

1. 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 3개)

① $a^3 \times a^7 = a^{10}$

② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^8$

③ $(x^2)^2 \times (x^3)^2 = x^{10}$

④ $x^2 \times y^4 \times x^6 \times y^2 = x^8 y^6$

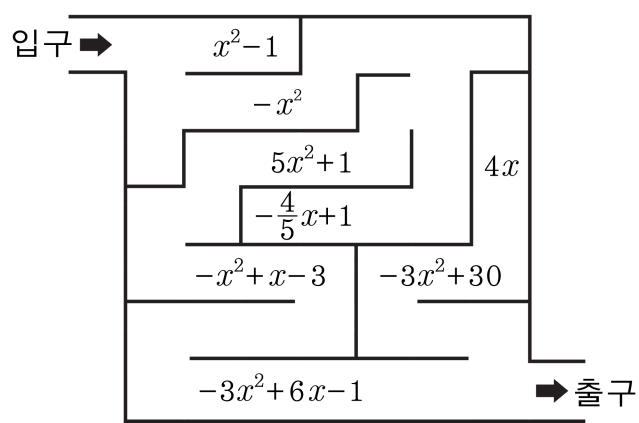
⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{11}$

해설

② $a^2 \times a^2 \times a^2 = a^{2+2+2} = a^6$

⑤ $(x^3)^2 \times x^2 \times (x^2)^2 = x^{3 \times 2} \times x^2 \times x^{2 \times 2}$
 $= x^{6+2+4} = x^{12}$

2. 수학랜드로 여행을 떠난 강국이는 이차식 방에 도착하였다. 강국이는 한 번 지나간 길은 되돌아가지 않고 이 방을 통과하였을 때, 지나간 길에 쓰여 있던 이차식을 모두 더하여라.

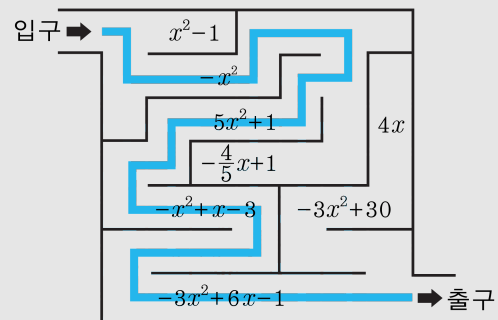


▶ 답:

▶ 정답 : $7x - 3$

해설

강국이가 지나간 길을 표시하면 다음과 같다.



지나간 길의 식들을 모두 나열하면

$$-x^2, 5x^2 + 1, -x^2 + x - 3, -3x^2 + 6x - 1$$
 이다.

이차식을 모두 더하면 $-x^2+5x^2+1-x^2+x-3-3x^2+6x-1=7x-3$

3. $(3x-2)^2 = px^2 + qx + 4$ 일 때, 상수 p, q 에 대하여 $p-q$ 의 값은?

① -49

② -14

③ 7

④ 14

⑤ 21

해설

$$(3x)^2 - 2 \times 3x \times 2 + (-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4 \text{ 이므로 } p - q = 9 - (-12) = 21$$

4. $(-3x + 2y)(3x + 2y) - (5x + 2y)(5x - 2y)$ 를 간단히 하면?

① $-15x^2 + 8y^2$

② $-15x^2 + 16y^2$

③ $-34x^2 + 4y^2$

④ $-34x^2 + 8y^2$

⑤ $-34x^2 + 16y^2$

해설

$$\begin{aligned} & -(3x)^2 + (2y)^2 - \{(5x)^2 + (-2y)^2\} \\ &= -9x^2 + 4y^2 - 25x^2 + 4y^2 \\ &= -34x^2 + 8y^2 \end{aligned}$$

5. $\left(-\frac{2}{3}a^xb^3\right)^3 \div \frac{2}{9}a^2b^4 = -\frac{4}{3}a^4b^y$ 일 때, 상수 x, y 에 대하여 $x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned}\left(-\frac{2}{3}a^xb^3\right)^3 \div \frac{2}{9}a^2b^4 &= \left(-\frac{2^3}{3^3}a^{3x}b^9\right) \times \frac{3^2}{2a^2b^4} \\ &= -\frac{4}{3}a^4b^y\end{aligned}$$

이므로 $x = 2, y = 5$ 이다.

$\therefore x - y = -3$

6. 다음 식을 만족하는 정수 a, b, c 에 대하여, $a + b + c$ 는 얼마인가?

$$(3x^2 - ax - 7) - (x^2 + 2x + b) = cx^2 + 5x - 4$$

- ① 7 ② 5 ③ -5 ④ -8 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌변}) &= 3x^2 - ax - 7 - x^2 - 2x - b \\&= 2x^2 - (a + 2)x - (7 + b) \\&= cx^2 + 5x - 4\end{aligned}$$

$$2 = c, -(a + 2) = 5, -(7 + b) = -4$$

$$\therefore a = -7, b = -3, c = 2$$

따라서, $a + b + c = -8$ 이다.

7. $\left(x - \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{1}{7}\right) = x^2 + ax + b$ 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① $-\frac{5}{7}$ ② $-\frac{11}{35}$ ③ $-\frac{12}{35}$ ④ $\frac{13}{35}$ ⑤ $\frac{16}{35}$

해설

$$\begin{aligned} & \left(x - \frac{1}{5}\right)\left(x - \frac{1}{7}\right) \\ &= x^2 + \left(-\frac{1}{5} - \frac{1}{7}\right)x + \left(-\frac{1}{5}\right) \times \left(-\frac{1}{7}\right) \\ &= x^2 - \frac{12}{35}x + \frac{1}{35} \\ &= x^2 + ax + b \\ &x \text{ 의 계수는 } -\frac{12}{35} \text{ 이고,} \\ &\text{상수항은 } \frac{1}{35} \text{ 이므로} \\ &a + b \text{ 는 } \left(-\frac{12}{35}\right) + \frac{1}{35} = -\frac{11}{35} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

8. $(x - 4 - y)(x - y)$ 를 전개한 것은?

① $x^2 - y^2 - 4x + 4y - xy$

② $x^2 + y^2 - 4x + 4y + xy$

③ $x^2 + y^2 - 4x + 4y - 2xy$

④ $x^2 - y^2 - 4x - 4y + 2xy$

⑤ $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 3xy$

해설

$x - y = A$ 로 치환하면

(주어진 식) = $(A - 4) \cdot A$

$A^2 - 4A$

$A = x - y$ 를 다시 대입하면

$(x - y)^2 - 4(x - y)$

$= x^2 - 2xy + y^2 - 4x + 4y$

9. $a + b = 6$, $ab = 8$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 0 ② 10 ③ 15 ④ 18 ⑤ 20

해설

$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$ 이므로, $6^2 - 2 \times 8 = 36 - 16 = 20$

10. $(-9x^2y^2 + 3xy^2) \div \square = 3x - 1$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $2xy^2$

② $-3xy^2$

③ $3xy^2$

④ $-3xy^2 + y$

⑤ $4xy^2 + y$

해설

$$(-9x^2y^2 + 3xy^2) \div \square = 3x - 1$$

$$(-9x^2y^2 + 3xy^2) = (3x - 1) \times \square$$

$$\square = (-9x^2y^2 + 3xy^2) \div (3x - 1)$$

$$= -3xy^2(3x - 1) \div (3x - 1)$$

$$= -3xy^2$$

11. $A = 3x - 2y$, $B = 2x + y$ 일 때, $2(3A - 2B) - 3(2A - B)$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $2x + y$

② $-2x - y$

③ $5x - y$

④ $3x - y$

⑤ $x - 3y$

해설

$2(3A - 2B) - 3(2A - B) = 6A - 4B - 6A + 3B = -B$
따라서 $B = 2x + y$ 를 대입하면 $-B = -2x - y$ 이다.

12. $\left(\frac{x^a y^4}{x^2 y^b}\right)^6 = \frac{y^6}{x^6}$ 일 때, $b - a$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -3

해설

$$\frac{x^{6a}y^{24}}{x^{12}y^{6b}} = \frac{y^6}{x^6}$$

$$\therefore 24 - 6b = 6, 12 - 6a = 6$$

$$a = 1$$

$$b = 3$$

$$\therefore b - a = 2$$

13. $2^{x+2} + 2^x = 160$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^{x+2} + 2^x = 5 \times 2^x = 160$$

$$2^x = 32 = 2^5$$

$$\therefore x = 5$$

14. 다음 중에서 옳게 계산한 것의 개수는?

- (a) $(-x)^2 \times 4xy = -4x^3y$
(b) $6ab \div 3a \times 2b = 4b^2$
(c) $-8a^2 \div 4a \div a = -2a^2$
(d) $(9xy - 6y) \div (-3y) = -3x - 2$
(e) $-8a^2b \times 3ab^2 \div (-12ab) = 2a^2b^2$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

- (a) $(-x)^2 \times 4xy = 4x^2y$
(c) $(-8a^2) \div 4a \div a = -2$
(d) $(9xy - 6y) \div (-3y) = -3x + 2$
옳은 계산은 (b),(e) 2 개이다.

15. 밑면의 둘레의 길이가 $2a\pi$ 인 원기둥의 부피가 $10(a^3b + a^2)\pi$ 일 때, 이 원기둥의 높이 h 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $10ab + 10$

해설

원기둥의 높이를 h 라 하자.

$$a^2\pi \times h = 10(a^3b + a^2)\pi$$

$$\therefore h = 10(a^3b + a^2)\pi \times \frac{1}{a^2\pi} = 10ab + 10$$

16. $3a - 2b = 2a + b$ 일 때, $\frac{a+2b}{2a-b}$ 의 값은?

- ① $-\frac{9}{7}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ 1 ⑤ 13

해설

$3a - 2a = b + 2b$ 에서 $a = 3b$ 이므로 주어진 식에 대입하면

$$\frac{3b + 2b}{2 \times 3b - b} = \frac{5b}{5b} = 1$$

17. $(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^9 b^{14}$ 이 성립할 때, xy 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$(a^2)^x \times (b^4)^y \times a \times b^6 = a^{2 \times x + 1} b^{4 \times y + 6} = a^9 b^{14}$$

$$2x + 1 = 9, 4y + 6 = 14$$

$$\therefore x = 4, y = 2$$

$$xy = 4 \times 2 = 8$$

18. 가로 길이가 $4a$ 이고 세로 길이가 $2b$ 인 직사각형이 있다. 가로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 세로를 중심으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답: 배

▷ 정답 : $\frac{b}{2a}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.

(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) $\times$ (높이) 이므로

가로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$$\pi \times (2b)^2 \times 4a = 16\pi ab^2$$

$$\pi \times (2b)^2 \times 4a = 16\pi ab^2$$

세로로 축으로 회전시키 회전체의 부피 :

$$\pi \times (4a)^2 \times 3b = 32\pi a^2 b$$

$$\frac{(\text{가로 축 회전체})}{(\text{세로 축 회전체})} = \frac{16\pi ab^2}{32\pi a^2b} = \frac{b}{2a}$$

19. 다음 식의 값을 곱셈공식을 활용하여 구하려고 한다. () 에
알맞은 수는?

$$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})+2^{63}$$
$$= 2^{(\quad)}$$

- ① 126
- ② 127
- ③ 128
- ④ 129
- ⑤ 130

해설

$(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$ 에
 $\frac{1}{2} \times (4-2)$ 를 곱한다.

$(\frac{1}{2} \times (4-2) = 1$ 이므로 식의 값은 변하지 않는다.)

$$\frac{1}{2}(4-2)(4+2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$
$$= \frac{1}{2} \times (4^2-2^2)(4^2+2^2)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$
$$= \frac{1}{2} \times (4^4-2^4)(4^4+2^4)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$
$$= \frac{1}{2} \times (4^8-2^8)(4^8+2^8)(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$
$$= \frac{1}{2} \times (4^{16}-2^{16})(4^{16}+2^{16})(4^{32}+2^{32})$$
$$= \frac{1}{2} \times (4^{32}-2^{32})(4^{32}+2^{32}) = \frac{1}{2}(4^{64}-2^{64})$$
$$= \frac{1}{2}(2^{128}-2^{64})$$
$$= 2^{127}-2^{63}$$

따라서 주어진 식은 $(2^{127}-2^{63})+2^{63}=2^{(\quad)}$ 이므로

$$\therefore 2^{(\quad)} = 2^{127} \qquad \therefore (\quad) = 127$$

20. $\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$ 을 만족하는 m, n 에 대하여 다음 식의 값을 구하여라.

$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3$

▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^n}{y^3}$$
$$\frac{(x^2y)^3}{(xy^2)^m} = \frac{x^6y^3}{x^my^{2m}} = x^{6-m} \times y^{3-2m}$$
$$6-m = n, \quad 3-2m = -3$$
$$-2m = -6, \quad \therefore m = 3$$
$$n = 6-3 = 3, \quad \therefore n = 3$$
$$(-8m^2n^3)^2 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = 64m^4n^6 \div 16m^3n^2 \div (-n)^3 = -4mn$$
$$m = 3, \quad n = 3 \text{ 이므로, } -4mn = -4 \times 3 \times 3 = -36$$