

1. 다음 중 등비수열인 것을 모두 고른 것은?

㉠ 1, 4, 9, 16, 25, ...

㉡ 3, 9, 27, 81, 243, ...

㉢ 9, 99, 999, 9999, 99999, ...

㉣ 2, 3, 4, 9, 8, 27

㉤ $\frac{4}{9}, \frac{2}{3}, 1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \dots$

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉣, ㉤

해설

㉡은 공비가 3인 등비수열이다.

㉤은 공비가 $\frac{3}{2}$ 인 등비수열이다.

2. 첫째항이 1, 공비가 2, 끝항이 512인 등비수열의 합은?

① 511

② 512

③ 1023

④ 1024

⑤ 2047

해설

$$512 = 1 \cdot 2^{n-1} \text{ 에서 } n = 10$$

$$\therefore a = 1, r = 2, n = 10$$

$$\therefore S_{10} = \frac{1 \cdot (2^{10} - 1)}{2 - 1} = 1023$$

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 \cdot a_3 \cdot a_8 = 64$ 일 때, a_4 의 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 16

⑤ 32

해설

$$a_n = a \cdot r^{n-1}$$

$$a_1 \cdot a_3 \cdot a_8$$

$$= a \times ar^2 \times ar^7 = a^3 r^9$$

$$a^3 r^9 = (ar^3)^3 = 64 = 4^3$$

$$\therefore ar^3 = 4$$

$$\therefore a_4 = 4$$

4. 3과 75의 등비중항을 x , 3과 75의 등차중항을 y 라 할 때, $x + y$ 의 값은?

① 45

② 48

③ 49

④ 50

⑤ 54

해설

x 는 3과 75의 등비중항이므로

$$x^2 = 3 \times 75 = 15^2$$

$$\therefore x = 15$$

y 는 3과 75의 등차중항이므로

$$2y = 3 + 75 = 78$$

$$\therefore y = 39$$

$$\therefore x + y = 15 + 39 = 54$$

5. 오른쪽 표에서 가로줄, 세로줄 각각이 모두 등비수열을 이룰 때, $a + b + c + d$ 의 값은?(단, a, b, c, d 는 양수)

1	3	a
2	b	18
c	12	d

- ① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

해설

1	3	9
2	6	18
4	12	36

$$a + b + c + d = 9 + 6 + 4 + 36 = 55$$

6. $a_1 = 1$ 이고, 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에서 m 이 짝수일 때, $a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{m-1} = 85$, $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_m = 170$ 이다. 이때, $r + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$m = 2k$ (k 는 자연수) 라고 하자.

$a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2k-1}$ 은 공비가 r^2 인 등비수열이므로

$$\begin{aligned} & a_1 + a_3 + a_5 + \cdots + a_{2k-1} \\ &= \frac{a_1(r^{2k} - 1)}{r^2 - 1} = \frac{r^{2k} - 1}{r^2 - 1} = 85 \cdots \textcircled{㉠} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2k} \\ &= \frac{a_2(r^{2k} - 1)}{r^2 - 1} = 170 \cdots \textcircled{㉡} \end{aligned}$$

$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠}$ 을 하면 $r = 2$

이것을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$\frac{2^{2k} - 1}{3} = 85, \quad 2^{2k} = 256 = 2^8$$

따라서 $2k = m = 8$

$$r + m = 10$$

7. 수열 9, 99, 999, 9999, ... 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

① $\frac{1}{9}(10^n - 1) - n$

② $\frac{1}{9}(10^n - 1)$

③ $\frac{8}{9}(10^n - 1) - n$

④ $\frac{10}{9}(10^n - 1)$

⑤ $\frac{10}{9}(10^n - 1) - n$

해설

$$9 = 10 - 1, 99 = 10^2 - 1, 999 = 10^3 - 1, \dots, \underbrace{99 \cdots 9}_{n\text{개}} = 10^n - 1$$

이므로 구하는 합 S_n 은

$$\begin{aligned} S_n &= 9 + 99 + 999 + \cdots + \underbrace{99 \cdots 9}_{n\text{개}} \\ &= (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \cdots \\ &\quad + (10^n - 1) \\ &= (10 + 10^2 + \cdots + 10^n) - n \\ &= \frac{10(10^n - 1)}{10 - 1} - n \\ &= \frac{10}{9}(10^n - 1) - n \end{aligned}$$