1. 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

과목	중간	기말
국어	80	85
수학	90	80
영어	85	100
과학	70	55
사회	95	80
미술	100	95
음악	95	100
체육	75	65
도덕	100	85
한문	55	70

① 지난 중간고사 점수가 80 점 이상인 과목

② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목

③ 기말고사 때 잘 본 과목

④ 기말고사 때 가장 못 본 과목

⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

③ '잘' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.
④ '못 본' 이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, '가장' 이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.
⑤ '좋은' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

2. 집합 $A = \{2a - b | 3a + 2b \le 10,\ a,\ b$는 자연수$\}$일 때, 다음 중 집합 A의 서로 같은 것은?

① $\{x | -1 < x < 3,\ x$는 정수$\}$ ② $\{x | -1 \le x \le 3,\ x$는 정수$\}$

③ $\{x | 1 < x < 5,\ x$는 자연수$\}$ ④ $\{x | 1 \le x \le 3,\ x$는 자연수$\}$

⑤ $\{x | 1 \le x \le 5,\ x$는 자연수$\}$

해설

$3a + 2b \le 10$을 만족하는 자연수 $a,\ b$의 순서쌍은 $(a,b) = (1,1),\ (1,2),\ (1,3),\ (2,1),\ (2,2)$이므로, $2a - b = \{1,\ 0,\ -1,\ 3,\ 2\}$

$\therefore\ A = \{x | -1 \le x \le 3,\ x$는 정수$\}$

3. 세 집합 $A=\{x \mid x$는 12의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 12보다 작은 홀수$\}$, $C=\{x \mid x$는 $12\times x=1$을 만족하는 자연수$\}$에 대하여 $n(A)+n(B)+n(C)$를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A=\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A)=6$

$B=\{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B)=6$

$C=\{x \mid x$는 $12\times x=1$을 만족하는 자연수$\}=\varnothing$ 이므로

$n(C)=0$

$\therefore n(A)+n(B)+n(C)=6+6+0=12$

4. 집합 $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ 일 때, a, e 를 반드시 원소로 가지는 A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

A 의 부분집합 중 원소 a, e 를 포함한 것이므로 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합에 a, e 를 첨가한 것과 같다.
따라서 $\{b, c, d, f, g\}$ 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개) 이다.

5. 집합 $A = \{a, b, c\}$ 의 부분집합 중 원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수는?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

원소 a 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{3-1} = 4$ (개)
원소 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{3-1} = 4$ (개)
원소 a, b 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$2^{3-2} = 2$ (개)
원소 a 또는 b 를 포함하는 부분집합의 개수 :
$4 + 4 - 2 = 6$ (개)

6. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 에서 n 을 포함한 부분집합의 개수가 16 개라고 할 때, 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$2^{(n\text{을 포함한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 16 = 2^4 \quad \therefore n = 5$

7. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\} \cup X = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ $\{2,\ 4\} \cap X = \{2,\ 4\}$

① 1 개　② 2 개　③ 4 개　④ 8 개　⑤ 16 개

해설

$\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\} \cup X = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$는 $X \subset \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 와 같고,
$\{2,\ 4\} \cap X = \{2,\ 4\}$ 는 $\{2,\ 4\} \subset X$ 와 같다.
즉, X 는 원소 2, 4 를 반드시 포함하는 집합 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합이다.
따라서 X 의 개수는 $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 에서 원소 2, 4 를 제외한 $\{1,\ 3,\ 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.
$\therefore\ 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

8. 두 집합 A, B에 대하여 $\{(A-B)\cup(A\cap B)\}\cap B=B$가 성립할 때, 다음 중 항상 성립한다고 볼 수 없는 것은? (단, U는 전체집합, $U\neq\varnothing$)

① $A-B=\varnothing$ ② $A\cup B^c=U$ ③ $B\subset A$

④ $(A\cap B)^c=B^c$ ⑤ $A^c\subset B^c$

해설

$\{(A-B)\cup(A\cap B)\}\cap B=\{(A\cap B^c)\cup(A\cap B)\}\cap B$

$=\{A\cap(B^c\cup B)\}\cap B$

$=(A\cap U)\cap B$

$=A\cap B$

$A\cap B=B\leftrightarrow B\subset A$

$\therefore$ ①에서 $A-B=\phi\leftrightarrow A\subset B$

9. 전체집합 U의 세 부분집합 A, B, C에 대하여 등식이 성립하지 <u>않는</u> 것은?

① $A \cap (A \cap B)^c = A - B$

② $A \cap (A \cup B)^c = \phi$

③ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B^c) = B^c$

④ $(A \cup B) \cap (A^c \cap B)^c = A$

⑤ $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cap C)$

해설

⑤ $(A - B) \cap (A - C) = (A \cap B^c) \cap (A \cap C^c) = A \cap (B^c \cap C^c)$
$= A \cap (B \cup C)^c = A - (B \cup C)$

10. n 이 100보다 작은 자연수일 때, 다음 명제가 거짓임을 보여주는 반례는 모두 몇 가지인가?

'n^2 이 12의 배수이면 n 은 12의 배수이다.'

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 8가지

해설

명제가 거짓임을 보이는 반례는 n^2 이 12의 배수이면서 n 이 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다. 즉, n 은 6의 배수이면서 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

$n \in \{6\times1,\ 6\times3,\ 6\times5,\ 6\times7,\ 6\times9,\ 6\times11,\ 6\times13,\ 6\times15\}$

11. $p : -1 \le x \le 1$ 또는 $x \ge 3$, $q : x \ge a$ 에 대하여 q 는 p 이기 위한 필요조건일 때, 정수 a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

두 조건 p, g 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하면
q 는 p 이기 위한 필요조건이므로 $P \subset Q$ 이다.
$\therefore\ a \le -1$
따라서 a 의 최댓값은 -1 이다.

12. 두 조건 p, q를 만족하는 집합을 각각 P, Q라 하자. $\sim p$가 q이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $P \cap Q = \phi$　② $P \subset Q$　③ $Q \subset P$

④ $Q - P = \phi$　⑤ $Q^c = P$

해설

$P \subset Q^c \leftrightarrow P - Q^c = P \cap Q = \varnothing$

13. 세 조건 p, q, r 에 대하여 r 이 $\sim q$ 이기 위한 충분조건, q 가 p 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 반드시 참 이라고 할 수 없는 것은?

① $p \rightarrow q$　② $r \rightarrow \sim q$　③ $p \rightarrow \sim r$

④ $q \rightarrow \sim r$　⑤ $\sim p \rightarrow r$

해설

$r \rightarrow \sim q(T) \Rightarrow q \rightarrow \sim r(T) \cdots$ ㉠

$p \rightarrow q(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p(T) \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $r \rightarrow \sim q \rightarrow \sim p \Rightarrow r \rightarrow \sim p(T)$

$\Rightarrow p \rightarrow \sim r(T)$

14. 다음은 $a \geq 0, b \geq 0$인 두 실수 a, b에 대하여 $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$임을 증명한 것이다. 물음에 답하여라.

[(가)] - [(나)]
$= \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}$
$= (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b}$
$= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2}$ [(다)]
따라서, [(가)] $\geq$ [(나)]
한편, 등호는 [(라)] 일 때 성립한다.

위의 증명에서 (가), (나), (다), (라)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① (가) $a+b$ (나) $\sqrt{ab}$ (다) ≥ 0 (라) $a=0, b=0$
② (가) $\frac{a+b}{2}$ (나) $2\sqrt{ab}$ (다) ≤ 0 (라) $a=0, b=0$
③ (가) $\frac{a+b}{2}$ (나) $\sqrt{ab}$ (다) ≥ 0 (라) $a=b$
④ (가) $\sqrt{ab}$ (나) $a+b$ (다) ≥ 0 (라) $a=b$
⑤ (가) $2\sqrt{ab}$ (나) $\frac{a+b}{2}$ (다) ≤ 0 (라) $a=0, b=0$

해설

$\frac{a+b}{2} - \sqrt{ab}$
$= \frac{a+b-2\sqrt{ab}}{2}$
$= \frac{(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 - 2\sqrt{a}\sqrt{b}}{2}$
$= \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2}{2} \geq 0$
$\therefore \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$
한편, 등호는 $a=b$일 때 성립한다.

15. $a > 0$, $b > 0$, $a + b = 4$ 일 때, ab 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$a > 0$, $b > 0$ 일 때,
$a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 이므로
$a + b = 4 \geq 2\sqrt{ab}$, $0 \leq ab \leq 4$
따라서 ab 의 최댓값은 4

16. 빗변의 길이가 5인 직각삼각형 중에서 넓이가 최대가 되는 삼각형의 넓이와 그 때 삼각형의 둘레의 길이를 더하면?

① $\frac{25}{4}$ ② $5+5\sqrt{2}$ ③ 25
④ $\frac{25}{4}+\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{45}{4}+5\sqrt{2}$

해설

밑변과 높이를 각각 a, b라 하면
$a^2+b^2=25$이고
$a^2+b^2 \geq 2ab$에서 $25 \geq 2ab$
$\therefore \frac{1}{2}ab \leq \frac{25}{4}$이므로
삼각형의 넓이의 최댓값은 $\frac{25}{4}$이고
$a=b=\frac{5\sqrt{2}}{2}$일 때
둘레의 길이는 $5+5\sqrt{2}$

17. 다음 중 정의역이 $\{0, 1, 2\}$인 함수 f의 그래프가 될 수 있는 것은?

① $\{(0,1),(1,2)\}$　② $\{(0,1),(1,1),(2,1)\}$

③ $\{(1,2),(1,0),(2,2)\}$　④ $\{(0,1),(0,2),(2,0)\}$

⑤ $\{(2,1),(2,2),(2,3)\}$

해설

$f(0)=a,\ f(1)=b,\ f(2)=c$라 하면,
함수 f의 그래프는
$(0,a),(1,b),(2,c)$의 꼴이어야 한다.

18. 2 이상의 자연수의 집합 A에서 A로 다음과 같이 정의된 함수 f가 있다.

$f(p) = p$ (p가 소수)

$f(rs) = f(r) + f(s) (r, s \in A)$

이 때, $f(2400)$의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$$\begin{aligned} f(2400) &= f(2^5 \cdot 3 \cdot 5^2) = f(2^5) + f(3) + f(5^2) \\ &= 5f(2) + f(3) + 2f(5) \\ &= 5 \cdot 2 + 3 + 2 \cdot 5 = 23 \end{aligned}$$

19. 함수 f가 모든 실수 $x,\ y$에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)$를 만족할 때, $f(0)$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$f(x+y)=f(x)+f(y)$ 에서
$x=0,\ y=0$ 을 대입하면
$f(0+0)=f(0)+f(0),\ f(0)=2f(0)$
$\therefore\ f(0)=0$

20. 집합 $X = \{-1,\ 1,\ 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = -x + k$ 가 일대일 대응일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

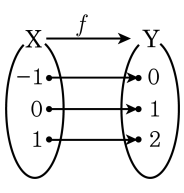
해설

$f(-1) = 1 + k$
$f(1) = -1 + k$
$f(3) = -3 + k$
이때, 함수 f 가 일대일 대응이므로 공역과 치역이 일치한다.
$\therefore X = \{1 + k,\ -1 + k,\ -3 + k\}$
그런데 $-3 + k < -1 + k < 1 + k$ 이므로
$X = \{-1,\ 1,\ 3\}$ 에서
$-3 + k = -1,\ -1 + k = 1,\ 1 + k = 3$
$\therefore k = 2$

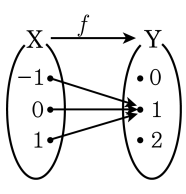
21. 다음 보기의 함수가 어떤 함수인지 말한 것 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

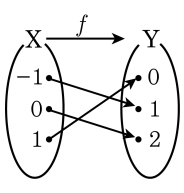
㉠



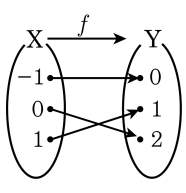
㉡



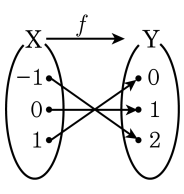
㉢



㉣



㉤



① ㉠ 항등함수
② ㉡ 상수함수
③ ㉢ 일대일 대응
④ ㉣ 상수함수
⑤ ㉤ 일대일 대응

해설

일대일 대응 : ㉠, ㉢ , ㉣
상수함수 : ㉡

22. 두 함수 $f(x) = x + k$, $g(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 성립하도록 상수 k 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$f \circ g = g \circ f$ 에서 $x^2 + 1 + k = x^2 + 2kx + k^2 + 1$
즉 $2kx + k^2 - k = 0$
모든 x 에 대하여 성립하므로 $k = 0$

23. $f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=\frac{x-3}{x+3}$ 를 만족할 때, $f(-3)=\frac{a}{b}$ 이다. 이 때, $a+b$의 값은? (단, $a<b$, a와 b는 서로소인 정수)

① -2 ② 2 ③ 6 ④ 12 ⑤ 15

해설

$f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=\frac{x-3}{x+3}$ 에서

$\frac{x-1}{x+1}=-3$ 이라고 하면 $x-1=-3(x+1)$

$4x=-2 \quad \therefore\ x=-\frac{1}{2}$

$f(-3)=\frac{-\frac{1}{2}-3}{-\frac{1}{2}+3}=-\frac{7}{5}$

$a=-7,\ b=5 \quad \therefore\ a+b=-2$

24. $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$ 이고 $f_2 = f \circ f$, $f_3 = f \circ f \circ f$, $\cdots f_n = f_{n-1} \circ f$ 라고 정의할 때, $f_{2000}(-1)$ 의 값은?

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$f(x) = 1 - \frac{1}{x}$$

$$f_2(x) = 1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = 1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}$$

$$= 1 - \frac{x}{x-1} = \frac{-1}{x-1}$$

$$f_3(x) = (f_2 \circ f)(x) = \frac{-1}{1 - \frac{1}{x} - 1} = x \text{ 즉 } f_3 = I \text{ (항등함수)}$$

이므로

$$f_{2000}(-1) = f_{3\times666+2}(-1) = f_2(-1) = \frac{-1}{-1-1} = \frac{1}{2}$$

25. 다음 중 임의의 실수 a 에 대하여 $y=|x-a|+a-1$ 의 그래프와 항상 만나지 않는 직선의 방정식을 구하면?

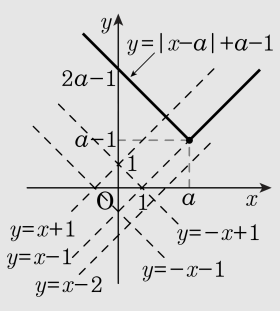
① $y=x+1$ ② $y=x-1$ ③ $y=x-2$

④ $y=-x-1$ ⑤ $y=-x+1$

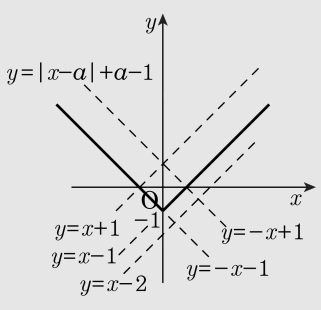
해설

a 의 부호에 따라 그래프의 위치가 달라진다.

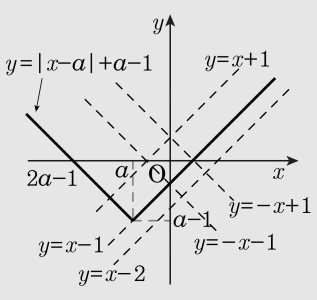
i) $a>0$ 일 때,
$y=|x-a|+a-1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서, $y=|x-a|+a-1$ 은 $y=x+1$,
$y=x-1$ 과 만나며 $a\le 1$ 일 때
$y=-x+1$ 도 만난다.



ii) $a=0$ 일 때,
$y=|x-a|+a-1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 $y=|x-a|+a-1$ 과
만나지 않는 그래프는 $y=x-2$ 밖에 없다.



iii) $a<0$ 일 때,
$y=|x-a|+a-1$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
따라서 $y=|x-a|+a-1$ 과 만나지 않는
그래프는 $y=x-2$ 밖에 없다.



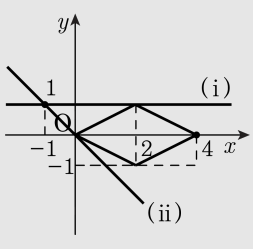
i), ii), iii) 에서 $y=|x-a|+a-1$ 의
그래프와 항상 만나지 않는 직선은 $y=x-2$ 이다.

26. $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프와 직선 $y=mx+m+1$ 이 만나도록 하는 m 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

함수 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는
$|x|+2|y|=2$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이다.
이때, $|x|+2|y|=2$ 의 그래프는
$x+2y=2$ 의 그래프에서
$x\geq 0$, $y\geq 0$ 인 부분을
각각 x 축, y 축, 원점에 대하여 대칭이동한 것이고, 이를 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $|x-2|+2|y|=2$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



직선 $y=mx+m+1$ 은 m 의 값에 관계없이 점 $(-1,\ 1)$ 을 지나므로 두 그래프가 만나려면
(i) $m\leq 0$
(ii) $y=mx+m+1$ 이 원점을 지날 때
$0=m+1$ 에서 $m=-1$ 이므로 $m\geq -1$
(i), (ii) 에서 m 의 값의 범위는 $-1\leq m\leq 0$
따라서 m 의 최댓값과 최솟값의 합은 -1 이다.

27. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 18의 배수$\}$, $B = \{x \mid x$는 a의 배수$\}$ 의 관계가 다음의 벤 다이어그램과 같을 때, a 의 값으로 들어 갈 수 없는 것은?

① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

$A \subset B$ 이므로 a 는 18 의 약수
$\therefore a = 1, 2, 3, 6, 9, 18$

28. 두 집합 $A = \{3,\ 7,\ y\}$, $B = \{5,\ y+2,\ x\}$에 대하여 $A \subset B$이고 $B \subset A$일 때, $y - x$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$A \subset B$이고 $B \subset A$는 $A = B$이다. 집합 A, B의 모든 원소가 같아야 하므로 $y = 5$이고, 다시 집합 B를 원소나열법으로 나타내면 $B = \{5,\ 7,\ x\}$이고 $x = 3$이다.
따라서 $y - x = 5 - 3 = 2$이다.

29. 공집합이 아닌 두 집합 A, B 에 대하여 $A \times B = \{(x,\ y) \mid x \in A,\ y \in B\}$ 라고 정의하자. 집합 $A = \{2,\ 3,\ 5,\ 6\}$, $B = \{1,\ 5\}$, $C = \{2,\ 3,\ 4\}$ 일 때, $n((A \times B) \cap (A \times C))$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

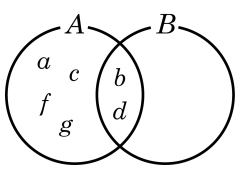
$A \times B = \{(2,\ 1),\ (2,\ 5),\ (3,\ 1),\ (3,\ 5),\ (5,\ 1),\ (5,\ 5),\ (6,\ 1),\ (6,\ 5)\}$

$A \times C = \{(2,\ 2),\ (2,\ 3),\ (2,\ 4),\ (3,\ 2),\ (3,\ 3),\ (3,\ 4),\ (5,\ 2),\ (5,\ 3),\ (5,\ 4),\ (6,\ 2),\ (6,\ 3),\ (6,\ 4)\}$

$\therefore\ (A \times B) \cap (A \times C) = \varnothing$

따라서 $n((A \times B) \cap (A \times C)) = 0$

30. 다음 벤 다이어그램에서 $A = \{a, b, c, d, f, g\}$, $A \cap B = \{b, d\}$ 가 성립할 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 있는 것은?



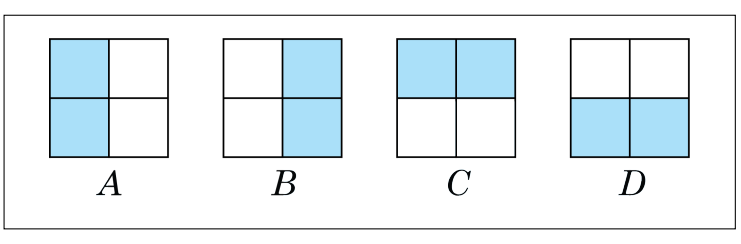
① $\{a, b, c, d, e, f\}$ ② $\{a, b, d, e, g\}$ ③ $\{b, d, e\}$

④ $\{a, c, d, e, g\}$ ⑤ $\{a, c, e, g\}$

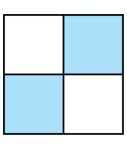
해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{b, d\}$ 을 포함하여야 한다.
그러나 A 집합에만 존재하는 원소 a, c, f, g 는 들어갈 수 없다.
① a, c, f 가 포함되어서 옳지 않다.
② a, g 가 포함되어서 옳지 않다.
④ a, c, g 가 포함되어서 옳지 않다.
⑤ a, c, g 가 포함되어서 옳지 않다.

31. 다음 그림은 각각의 집합을 도형으로 나타낸 것이다.



다음 그림을 위의 집합 A, B, C, D 와 연산 기호를 사용하여 옳게 나타낸 것은?



① $(A-B)\cup(B-A)$ ② $(A\cup B)-(B\cap C)$

③ $(B-C)\cup(C-B)$ ④ $(A\cup C)-(A\cap C)$

⑤ $(B-C)\cup(C-B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ④ $(A\cup C)-(A\cap C)$ 이다.

32. 두 조건 $p : |x-k| \le 1$, $q : -7 \le x \le 3$에서 명제 $p \to q$가 참일 때, k의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

① -12 ② -4 ③ 8 ④ 4 ⑤ 12

해설

$p : |x-k| \le 1$에서 $-1 \le x-k \le 1$

$\therefore k-1 \le x \le k+1 \cdots$ ㉠

$p \to q$가 참이면 ㉠이 $q : -7 \le x \le 3$에 포함되어야 한다.

수직선에 나타내면

$k-1 \ge -7 \therefore k \ge -6$

$k+1 \le 3 \therefore k \le 2$

따라서 k의 최솟값은 -6, k의 최댓값은 2 이다.

$\therefore -6+2=-4$

33. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 6 (x \geq 2)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점 사이의 거리를 구했을 때, 옳은 것은 무엇인가?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 2 ⑤ $\sqrt{5}$

해설

$y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점은
$y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다.
$x^2 - 4x + 6 = x$ 에서
$x^2 - 5x + 6 = 0, (x-2)(x-3) = 0$
$\therefore x = 2$ 또는 $x = 3$
따라서 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 그래프의
두 교점은 $(2,2), (3,3)$ 이고,
이 두 교점 사이의 거리는
$\sqrt{(3-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{2}$

해설

$x^2 - 4x + 6 = x$,
즉 $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면
이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여
$\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 6$
따라서 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의
그래프의 두 교점은 $(\alpha, \alpha), (\beta, \beta)$ 사이의 거리는
$\sqrt{(\alpha-\beta)^2 + (\alpha-\beta)^2} = \sqrt{2}\sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta}$
$= \sqrt{2}\sqrt{5^2 - 4 \cdot 6} = \sqrt{2}$