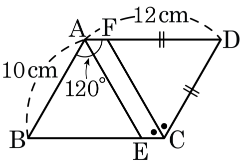
1. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 BC, AD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AD} = 12\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\,\text{cm}$, $\angle BAD = 120°$ 일 때, $\square AECF$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

$\triangle FDC$, $\triangle ABE$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BE} = \overline{FD}$, $\angle ABE = \angle CDF$ 이므로 SAS 합동이고 $\square AECF$ 는 평행사변형이다.

또, $\angle BCF = \dfrac{120°}{2} = 60°$, $\angle ADC = 60°$ 이므로, $\angle CFD = 60°$ 이다. 따라서 $\triangle FDC$ 와 $\triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

$\overline{AF} + \overline{FD} = 12\,(\text{cm})$, $\overline{AF} = 12 - \overline{FD} = 12 - 10 = 2\,(\text{cm})$ 이고 $\overline{FC} = 10\,(\text{cm})$ 이므로

평행사변형 AECF 의 둘레는 $\overline{AF} + \overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} = 2 + 10 + 2 + 10 = 24\,(\text{cm})$ 이다.

2. 다음 중 정사각형의 성질이지만 마름모의 성질은 <u>아닌</u> 것은?

① 두 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 서로 직교한다.

③ 대각선에 의해 넓이가 이등분된다.

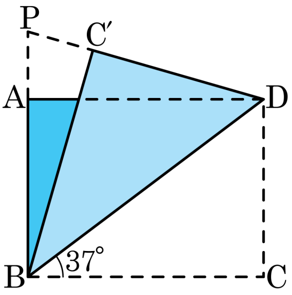
④ 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ 내각의 크기의 합이 $360°$이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 두 대각선의 길이가 같아야 한다.

3. 다음 그림에서 직사각형 ABCD의 대각선 BD를 접는 선으로 하여 점 C가 점 C′에 오도록 접었다. $\overline{AB}$와 $\overline{DC'}$의 연장선과의 교점을 P라 하고 $\angle DBC = 37°$일 때, $\angle P$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____________________ °

▷ 정답 : 74°

해설

$\triangle BCD \equiv \triangle BC'D$

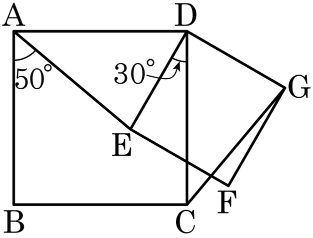
$\angle CBD = \angle C'BD = 37°$,

$\angle C'DB = 180° - (90° + 37°) = 53°$,

$\angle ABD = 90° - 37° = 53°$

$\triangle PBD$에서 $\angle P = 180° - (53° + 53°) = 74°$

4. 다음 그림과 같이 한 점 D를 공유하는 두 정사각형 ABCD 와 DEFG 에서 $\angle BAE = 50°$, $\angle CDE = 30°$ 일 때, $\angle CGD = (\ \ )°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 60　② 65　③ 70　④ 75　⑤ 80

해설

$\triangle DEA$ 와 $\triangle DGC$ 에서

$\overline{DA} = \overline{DC}$

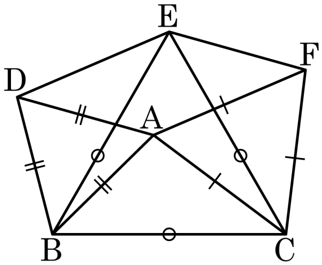
$\overline{DE} = \overline{DG}$

$\angle ADE = 90° - 30° = 60°$, $\angle CDG = 90° - 30° = 60°$ 이므로

$\triangle DEA \equiv \triangle DGC$ (SAS 합동)

$\angle DAE = 90° - 50° = 40°$ 이고 $\angle ADE = 60°$ 이므로 $\angle AED = 180° - 40° - 60° = 80°$ 이다. 따라서 $\angle CGD = 80°$ 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\triangle DAB$, $\triangle EBC$, $\triangle AFC$가 정삼각형일 때, $\square EDAF$는 어떤 사각형인지 구하여라.



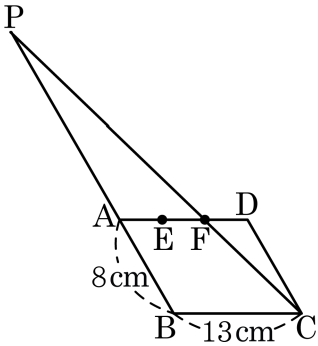
▶ 답 :

▷ 정답 : 평행사변형

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle FEC$에서 $\overline{AC} = \overline{FC}$, $\overline{BC} = \overline{EC}$, $\angle ACB = 60° - \angle ACE = \angle ECF$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle FEC$는 SAS 합동이다.
따라서 $\overline{EF} = \overline{AB}$이다.
$\triangle ABC$와 $\triangle DBE$에서 $\overline{DB} = \overline{AB}$, $\overline{BE} = \overline{BC}$, $\angle ABC = 60° - \angle EBA = \angle DBE$이므로 $\triangle DBE \equiv \triangle ABC$는 SAS 합동이다.
따라서 $\overline{DE} = \overline{AC}$이다.
$\square EDAF$에서 $\overline{DE} = \overline{AF}$, $\overline{DA} = \overline{EF}$이므로 평행사변형이다.

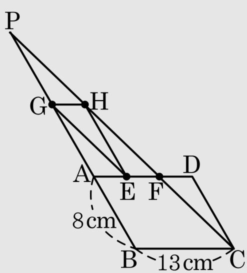
6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 $\overline{AD}$ 의 삼등분점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

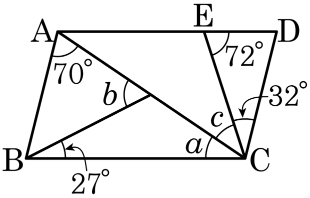


$\overline{AB}//\overline{HE}$, $\overline{PC}//\overline{GE}$ 인 $\overline{HE}$, $\overline{GE}$ 를 그으면

$\triangle CDF \equiv \triangle GAE \equiv \triangle HEF$(ASA 합동) , $\triangle CDF \equiv \triangle EHG \equiv \triangle PGH$(ASA 합동) 이다.

$\therefore \overline{PA} = \overline{PG} + \overline{GA} = 8 + 8 = 16(\text{cm})$

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a+\angle b+\angle c$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad ^{\circ}}$

▷ 정답 : 133 $\underline{^{\circ}}$

해설

$\angle BAC = \angle ACD$ (엇각), $\angle c = 70^{\circ} - 32^{\circ} = 38^{\circ}$

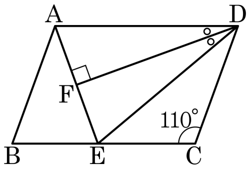
$\angle EDC = 180^{\circ} - 72^{\circ} - 32^{\circ} = 76^{\circ} = \angle ABC$

$\angle a = 180^{\circ} - 70^{\circ} - 76^{\circ} = 34^{\circ}$

$\angle b = \angle a + 27^{\circ} = 34^{\circ} + 27^{\circ} = 61^{\circ}$ (삼각형의 한 외각의 크기는 이웃하지 않은 두 각의 크기의 합과 같다.)

$\therefore\ \angle a + \angle b + \angle c = 34^{\circ} + 61^{\circ} + 38^{\circ} = 133^{\circ}$

8. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle ADE$ 의 이등분선이고 $\angle C = 110°$ 이다. $\overline{AB} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



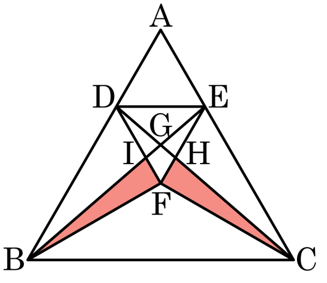
▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : $\underline{30°}$

해설

$\angle B = 70°$, $\overline{AB} = \overline{AE}$이므로 $\angle AEB = 70°$, $\angle EAD = 70°$ (엇각)
따라서 $\angle ADF = 20°$, $\angle CDE = 70° - 20° - 20° = 30°$이다.

9. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 2\overline{\mathrm{AE}}$ 가 되도록 점 D, E 를 잡고, 점 D 에서 $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 평행하게 그은 직선과 점 E 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 평행하게 그은 직선의 교점을 F 라 하였다. $\overline{\mathrm{BE}}$ 와 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 교점을 G 라 하고, $\triangle\mathrm{DGI} = \triangle\mathrm{EGH} = 2$, $\triangle\mathrm{DEG} = 4$ 일 때, $\triangle\mathrm{BFI} + \triangle\mathrm{CFH}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\square\mathrm{ADFE}$ 는 평행사변형이므로 $\triangle\mathrm{ADE} = \triangle\mathrm{DEF}$

$\overline{\mathrm{EF}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{AB}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{BEF} = \triangle\mathrm{DEF} = \triangle\mathrm{ADE}$

$\overline{\mathrm{DF}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{DCF} = \triangle\mathrm{DEF} = \triangle\mathrm{ADE}$

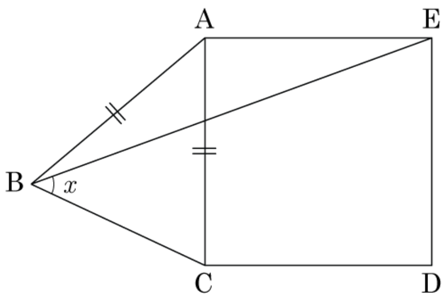
$\triangle\mathrm{DFH} + \triangle\mathrm{CFH} = \triangle\mathrm{DFH} + \triangle\mathrm{DEH}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{CFH} = \triangle\mathrm{DEH}$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{BIF} &= \triangle\mathrm{BEF} - (\triangle\mathrm{EGH} + \square\mathrm{FIGH}) \\ &= \triangle\mathrm{DCF} - (\triangle\mathrm{DGI} + \square\mathrm{FIGH}) \\ &= \triangle\mathrm{CFH}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\mathrm{BFI} + \triangle\mathrm{CFH} &= 2\triangle\mathrm{CFH} = 2\triangle\mathrm{DEH} \\ &= 2(\triangle\mathrm{DEF} - \triangle\mathrm{DGI} - \triangle\mathrm{DEG}) \\ &= 2(2+4) = 12\end{aligned}$$

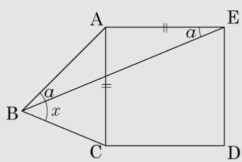
10. 다음 그림에서 □ACDE 는 정사각형이고 △ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 45 °

해설



i) $\angle ABE = \angle AEB = a$ 라 하면,
$\angle BAE = 180° - 2a$ 이고,
$\angle CAE = 90°$ 이므로
$\angle BAC = (180° - 2a) - 90° = 90° - 2a$
ii) $\overline{AB} = \overline{AE} = \overline{AC}$ 이므로,
△ABC 는 이등변삼각형이고,
$\angle BAC = 90° - 2a$ 이므로,
$\angle ABC = \angle ACB = \dfrac{1}{2}\left\{180° - (90° - 2a)\right\} = 45° + a$
또한, $\angle ABC = \angle ABE + \angle x$ 이므로,
$a + \angle x = 45° + a$
$\therefore \angle x = 45°$