

1. $X = \{-1, 0, 1\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 이라 한다. X 의 임의의 원소 x 에 대하여 다음과 같은 X 에서 Y 로의 대응을 생각할 때, 이 중 X 에서 Y 로의 함수인 것은?

① $x \rightarrow x + 3$

② $x \rightarrow x^2 - 1$

③ $\begin{cases} x \geq 0 \text{ 일 때 } x \rightarrow 1 \\ x < 0 \text{ 일 때 } x \rightarrow 0 \end{cases}$

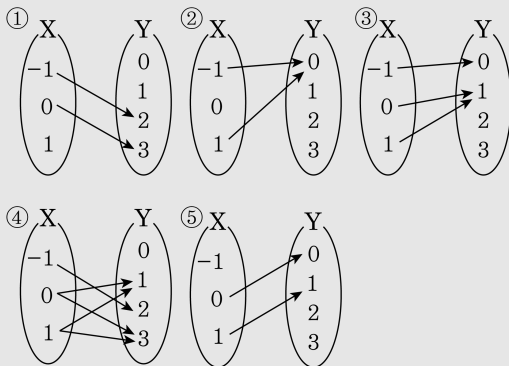
④ $\begin{cases} x \geq 0 \text{ 일 때 } x \rightarrow \text{홀수} \\ x < 0 \text{ 일 때 } x \rightarrow 2 \end{cases}$

⑤ $x \rightarrow x^3$

해설

X 에서 Y 로의 함수가 되려면 X 의 원소가 빠짐없이 Y 의 원소 하나에 대응해야 한다.

순서대로 대응도를 만들어 보면 다음과 같다.



①, ②, ⑤는 Y 의 원소에 대응하지 않는 X 의 원소가 존재하므로 함수가 될 수 없고 ④는 X 의 원소 하나가 Y 의 원소 두 개에 대응하는 경우가 생기므로 역시 함수가 될 수 없다.

2. $f : X \rightarrow Y$, $x \rightarrow f(x)$ 라 한다. X 의 임의의 두 원소를 a, b 라 할 때, 다음 중에서 f 가 일대일 함수일 조건은?

① $a = b$ 이면 $f(a) = f(b)$

② $f(a) = f(b)$ 이면 $a = b$

③ $f(a) \neq f(b)$ 이면 $a \neq b$

④ $a \neq b$ 이면 $f(a) = f(b)$

⑤ $a = b$ 이면 $f(a) \neq f(b)$

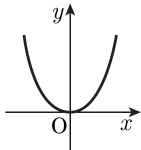
해설

일대일함수의 정의

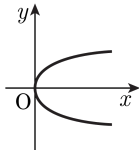
「 $a \neq b$ 이면, $f(a) \neq f(b)$ 」의 대우

3. 다음 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프로서 적당한 것은 무엇인가?

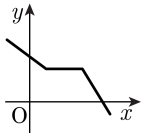
①



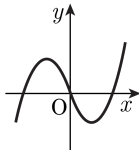
②



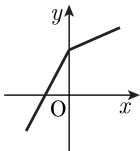
③



④



⑤



해설

주어진 그래프 중 일대일대응인 것을 찾으면 ⑤이다.

4. 분수식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2}{x(x+1)}$

② $\frac{1}{x(x+2)}$

③ $\frac{1}{x(x+1)}$

④ $\frac{2}{x(x+2)}$

⑤ $\frac{3}{x(x+2)}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{x(x+1)} &= \frac{1}{(x+1)-x} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&\frac{1}{(x+1)(x+2)} \\ &= \frac{1}{(x+2)-(x+1)} \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{2}{x(x+2)}\end{aligned}$$

5. 분수식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $1 - a$

③ $1 - a^2$

④ $1 + a^2$

⑤ $1 + a$

해설

$$\begin{aligned}\text{준식} &= \frac{1}{1 - \frac{a}{a-1}} \times \frac{1}{1 - \frac{a}{a+1}} \\ &= \frac{a-1}{a-1-a} \times \frac{a+1}{a+1-a} \\ &= \frac{a-1}{-1} \times \frac{a+1}{1} = 1 - a^2\end{aligned}$$

6. 함수 $y = \frac{1-2x}{x-2}$ 의 그래프는 $y = \frac{k}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼, y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 시킨 것이다. 여기서 $k+a+b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$$y = \frac{-2x+1}{x-2} = \frac{-2(x-2)-3}{x-2} = \frac{-3}{x-2} - 2$$

따라서 주어진 함수의 그래프는 $y = \frac{-3}{x}$ 의

그래프를 x 축의 방향으로 2만큼,

y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동 시킨 것이므로

$$k = -3, a = 2, b = -2$$

$$\therefore k + a + b = -3 + 2 - 2 = -3$$

7. $y = \sqrt{4x - 12} + 5$ 의 그래프는 함수 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를 x 축으로 α , y 축으로 β 만큼 평행이동한 것이다. $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$y = 2\sqrt{x-3} + 5$ 이므로,
이것은 $y = 2\sqrt{x}$ 의 그래프를
 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 5만큼
평행이동한 그래프의 함수이다.
즉, $\alpha = 3$, $\beta = 5$
 $\therefore \alpha + \beta = 8$

8. 세 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$, $B = \{\emptyset, 1, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}\}$, $C = \{0, \emptyset, \{0, \emptyset\}\}$ 일 때, $n(A) + n(B) - n(C)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ 이므로 $n(A) = 4$ 이고, $n(B) = 4$, $n(C) = 3$ 이므로 $n(A) + n(B) - n(C) = 5$ 이다.

9. 명제 ‘모든 학생들은 수학을 좋아한다.’의 부정으로 옳은 것은?

① 모든 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.

② 모든 학생들은 영어를 좋아한다.

③ 어떤 학생들은 수학을 좋아한다.

④ 어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.

⑤ 어떤 학생들은 영어를 좋아한다.

해설

‘모든’의 부정은 ‘어떤’이므로 주어진 명제의 부정은 ‘어떤 학생들은 수학을 좋아하지 않는다.’이다.

10. 다음 중 명제 ' x, y 가 유리수이면 xy 는 유리수이다.'의 이가 거짓임을 밝히기 위한 반례로 옳은 것은?

① $x = 0, y = 2$

② $x = 1, y = 2$

③ $x = 0, y = \sqrt{2}$

④ $x = 1, y = \sqrt{2}$

⑤ $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{3}$

해설

' x, y 가 유리수이면 xy 는 유리수이다.'의 이는 ' x 또는 y 가 유리수가 아니면 xy 는 유리수가 아니다.' 여기에서 가정을 성립시키면서 결론을 성립시키지 않는 것을 찾으면 된다.

즉, ③ $x = 0, y = \sqrt{2}$ 가 반례로 적당하다.

11. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

① $x + y = xy$ 이면 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1$ 이다.

② $a \neq 0$ 일 때, $ax > b$ 이면 $x > \frac{b}{a}$ 이다.

③ $a > b > 0, c > d > 0$ 이면 $ac > bd, \frac{a}{c} > \frac{b}{d}$ 이다.

④ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같은 사각형은
평행사변형이다.

⑤ 정삼각형에서 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분한다.

해설

① $xy = 0$ 이면 성립하지 않으므로 명제가 거짓이다.

② $a \leq 0$ 이면 성립하지 않으므로 명제가 거짓이다.

③ $4 > 3 > 0, 5 > 3 > 0$ 이면 $\frac{4}{5} < \frac{3}{3}$ 이므로 명제가 거짓이다.

⑤ 꼭지각의 이등분선이 밑변을 수직이등분하면 이등변삼각형
이므로 명제는 참이지만 역은 거짓이다.

12. 다음 보기의 함수 중에서 일대일 대응인 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $f(x) = -x^2 + 1$

㉡ $g(x) = -x + 1$

㉢ $h(x) = x^3$

㉣ $i(x) = 2$

㉤ $j(x) = |2x - 1| \quad (x \geq 1)$

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

일대일 대응이란 정의역이 x 에 치역 y 가
하나씩 대응 될 때를 말한다.

㉠, ㉣ 일대일 대응이 아니다.

㉡ 함수가 아니다.

따라서 일대일 대응인 것은 ㉡, ㉢, ㉤ 3개이다.

13. 두 함수의 그래프 $y = x - 1, y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 교점 (p, q) 에 대해 대칭인 유리함수 $y = \frac{cx + d}{ax + b}$ 가 원점을 지난다고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$y = x - 1$ 과 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 의 교점은

$$x - 1 = -\frac{1}{2}x + 2, \quad 2x - 2 = -x + 4$$

$$\therefore x = 2, y = 1 \quad \therefore (p, q) = (2, 1)$$

이 때, $(2, 1)$ 에 대해 대칭인 유리함수는

$y = \frac{k}{x - 2} + 1$ 이고 원점을 지나므로

$$0 = \frac{k}{-2} + 1$$

$$\therefore k = 2$$

$$y = \frac{2}{x - 2} + 1 = \frac{2 + x - 2}{x - 2} = \frac{x}{x - 2}$$

$$= \frac{cx + d}{ax + b}$$

$$\therefore a = 1, b = -2, c = 1, d = 0$$

$$\therefore a + b + c + d = 0$$

14. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$$

$$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 = 4, 2 \times 4 = 8, \\ 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12 \text{ 이므로}$$

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$$

$$\therefore n(A \times B) = 7$$

15. 집합 $A = \{x \mid 7 < x < 15, x \text{는 자연수}\}$ 에 대해서, 원소 8 또는 9를 포함하는 부분집합의 개수를 구하시오.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 96 개

해설

$$A = \{8, 9, 10, 11, 12, 13, 14\}$$

원소 8 을 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{7-1} = 64 \text{ (개)}$$

원소 9 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{7-1} = 64 \text{ (개)}$$

원소 8, 9 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$2^{7-2} = 32 \text{ (개)}$$

원소 8 또는 9 를 포함하는 부분집합의 개수 :

$$64 + 64 - 32 = 96 \text{ (개)}$$

16. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

㉠ $A = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = 3$

㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 0$

㉢ $A \subset B$ 이면 $n(A) \leq n(B)$

㉣ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$

㉤ $n(\{1, 2, 3, 4\}) - n(\{1, 2, 3\}) = \{4\}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉡ $C = \{0\}$ 이면 $n(C) = 1$

㉣ A 와 B 집합의 원소 개수가 같아도 원소는 다를 수 있다.

㉤ $4 - 3 = 1$

17. 우리 반 학생 40 명 중에서 영어 학원을 다니는 학생은 25 명, 수학 학원을 다니는 학생은 21 명이라면, 두 과목 모두 학원을 다니는 사람의 최솟값과 최댓값의 합을 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 27 명

해설

문제에서 $A \cup B$ 이 주어지고 있다. 우리 반 학생 40 명이 $A \cup B$ 이다.

영어 학원을 다니는 학생을 집합 A 라고 하고, 수학 학원을 다니는 학생은 집합 B 라고 한다.

영어, 수학 학원을 모두 다니는 학생은 $A \cap B$ 가 된다.

$A \cap B$ 의 최솟값과 최댓값을 구해 보자.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$40 = 25 + 21 - x$$

x 의 최솟값은 6 이다.

최댓값은 수학 학원을 다니는 학생이 영어 학원을 다니는 학생에 포함될 때 성립한다.

그러므로 x 의 최댓값은 21(명)이다.

최솟값과 최댓값의 합은 27(명)이다.

18. 전체집합 $U = \{3 \times x + 1 | x < 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 A, B 가 있다.

$A^c \cap B^c = \{28\}$, $(A \cup B) - (A \cap B) = \{4, 10, 19, 25\}$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$U = \{3 \times x + 1 | x < 10, x \text{는 자연수}\} = \{4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, 25, 28\} ,$$

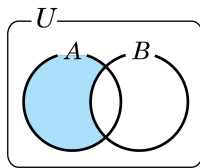
$$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{28\} ,$$

$$(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = \{4, 10, 19, 25\} ,$$

전체집합 U 는 $A - B$, $B - A$, $(A \cup B)^c$, $A \cap B$ 로 이루어지므로,
 $A \cap B = \{7, 13, 16, 22\}$ 이다.

$$\therefore n(A \cap B) = 4$$

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 그림과 같이 벤 다이어그램을 그린 후 원소를 써 넣어 보았더니 색칠한 부분에는 원소가 하나도 없었다. 다음 중 항상 옳은 것은?



① $B \subset A$

② $n(A) < n(B)$

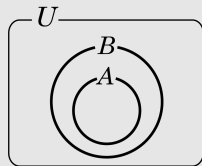
③ $A \cup B = B$

④ $B - A = \emptyset$

⑤ $A^c \subset B^c$

해설

주어진 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 공집합이므로 집합 A 는 집합 B 에 포함된다. 따라서 $A \cup B = B$ 가 항상 성립한다.



20. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 에 대하여 $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 6x - 1$

이다. $f\left(\frac{4-x}{3}\right) = ax + b$ 일 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -36

② -20

③ -4

④ 20

⑤ 36

해설

$f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 6x - 1$ 에서 $\frac{x+1}{2} = t$ 라고 하면 $x = 2t - 1$ 이므로

$$f(t) = 6(2t - 1) - 1 = 12t - 7 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

① 에 t 대신에 $\frac{4-x}{3}$ 를 대입하면

$$f\left(\frac{4-x}{3}\right) = 12\left(\frac{4-x}{3}\right) - 7 = 16 - 4x - 7 = -4x + 9$$

$$\therefore ab = (-4) \cdot 9 = -36$$

21. $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$ 일 때 $f^{1999}(0)$ 의 값은? (단 $f^2(x) = (f \circ f)(x), \dots, f^{n+1}(x) = (f \circ f^n)(x)$)

① $\frac{3}{2}$

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$f(0) = 3,$$

$$f^2(0) = \frac{6-3}{3-1} = \frac{3}{2}, f^3(0) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\therefore f^{3n}(0) = 0$$

$$1999 = 666 \times 3 + 1$$

$$\therefore f^{1999}(0) = f(0) = 3$$

22. 함수 $y = -\frac{2}{x} + 2$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

① 3 개

② 4 개

③ 5 개

④ 6 개

⑤ 7 개

해설

$$-\frac{2}{x} + 2 = 2x + k \text{ 에서 } -2 + 2x = 2x^2 + kx$$

$2x^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 이 이차방정식의 판별식을

D 라 하면 $D = (k-2)^2 - 16 < 0$ 에서

$$k^2 - 4k - 12 < 0, (k+2)(k-6) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 6$$

따라서 이를 만족하는 정수 k 의 값은
 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 7개이다.