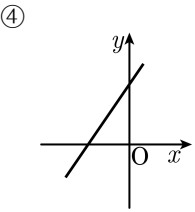
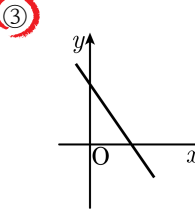
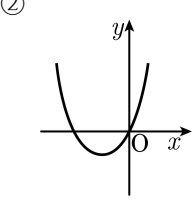
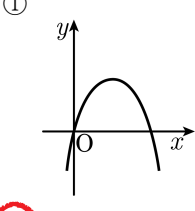
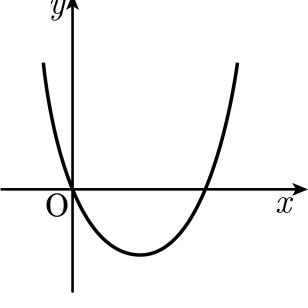
해설

$$y = -5x^2 + 60x + 60 = -5(x - 6)^2 + 240$$

따라서 $x = 6$ 일 때 최대값 240을 갖는다.

따라서 $x = 6$ 일 때, 최댓값 240을 갖는다.

25. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

주어진 그래프에서 y 절편이 0 이므로 $c = 0$, 아래로 볼록이므로 $a > 0$, 축 $x = -\frac{b}{2a}$ 가 양이므로 $b < 0$
 $\therefore y = cx^2 + bx + a \leftrightarrow y = bx + a$ 에서 기울기가 음이고 y 절편이 양인 직선을 구하면 된다.

26. $x = 2$ 일 때 최솟값 -1 을 갖고, y 절편이 3 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ 라 할 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x - 2)^2 - 1 \\&= a(x^2 - 4x + 4) - 1 \\&= ax^2 + 4ax + 4a - 1\end{aligned}$$

$$4a - 1 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x - 2)^2 - 1$$

$$apq = 1 \times 2 \times (-1) = -2$$

27. 이차함수 $y = x^2 + kx + k$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = x^2 + kx + k = \left(x + \frac{k}{2}\right)^2 - \frac{k^2}{4} + k$$

$$\text{최솟값 } m = -\frac{k^2}{4} + k$$

$$m = -\frac{k^2}{4} + k = -\frac{1}{4}(k-2)^2 + 1$$

$k = 2$ 일 때, m 은 최댓값 1 을 갖는다.

28. 둘레의 길이가 32 cm인 직사각형 중에서 그 넓이가 최대가 되는 직사각형의 가로의 길이를 구하여라.

▶ 답 : cm

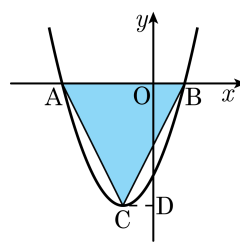
▷ 정답 : 8 cm

해설

가로의 길이를 x cm, 넓이를 y cm² 라 하면,
 $y = x(16 - x)$
 $= -x^2 + 16x$
 $= -(x^2 - 16x)$
 $= -(x - 8)^2 + 64$
따라서 가로의 길이가 8 cm 일 때, 넓이가 최대이다.

29. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점을 A,B , 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10



해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

꼭짓점 C(-1, -4)

$y = 0$ 일 때 $x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이므로

A(-3, 0) , B(1, 0)

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

30. 지상 22m 되는 위치에서 초속 30m 로 위로 던져 올린 공의 t 초 후의 높이를 h m 라 하면 $h = -5t^2 + 30t + 22$ 인 관계가 성립한다. 이 공은 몇 초 후에 최고 높이에 도달하는가?

① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초 ④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned} h &= -5(t^2 - 6t + 9 - 9) + 22 \\ &= -5(t - 3)^2 + 67 \end{aligned}$$

$$t = 3 \text{ 일 때, 최댓값 } h = 67$$