1. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

> X : 1 부터 200 까지의 짝수
> Y : 1 부터 200 까지의 홀수
> Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$ ② $x < y = z$ ③ $x = y < z$
④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

2. 다음 네 개의 변수 $a,\ b,\ c,\ d$ 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① $a+1,\ b+1,\ c+1,\ d+1$의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균보다 1 만큼 크다.

② $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3$의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$의 평균보다 3 배만큼 크다.

③ $2a+3,\ 2b+3,\ 2c+3,\ 2d+3$의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차보다 2배만큼 크다.

④ $4a+7,\ 4b+7,\ 4c+7,\ 4d+7$의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차의 4배이다.

⑤ $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$의 표준편차의 9 배이다.

해설

② $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3$ 의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a+3,\ b+3,\ c+3,\ d+3$ 의 평균은 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 평균보다 3 만큼 크다.
⑤ $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$ 의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a,\ 3b,\ 3c,\ 3d$ 의 표준편차는 $a,\ b,\ c,\ d$ 의 표준편차의 3 배이다.

3. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$

② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$

③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$

④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$

⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

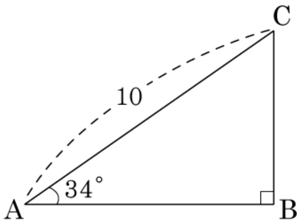
평균 : $\dfrac{2\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times2}{20}=2.9$

편차 : $-1.9,\ -0.9,\ 0.1,\ 1.1,\ 2.1$

분산 : $\dfrac{(-1.9)^2\times2+(-0.9)^2\times5+0.1^2\times8}{20}+\dfrac{1.1^2\times3+2.1^2\times2}{20}=1.19$

표준편차 : $\sqrt{1.19}$

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 삼각비의 표를 보고, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하면?



각도	sin	cos	tan
54°	0.8090	0.5878	1.3764
55°	0.8192	0.5736	1.4281
56°	0.8290	0.5592	1.4826

① 5.592 ② 8.29 ③ 13.882
④ 23.882 ⑤ 29.107

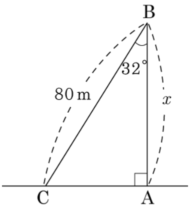
해설

$\overline{AB} = 10 \times \sin 56° = 10 \times 0.829 = 8.29$

$\overline{BC} = 10 \times \cos 56° = 10 \times 0.5592 = 5.592$

따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $10 + 8.29 + 5.592 = 23.882$ 이다.

5. B 지점에 떠 있는 기구는 길이가 80m 인 줄을 연결하여 C 지점에 묶여있다. 기구에서 지면을 수직으로 내려다 본 지점이 A 일 때, $\angle CBA = 32°$ 이다. 기구가 지면에서 떨어진 높이 $\overline{AB}$ 를 버림하여 일의 자리까지 구하여라. (단, $\cos 32° = 0.8480$)



▶ **답 :** ____________ m

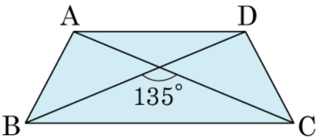
▷ **정답 :** 67 m

해설

$\cos 32° = \dfrac{x}{80} = 80 \times \cos 32°$

$\therefore \; x = 80 \times 0.8480 = 67.840 \fallingdotseq 67\,(\mathrm{m})$

6. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 두 대각선이 이루는 각의 크기가 $135°$이고, 넓이가 $20\sqrt{2}$이다. 대각선의 길이를 x라 할 때, x^2을 구하면?



① 36　　② 48　　③ 60　　④ 80　　⑤ 108

해설

등변사다리꼴의 대각선의 길이가 같으므로

$\overline{AC} = \overline{BD} = x$라 하면

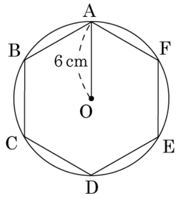
$$\frac{1}{2} \times x \times x \times \sin(180° - 135°) = 20\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{2} \times x \times x \times \sin 45° = 20\sqrt{2}$$

$$x^2 \times \frac{\sqrt{2}}{4} = 20\sqrt{2}$$

$$\therefore\ x^2 = 80$$

7. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6cm 인 원에 내접하는 정육각형의 넓이를 구하면?

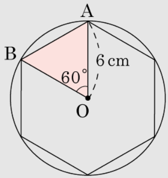


① $54\,\text{cm}^2$　② $54\sqrt{2}\,\text{cm}^2$　③ $54\sqrt{3}\,\text{cm}^2$　④ $55\,\text{cm}^2$　⑤ $55\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

해설

$$\triangle\text{ABO} = \frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 60^\circ = \frac{1}{2}\times 6\times 6\times \frac{\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$

$\therefore$ (정육각형의 넓이) $= 9\sqrt{3}\times 6 = 54\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$



8. 세 수 a, b, c 의 평균이 8 이고 분산이 3 일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$\therefore a+b+c = 24 \cdots$ ㉠

또, a, b, c 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$

$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$

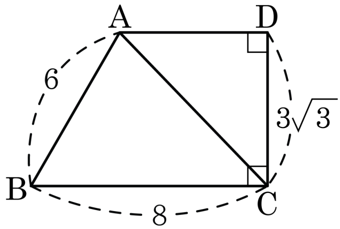
위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$

$a^2 + b^2 + c^2 = 201$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3} = \dfrac{201}{3} = 67$ 이다.

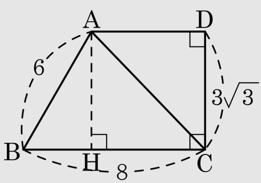
9. 가로의 길이가 8, 세로의 길이가 $3\sqrt{3}$ 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 남은 사각형이 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 H 라 하면,

$\overline{AH} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$

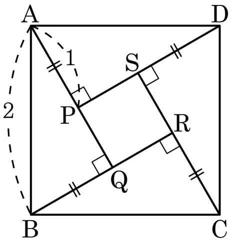
$\triangle ABH$ 에서 $6^2 = \overline{BH}^2 + (3\sqrt{3})^2$

$\therefore \overline{BH} = 3, \overline{CH} = 5$ 이므로

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$

$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{13}$

10. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{BQ} = \overline{CR} = \overline{DS}$ 일 때, 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?



① $\square PQRS = \frac{1}{4}\square ABCD$

② $\overline{AQ} = \sqrt{3}$

③ $\square PQRS = 4 - 2\sqrt{3}$

④ $\triangle ABQ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ $\square PQRS$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{3} - 1$ 인 정사각형이다.

해설

① $\square PQRS = \left(\sqrt{3} - 1\right)^2 = 4 - 2\sqrt{3}$

$\square ABCD = 4$

$\therefore\ \square PQRS \neq \frac{1}{4}\square ABCD$

11. 빗변의 길이가 m^2+n^2 이고, 다른 한 변의 길이가 m^2-n^2 인 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이는? (단, $m>0$, $n>0$)

① $m+n$　　② $2m+n$　　③ $m+2n$

④ $2(m+n)$　　⑤ $2mn$

해설

나머지 한 변의 길이를 X 라 하면

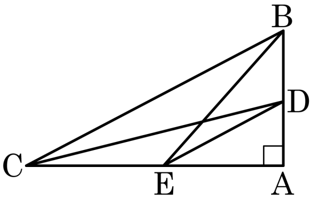
$(m^2+n^2)^2=(m^2-n^2)^2+X^2$

$m^4+2m^2n^2+n^4=m^4-2m^2n^2+n^4+X^2$

$X^2=4m^2n^2=(2mn)^2$

$X>0$, $m>0$, $n>0$ 이므로 $X=2mn$ 이다.

12. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{DE} = 3, \overline{BE} = 4, \overline{CD} = 6$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

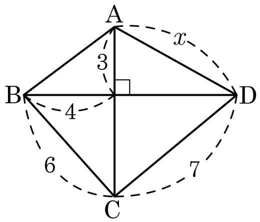
▷ 정답 : $\sqrt{43}$

해설

$\overline{BC}^2 + 3^2 = 4^2 + 6^2$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{43}$

13. 다음 그림에서 두 대각선이 서로 직교할 때, $\overline{\mathrm{AD}}$의 길이를 구하면?



① $\sqrt{23}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{31}$

④ $\sqrt{38}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

피타고라스 정리에 의해

$\overline{\mathrm{AB}} = 5$

$5^2 + 7^2 = x^2 + 6^2$

$25 + 49 = x^2 + 36$

$\therefore x = \sqrt{38}$

14. 어떤 전자제품 회사에서 기존에 가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터만을 생산하다가, 디자인적인 측면을 강화하기 위해 대각선의 길이는 유지하면서 가로와 세로의 비율이 $6 : \sqrt{14}$ 인 모니터를 생산하였다. 새로운 모니터의 가로와 세로의 길이를 각각 $a\sqrt{b}$, $c\sqrt{d}$ 라고 할 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. (단, b, d는 최소의 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

가로가 16 인치이고 가로와 세로의 비율이 4 : 3 인 모니터의 대각선의 길이는 20 인치이다.

새로운 모니터의 가로의 길이를 $6x$, 세로의 길이를 $\sqrt{14}\,x$ 라고 하면

피타고라스 정리에 따라

$(6x)^2 + (\sqrt{14}x)^2 = 20^2$

$50x^2 = 400$

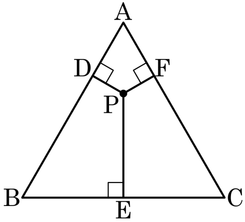
$x > 0$ 이므로 $x = 2\sqrt{2}$

따라서 가로의 길이는 $6 \times 2\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$(인치)

세로의 길이는 $\sqrt{14} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{7}$(인치)

이므로 $a+b+c+d = 25$ 이다.

15. 한 변의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC 의 내부의 한 점 P 에서 세 변에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 할 때, $\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

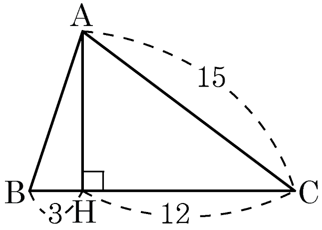
$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle BCP + \triangle APC$

$\frac{\sqrt{3}}{4} \times \sqrt{3}^2 = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PD} + \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \overline{PE} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{PF} =$

$\frac{1}{2} \times \sqrt{3}(\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF})$

$\therefore\ \overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF} = \frac{3}{2}$

16. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에 대하여 $\overline{AB}$ 의 길이는?



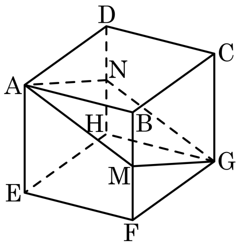
① $7\sqrt{2}$ ② 13 ③ $6\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{10}$ ⑤ 5

해설

$\triangle$AHC 에서 $\overline{AH} = \sqrt{15^2 - 12^2} = \sqrt{81} = 9$

$\triangle$ABH 에서 $\overline{AB} = \sqrt{9^2 + 3^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$

17. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,\text{cm}^2$　② $50\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $100\,\text{cm}^2$　④ $50\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

해설

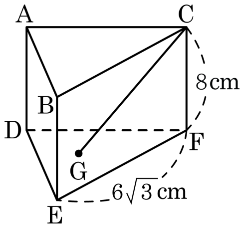
$$(\text{마름모의 넓이}) = (\text{대각선}) \times (\text{대각선}) \times \frac{1}{2}$$

$$\overline{AG} = \sqrt{10^2 + 10^2 + 10^2} = 10\sqrt{3}\ (\text{cm})$$

$$\overline{MN} = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}\ (\text{cm})$$

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6}\ (\text{cm}^2)$ 이다.

18. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 $6\sqrt{3}\,\text{cm}$ 인 정삼각형이고, 높이가 $8\,\text{cm}$ 인 삼각기둥에서 밑면인 $\triangle DEF$ 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{CG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

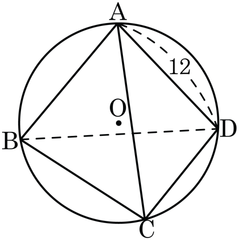
해설

$$\overline{FG} = \frac{2}{3} \times (\triangle DEF\text{의 높이})$$
$$= \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6\sqrt{3}$$
$$= 6\ (\text{cm})$$

$\triangle CGF$ 는 $\angle CFG = 90°$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{CG} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10\ (\text{cm})$$

19. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12 인 정사면체에 외접하는 구를 그린 것이다. 이 구의 반지름의 길이는?



① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12}\times 12^3 = 144\sqrt{2}$

구의 중심 O 에서 점 A, B, C, D 에 선을 그으면, 밑면은 한 변의 길이가 12 인 정삼각형인 사면체 4 개가 된다.

이 사면체의 높이를 h

구의 반지름의 길이를 R이라고 하면

$R^2 = h^2 + (4\sqrt{3})^2$ 에서

$h = \sqrt{R^2 - 48}$ 이므로

그 정사면체들의 부피의 합은

$$\frac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2 \times \sqrt{R^2-48}\times\frac{1}{3}\times 4 = 144\sqrt{2}$$

따라서 $R = 3\sqrt{6}$ 이다.

20. $\tan A = \frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{\sin A + 2\cos A}{\sin A - \cos A}$ 의 값을 구하면?

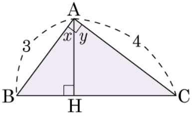
① 5　② 3　③ 1　④ -1　⑤ -5

해설

주어진 식의 분모, 분자를 각각 $\cos A$ 로 나눈 후, $\frac{\sin A}{\cos A} = \tan A$ 로 고치면

$$\frac{\tan A + 2}{\tan A - 1} = \frac{\frac{1}{2} + 2}{\frac{1}{2} - 1} = \frac{5}{2} \times (-2) = -5$$ 이다.

21. 다음 그림에서 $\sin x + \cos y$ 의 값은?



① $\frac{5}{2}$　② $\frac{7}{3}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{5}{6}$　⑤ $\frac{6}{5}$

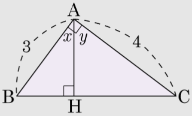
해설

$\overline{BC} = 5$ 이므로 $\overline{AH} \times 5 = 12$

$\therefore \overline{AH} = \frac{12}{5}$

$\therefore \cos y = \frac{\overline{AH}}{4} = \frac{3}{5}$

$$\sin x + \cos y = \sin(90° - y) + \cos y$$
$$= 2\cos y = \frac{6}{5}$$



22. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① $\sin 45° = \cos 45°$

② $\cos 48° > \cos 38°$

③ $\tan 35° < \tan 40°$

④ $\sin 37° < \cos 37°$

⑤ $\sin 56° < \cos 56°$

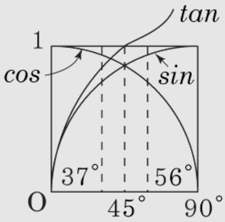
해설

② $\cos 48° < \cos 38°$

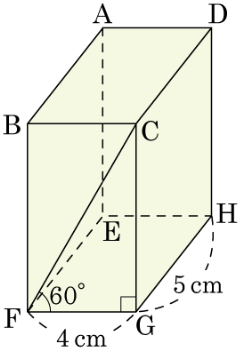
③ $\tan 35° < \tan 40°$

④ $\sin 37° < \cos 37°$

⑤ $\sin 56° > \cos 56°$



23. 다음 그림과 같이 $\overline{FG} = 4\,\text{cm}$, $\overline{GH} = 5\,\text{cm}$, $\angle CFG = 60°$ 인 직육면체가 있다. 이 직육면체의 부피는?



① $80\,\text{cm}^3$ ② $\frac{80}{3}\,\text{cm}^3$ ③ $120\,\text{cm}^3$

④ $80\sqrt{3}\,\text{cm}^3$ ⑤ $160\,\text{cm}^3$

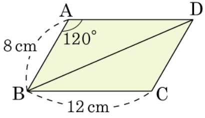
해설

직육면체의 높이는 $4 \cdot \tan 60° = 4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 직육면체의 부피는

$4 \times 5 \times 4\sqrt{3} = 80\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형에서 $\angle A = 120°$ 일 때, 대각선 $\overline{BD}$ 의 길이의 제곱의 값을 구하면?



① 108 ② 144 ③ 196 ④ 304 ⑤ 340

해설

D 에서 $\overline{AB}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$\triangle ADH$ 에서

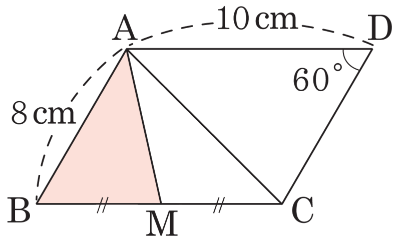
$\overline{AH} = \overline{AD}\ \cos 60° = 6$

$\overline{DH} = \overline{AD}\ \sin 60° = 6\sqrt{3}$

$\triangle BDH$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{BD} &= \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{DH}^2} \\ &= \sqrt{(6+8)^2 + \left(6\sqrt{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{304}(\text{cm})\end{aligned}$$

25. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\triangle ABM$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $10\sqrt{3}$ $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$$\square ABCD = 10 \times 8 \times \sin 60^\circ$$
$$= 10 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 40\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$
$$\therefore\ \triangle ABM = \frac{1}{4}\square ABCD$$
$$= \frac{1}{4} \times 40\sqrt{3}$$
$$= 10\sqrt{3}\ (\text{cm}^2)$$