

1. 다음 중 옳은 것은?

① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $C \subset A$ 이다.

② $A \subset B, A \subset C$ 이면 $B \subset C$ 이다.

③ $A \subset B, B \subset A$ 이라도 $A = B$ 가 아닐 수 있다.

④ $\{\emptyset\}$ 은 $\{0, \emptyset\}$ 의 부분집합이다.

⑤ $\{1\}$ 은 $\{3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합이다.

해설

① $A \subset B, B \subset C$ 이면 $A \subset C$ 이다.

② $A \subset B, A \subset C$ 일 때, B, C 의 포함 관계는 알 수 없다.

③ $A \subset B, B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $\{1\}$ 은 $\{3, \{1, 3\}\}$ 의 부분집합이 아니다.

2. 명제 'x가 4의 배수가 아니면 x는 2의 배수가 아니다.'는 거짓이다.
다음 중에서 반례인 것은?

① $x = 1$

② $x = 12$

③ $x = 10$

④ $x = 8$

⑤ $x = 4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다.
즉, $x = 10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로
적당하다.

3. 다음 중 명제의 대우가 참인 것은?

① x 가 유리수이면 x^2 은 유리수이다.

② 두 직사각형의 넓이가 같으면 두 직사각형은 합동이다.

③ $x^2 = y^2$ 이면 $x = y$ 이다.

④ 닮음인 두 삼각형은 합동이다.

⑤ x 또는 y 가 무리수이면 $x + y$ 가 무리수이다.

해설

명제의 대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

4. 다음 중 p 가 q 이기 위한 필요충분조건인 것은?(a, x, y, z 는 모두 실수)

① $p : a < b, \quad q : |a| < |b|$

② $p : 2x + 3 = 5, \quad q : x^2 - 2x + 1 = 0$

③ $p : a > 3, \quad q : a^2 > 9$

④ $p : x > 0$ 이고 $y > 0, \quad q : x + y > 0$

⑤ $p : xy = yz, \quad q : x = z$

해설

주어진 명제도 참이고 역도 참인 것을 고른다.

① 주어진 명제, 역 모두 거짓이다.

② p, q 를 만족하는 값이 모두 $x = 1$ 이므로 필요충분조건이다.

③, ④ 주어진 명제만 참이고 역은 성립하지 않는다. $\therefore p$ 는 q 이기 위한 충분조건이다.

⑤ 주어진 명제는 거짓이고 역은 참이다.

$\therefore p$ 는 q 이기 위한 필요조건이다.

5. $\frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{x}{x-1}$

② $\frac{x}{x-2}$

③ $\frac{x-1}{x-2}$

④ $\frac{x^2}{x-1}$

⑤ $\frac{x^2}{x-2}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{x+1+\frac{1}{x-1}}{x-1-\frac{1}{x-1}} &= \frac{(x+1)(x-1)+1}{\frac{(x-1)^2-1}{x-1}} \\ &= \frac{(x+1)(x-1)+1}{(x-1)^2-1} \\ &= \frac{x^2}{x^2-2x} = \frac{x^2}{x(x-2)} \\ &= \frac{x}{x-2} \end{aligned}$$

6. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.

② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.

③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.

④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.

⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

7. 유리함수 $y = \frac{ax-b}{x-2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동하면 $y = \frac{3x-1}{x+c}$ 의 그래프와 일치한다. 이 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 8

해설

$$\begin{aligned}y &= \frac{ax-b}{x-2} \Rightarrow y-2 = \frac{a(x+3)-6}{(x+3)-2} \\ \Rightarrow y &= \frac{ax+3a-b+2(x+1)}{x+1} \\ &= \frac{(a+2)x+3a-b+2}{x+1} \\ \therefore c &= 1, a=1, b=6 \\ \Rightarrow a+b+c &= 8\end{aligned}$$

8. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2}$ 일 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$(f^{-1})^{-1} = f \text{ 이므로 } f^{-1}(x) = \frac{4x-3}{-x+2} \text{ 의}$$

역함수를 구하면

$$f(x) = \frac{2x+3}{x+4} = \frac{ax+b}{x+c}$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 4$$

$$\therefore 2 + 3 + 4 = 9$$

9. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $(\frac{5}{3}, 0)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14} - 2$$

따라서, 점 $(\frac{5}{3}, \sqrt{14} - 2)$ 를 지난다.

② $9 + 3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은

$\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x} - 2 = \sqrt{3(x+3)} - 2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

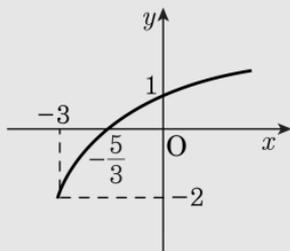
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

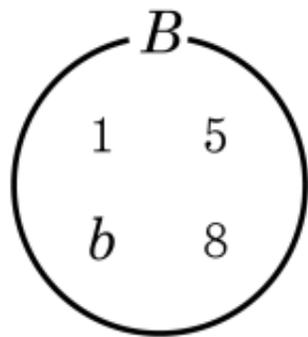
⑤ $y = \sqrt{9+3x} - 2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



10. 두 집합 $A = \{1, 5, 8, a\}$, B 에 대하여 $A = B$ 일 때,
 $a - b$ 의 값은?



① 0

② 1

③ 2

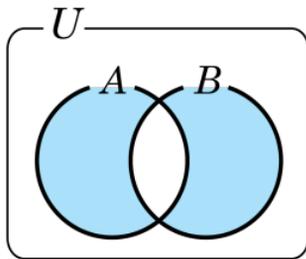
④ 3

⑤ 4

해설

$$a = b, a - b = 0$$

11. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?(정답 2개)



① $(A - B) \cap (B - A)$

② $(A - B) \cup (B \cap A^c)$

③ $(A \cap B^c) \cap (A^c \cap B)$

④ $U - (A \cap B)$

⑤ $(A \cup B) - (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ② $(A - B) \cup (B \cap A^c)$,
⑤ $(A \cup B) - (A \cap B)$
이다.

12. $x^2 - ax - b \neq 0$ 은 $x - 1 \neq 0$ 이기 위한 충분조건일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

‘ $x^2 - ax - b \neq 0$ 이면 $x - 1 \neq 0$ 이다’가 참이어야 하므로 그 대우명제 ‘ $x - 1 = 0$ 이면 $x^2 - ax - b = 0$ 이다.’도 참이어야 한다.

$$1^2 - a \cdot 1 - b = 0$$

$$\therefore a + b = 1$$

13. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5, 6, 7\}$ 가 있다. A 에서 B 로의 일대일 함수 f 중 $f(1) = 4$ 를 만족하는 f 의 개수를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$f(1) = 4$ 이므로 $\{2, 3\}$ 에서
 $\{5, 6, 7\}$ 로 가는 일대일 함수의 개수와 같다.

$$\therefore 3 \times 2 = 6$$

14. 두 함수 $f(x) = x + a$, $g(x) = x^2 - 1$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립하도록 실수 a 의 값을 정하면?

① 0

② -1

③ -2

④ 1

⑤ 4

해설

$g \circ f = f \circ g$ 에서

$$(x + a)^2 - 1 = x^2 - 1 + a,$$

$$x^2 + 2ax + a^2 - 1 = x^2 - 1 + a$$

$$\text{즉 } 2ax + a^2 - a = 0$$

모든 실수 x 에 대해 성립하려면 $a = 0$

15. $f(x) = 2x + 3$ 일 때, $g(x)$ 가 $(g \circ f)^{-1}(x) = 2x$ 를 만족시킨다고 한다.
이때 $g(1)$ 의 값은?

① $-\frac{1}{3}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$(g \circ f)^{-1}(x) = 2x \text{ 이므로 } (g \circ f)(x) = \frac{1}{2}x$$

$$\text{따라서 } g(f(x)) = \frac{1}{2}x$$

$$f(x) = 2x + 3 = 1 \text{ 에서 } x = -1 \text{ 이므로}$$

$$\therefore g(f(-1)) = g(1) = -\frac{1}{2}$$

16. 유리식 $\frac{3c}{a+2b} = \frac{a}{2b+3c} = \frac{2b}{3c+a}$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② 2

③ -1

④ -1, $\frac{1}{2}$

⑤ -1, 2

해설

$$\frac{3c}{a+2b} = \frac{a}{2b+3c} = \frac{2b}{3c+a} = k$$

$$\begin{cases} (a+2b)k = 3c \cdots ① \\ (2b+3c)k = a \cdots ② \\ (3c+a)k = 2b \cdots ③ \end{cases}$$

$$① + ② + ③ : 2(a+2b+3c)k = (a+2b+3c)$$

i) $(a+2b+3c) \neq 0, 2k = 1$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

ii) $(a+2b+3c) = 0$

$$a+2b = -3c \rightarrow ① \text{ 식에 대입}$$

$$-3c \cdot k = 3c$$

$$\therefore k = -1$$

$$\therefore k = -1, \frac{1}{2}$$

17. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 개이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$

㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$

㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}$, $\{1, 3\}$, $\{2, 3\}$ 의 3 개

$\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

19. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, n\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수가 32 개일 때, 자연수 n 의 값은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

집합 A 의 원소의 개수가 n 개이므로 원소 1, 3, 5를 반드시 포함하는 부분집합의 개수는 2^{n-3} 개이다.

$$2^{n-3} = 32, 2^{n-3} = 2^5$$

$$n - 3 = 5 \text{ 이므로 } n = 8$$

20. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset, A \subset B$ 를 만족하는 두 집합 A, B 의 순서쌍 (A, B) 의 개수는?

- ① 50개 ② 55개 ③ 60개 ④ 65개 ⑤ 70개

해설

원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합 개수는 2^n 이다.

i) $n(A) = 1$ 일 때

$A \subset B$ 이므로 $n(B) = 3$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$$2^3 \times 4 = 32$$

($\because n(A) = 1$ 의 경우는 4가지이다)

ii) $n(A) = 2$ 일 때

$n(B) = 2$ 의 부분집합의 개수 $2^2 \times 6 = 24$

($\because n(A) = 2$ 의 경우는 6가지이다)

iii) $n(A) = 3$ 일 때

$n(B) = 1$ 의 부분집합의 개수 $2^1 \times 4 = 8$

($\because n(A) = 3$ 의 경우는 4가지이다)

iv) $n(A) = 4$ 일 때

$\{1, 2, 3, 4\}$ 의 1가지가 존재한다.

$$\therefore 32 + 24 + 8 + 1 = 65(\text{개})$$

21. 60 명의 학생이 세 클럽 중 적어도 한 클럽에 속해 있다. 그 학생의 집합을 각각 A , B , C 라 할 때. $n(A) = 42$, $n(B) = 36$, $n(C) = 27$, $n(A \cap B \cap C) = 10$, $n(A \cap B) = 26$ 일 때, C 에만 속하는 학생수를 구하여라.

▶ 답: 명

▷ 정답: 8명

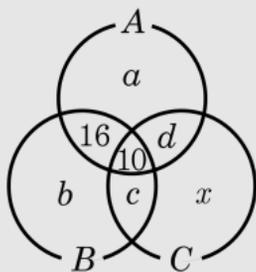
해설

다음 벤다이어그램에서 구하는 학생수는 x 이다.

$$n(A \cup B \cup C) = 60 \text{ 이므로 } a + b + c + d + x = 34 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$a + d = 16, b + c = 10 \text{ 이므로 } a + b + c + d = 26 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} - \textcircled{\text{㉡}} : x = 8$$



22. 대학 입학시험에서 수험자의 남녀비는 5 : 3, 합격자의 남녀비는 4 : 3, 불합격자의 남녀비는 2 : 1이다. 남자의 합격률을 a , 여자의 합격률을 b , 전체의 합격률을 c 라 할 때, abc 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{30}$

② $\frac{4}{45}$

③ $\frac{5}{62}$

④ $\frac{6}{73}$

⑤ $\frac{7}{80}$

해설

	수험자	합격자	불합격자
남	$5k$	$4l$	$2m$
여	$3k$	$3l$	m

$$5k = 4l + 2m \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3k = 3l + m \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉡} \times 2 - \textcircled{㉠} \text{에서 } k = 2l \quad \therefore \frac{l}{k} = \frac{1}{2}$$

$$\text{남자합격률} = \frac{4l}{5k} = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{2}{5}$$

$$\text{여자합격률} = \frac{3l}{3k} = \frac{l}{k} = \frac{1}{2}$$

$$\text{전체합격률} = \frac{4l + 3l}{5k + 3k} = \frac{7l}{8k} = \frac{7}{16}$$

$$\therefore abc = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} \times \frac{7}{16} = \frac{7}{80}$$