

1. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 20 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $(A \cup C) \cap B$ 는?
- ① $\{4, 8, 16\}$ ② $\{1, 2, 4\}$
③ $\{1, 2, 6, 8\}$ ④ $\{3, 6, 12\}$
⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면
 $A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8, 16\}$, $C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이다.
 $A \cup C = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$ 이 된다.
집합 B 와의 공통 원소를 찾으면 $\{1, 2, 4\}$ 가 된다.

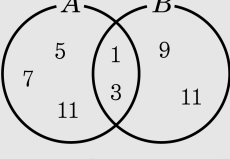
2. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7\}$ 이고 $A \cap B = \{1, 3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 일 때, 집합 B 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

벤 다이어그램을 이용하면 다음 그림과 같다.



$\therefore B = \{1, 3, 9, 11\}$
집합 B 의 원소의 합은 $1 + 3 + 9 + 11 = 24$ 이다.

3. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = A$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \cap B = B$

② $B - A = \emptyset$

③ $A^C \subset B^C$

④ $A^C \cup B = U$

⑤ $B \cap A^C = \emptyset$

해설

④ $B^C \cup A = U$

4. 다음 중에서 명제 ‘자연수 n 의 각 자리 숫자의 합이 6의 배수이면, n 은 6의 배수이다.’가 거짓임을 보여주는 n 의 값은?

① 30

② 33

③ 40

④ 42

⑤ 답 없음

해설

실제로 주어진 명제는 참이 아니다. 33의 경우 $3+3=6$ 이지만, 33은 6의 배수가 아니다.

5. 다음 <보기> 중에서 자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수가 되는 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ 자연수 n 에 대하여 $\sqrt{n}$ 을 대응시킨다.
- ㉡ 자연수 n 에 n 의 양의 약수의 개수를 대응시킨다.
- ㉢ 홀수에는 1, 짝수에는 2, 소수에는 3을 대응시킨다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

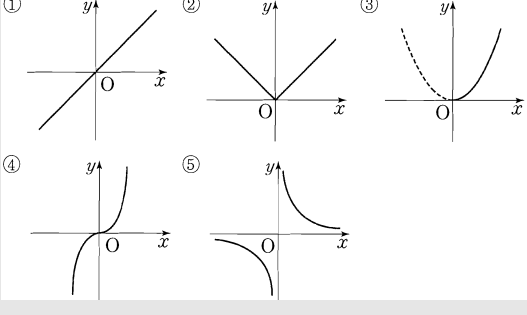
자연수에서 자연수로의 함수라는 말의 의미는 정의역이 자연수 일 때, 치역도 자연수인 함수를 찾으라는 말이다. 그런데 이때 ㉠은 무리수가 치역에 포함되지 않으므로 정의에 타당하지 않다. ㉢에서 2는 짝수이며 소수이므로 옳지 않다. 따라서 ㉡만 옳다.

6. 다음 함수 중 역함수가 존재하지 않는 것은 무엇인가?

- ① $y = x$
- ② $y = |x|$
- ③ $y = x^2 \ (x \geq 0)$
- ④ $y = x^3$
- ⑤ $y = \frac{1}{x} \ (x \neq 0)$

해설

역함수가 존재할 필요충분조건은
함수가 일대일대응인 것이다.
따라서, 일대일대응이 아닌 함수의 그래프는
②이다.



7. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}}$ 을 간단히 하면?
- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} &= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{\sqrt{2} - 1}} = 1 - \sqrt{2} \\ \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}} &= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2} + 1}} = 1 + \sqrt{2} \\ \therefore (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) &= -1\end{aligned}$$

8. $(x+y):(y+z):(z+x)=6:7:5$ 일 때, $\frac{x^2-yz}{x^2+y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{4}{13}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{4}{13}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x+y=6k \cdots \textcircled{A} \\ y+z=7k \cdots \textcircled{B} \\ z+x=5k \cdots \textcircled{C} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$$\textcircled{A} + \textcircled{B} + \textcircled{C} \text{를 해 주면 } 2(x+y+z)=18k$$

$$\therefore x+y+z=9k$$

$$\therefore x=2k, y=4k, z=3k$$

$$\therefore \frac{x^2-yz}{x^2+y^2} = \frac{4k^2-12k^2}{4k^2+16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$$

9. $f(t) = \frac{t}{1-t}$ (단, $t \neq 1$) 인 함수 f 가 있다. $y = f(x)$ 일 때, $x = \square$ 로 나타낼 수 있다. $\square$ 안에 알맞은 것은?

- ① $-f(y)$ ② $-f(-y)$ ③ $f(-y)$
④ $f\left(\frac{1}{y}\right)$ ⑤ $f(y)$

해설

$$\begin{aligned} y = f(x) &= \frac{x}{1-x} \text{ 에서} \\ y - xy &= x, \quad x(1+y) = y \\ \therefore x &= \frac{y}{1+y} = \frac{-y}{1-(-y)} = -f(-y) \end{aligned}$$

10. 무리함수 $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?

- ① 그래프는 x 축과 점 $\left(\frac{5}{3}, 0\right)$ 에서 만난다.
- ② 정의역은 $\{x|x \leq -3\}$ 이다.
- ③ 치역은 $\{y|y \geq -1\}$ 이다.
- ④ 그래프를 평행이동하면 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프와 겹칠 수 있다.
- ⑤ 제4 사분면을 지나지 않는다.

해설

① $y = \sqrt{9+3x}-2$ 에 $x = \frac{5}{3}$ 를 대입하면

$$y = \sqrt{14}-2$$

따라서, 점 $\left(\frac{5}{3}, \sqrt{14}-2\right)$ 를 지난다.

② $9+3x \geq 0$ 에서 $x \geq -3$

따라서, 정의역은 $\{x|x \geq -3\}$ 이다.

③ $\sqrt{9+3x} \geq 0$ 이므로 치역은

$\{y|y \geq -2\}$ 이다.

④ $y = \sqrt{9+3x}-2 = \sqrt{3(x+3)}-2$ 이므로

$y = \sqrt{3x}$ 의 그래프를

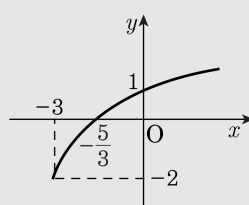
x 축의 방향으로 -3 만큼,

y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이다.

⑤ $y = \sqrt{9+3x}-2$ 의 그래프는

그림과 같으므로

제4 사분면을 지나지 않는다.



11. 집합 $A = (0, \{1\}, 1, 2)$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \subset A$

② $\{1\} \in A$

③ $\{1\} \subset A$

④ $\{1, 2\} \in A$

⑤ $\{\{1\}, 1\} \subset A$

해설

④ $\{1, 2\} \subset A$

12. 두 집합 $A = \{8 - a, 5, 7\}$, $B = \{1, b, a, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 7\}$,
 $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$A \cap B = \{1, 7\}$ 이므로 $1 \in A$ 이다.

$\therefore 8 - a = 1, \quad a = 7$

따라서 $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{1, b, 7, 8\}$ 이다.

$(A \cup B) - A = \{3, 8\}$ 이므로 $3 \in B$ 이다.

$\therefore b = 3$

$\therefore a + b = 7 + 3 = 10$

13. x, y, z 가 실수일 때, 조건 $(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 의 부정과 동치인 것은?
- ① $(x-y)(y-z)(z-x) \neq 0$
 - ② x, y, z 는 서로 다르다.
 - ③ $x \neq y$ 이고 $y \neq z$
 - ④ $(x-y)(y-z)(z-x) > 0$
 - ⑤ x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

해설

$(x-y)^2 + (y-z)^2 = 0$ 이면 $x = y = z$ 이므로 이것의 부정은 $x \neq y$ 또는 $y \neq z$ 또는 $z \neq x$
즉, x, y, z 중에 적어도 서로 다른 것이 있다.

14. 다음 ()에 『필요, 충분, 필요충분』 중에서 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 ()조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▶ 답: 조건

▷ 정답 : 충분조건

▷ 정답 : 필요조건

해설

$x = 2$ 는 $x^2 = 4$ 이기 위한 충분 조건이다. 평행사변형은 직사각형이기 위한 필요 조건이다.

15. $x \leq -1$ 은 $x \leq a$ 이기 위한 필요조건이고, $x \geq b$ 는 $x \geq 3$ 이기 위한 충분조건일 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x \leq -1$ 은 $x \leq a$ 이기 위한 필요조건이므로
「 $x \leq a$ 이면 $x \leq -1$ 이다.」가 참이어야 한다.
 $\therefore a \leq -1$
또, $x \geq b$ 는 $x \geq 3$ 이기 위한 충분조건이므로
「 $x \geq b$ 이면 $x \geq 3$ 이다.」가 참이어야 한다.
 $\therefore b \geq 3$
따라서, a 의 최댓값은 -1 , b 의 최솟값은 3 이므로
구하는 값은 $-1 + 3 = 2$ 이다.

16. 임의의 실수 x, y 에 대하여 부등식 $x^2 + 4xy + 4y^2 + 10x + ay + b > 0$ 이 항상 성립할 조건을 구하면?

① $a > 20, b > 25$

② $a \geq 20, b > 25$

③ $a > 20, b = 25$

④ $a = 20, b > 25$

⑤ $a = 20, b < 25$

해설

$$x^2 + 2(2y + 5)x + 4y^2 + ay + b > 0$$

$$\frac{D}{4} = (2y + 5)^2 - (4y^2 + ay + b) < 0$$

$$(20 - a)y + 25 - b < 0$$

이것이 임의의 실수 y 에 대하여 항상 성립할 조건은

$$20 - a = 0, 25 - b < 0$$

$$\therefore a = 20, b > 25$$

17. 2 이상의 자연수의 집합 A 에서 A 로 다음과 같이 정의된 함수 f 가 있다.

$$f(p) = p \text{ (} p \text{가 소수)}$$
$$f(rs) = f(r) + f(s) (r, s \in A)$$

이 때, $f(2400)$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$$\begin{aligned} f(2400) &= f(2^5 \cdot 3 \cdot 5^2) = f(2^5) + f(3) + f(5^2) \\ &= 5f(2) + f(3) + 2f(5) \\ &= 5 \cdot 2 + 3 + 2 \cdot 5 = 23 \end{aligned}$$

18. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{5}\right) = x+2$ 를 만족할 때, $f(x)$ 를 x 의 식으로 나타내고 이를 이용하여 $f(f(10))$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 256

해설

$$\frac{x+1}{5} = t \text{로 놓으면 } x = 5t - 1$$

$$f(t) = (5t - 1) + 2 = 5t + 1 \text{에서}$$

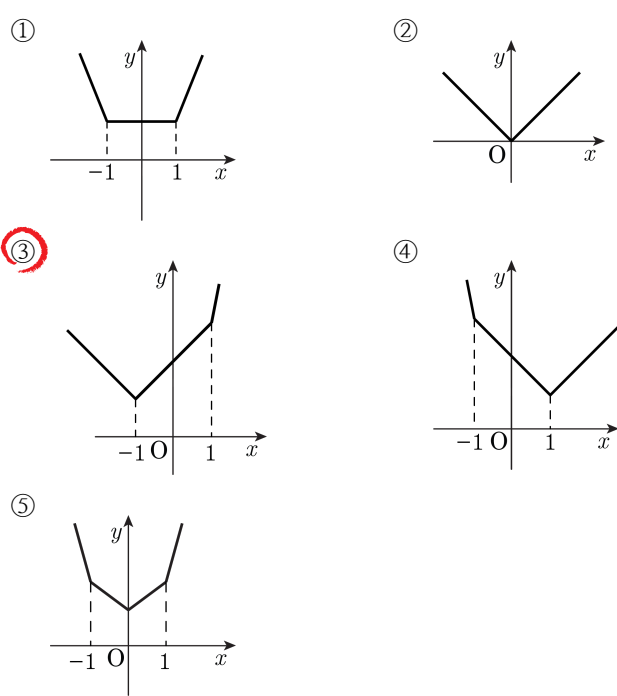
$$f(x) = 5x + 1$$

$$\therefore f(f(x)) = f(5x + 1) = 5(5x + 1) + 1$$

$$= 25x + 6$$

$$\therefore f(f(10)) = 25 \cdot 10 + 6 = 256$$

19. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$ 의 그래프는?



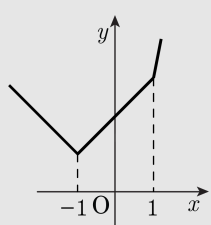
해설

i) $x \leq -1$ 일 때, $y = |x - 1| + x + |x + 1|$
 $= -(x - 1) + x - (x + 1)$
 $= -x$

ii) $-1 < x \leq 1$ 일 때 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$
 $= -(x - 1) + x + (x + 1)$
 $= x + 2$

iii) $1 < x$ 일 때 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$
 $= (x - 1) + x + (x + 1)$
 $= 3x$

i), ii), iii) 에 의하여 주어진 함수의 그래프는



20. 분수함수 $y = \frac{x+k-1}{x-1}$ ($k \neq 0$) 에 대한 설명으로 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 치역은 1을 제외한 실수 전체집합이다.
 - ② (1, 1)에 대하여 대칭이다.
 - ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 (1, 1)에 가까워진다.
 - ④ 점근선은 $x = 1, y = 1$ 이다.
 - ⑤ $y = -x + 2$ 에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 정의역은 $x \neq 1$ 인 실수, 치역은 $y \neq 1$ 인 실수
- ② 점근선의 교점인 (1, 1) 에 대해 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 커질 수록 (1, 1)에 멀어진다.
- ⑤ 기울기가 ± 1 이고 (1, 1)을 지나는 직선에 대칭이다.

21. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n$ 이 식이

$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1$ 과 같으므로

$m = 2, 1 + n = -1$ 에서 $n = -2$

$\therefore m - n = 4$

22. 함수 $y = \frac{bx+c}{x+a}$ 의 그래프가 점 (1,2)를 지나고 $x = 3, y = 1$ 을 점근선으로 할 때, 상수 a, b, c 에 대해서 $a - b - c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점근선이 $x = 3, y = 1$ 이므로
 $a = -3, b = 1$ 이다.

그리고 점 (1,2)를 지나므로,

$$2 = \frac{1+c}{1-3}, c = -5$$

$$\therefore a - b - c = 1$$

23. $A = \{(x, y) \mid 0 \leq y < \sqrt{1-x^2}\}$, $B = \{(x, y) \mid 2x+y > k\}$ 에서 $A \cap B = A$ 가 되게 하는 k 의 범위를 구하면?
- ① $k \leq -2$

② $k < -2$

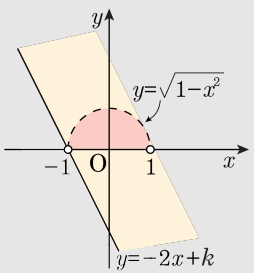
③ $k > -2$

④ $k \geq -2$

⑤ $k \neq -2$

해설

$A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B$ 이므로
그림을 그려 부등식의 영역으로 표시하면
집합 B 에서 $y > -2x + k$ 이므로
점 $(-1, 0)$ 를 지날 때, $k = -2$ 이다.
따라서, $A \subset B$ 이려면 $k \leq -2$



24. 집합 $A = \{1, 3, 5, \{3, 5\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $1 \notin A$

② $\{3, 5\} \subset A$

③ $\{5\} \in A$
- ④ $\{3, 5\} \in A$

⑤ $n(A) = 5$

해설

- ① $1 \in A$
- ③ $\{5\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\subset$ 로 써야한다.
- ⑤ $\{3, 5\}$ 는 집합 A 의 하나의 원소이므로 $n(A) = 4$ 이다.

25. 두 집합 $A = \{a-1, a+2, 8\}$, $B = \{3, 6, b\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$A = B$ 이므로
 $a-1=3$ 에서 $a=4$, $b=8$
 $\therefore a+b=12$

26. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{c, e\}$ 에 대하여 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

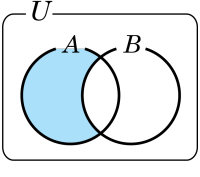
▶ 정답 : 8 개

해설

집합 X 는 원소 c 를 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합이다.

$$n(X) = 2^3 = 8 \text{ (7\H)}$$

27. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠된 부분이 나타내는 집합에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면 ?



- ① $A - B$ 라고 쓰며, A 마이너스 B 라고 읽는다.
- ② A 에도 속하고 B 에도 속하는 원소들로 이루어진 집합이다.
- ③ $A - B = \{x|x \in A \text{ 그리고 } x \notin B\}$
- ④ $A - B = B - A$
- ⑤ $A - B = A \cap B^c$

해설

- ① $A - B$ 라고 쓰며, A 차집합 B 라고 읽는다.
- ② A 에는 속하지만 B 에도 속하지 않는 원소들로 이루어진 집합이다
- ④ $A - B \neq B - A$

28. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 25 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(A^c \cap B) = 10$, $n(B^c) = 10$, $n(A^c \cap B^c) = 3$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$n(U) = 25$ 이므로

$n(B) = n(U) - n(B^c) = 25 - 10 = 15$

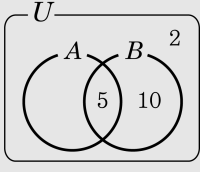
$A^c \cap B = B - A$ 이므로

$n(B - A) = n(A^c \cap B) = 10$

$n((A \cup B)^c) = n(A^c \cap B^c) = 3$

벤 다이어그램에 각 부분의 원소의 개수를 적어보면 따라서

$n(A - B) = 25 - (5 + 10 + 3) = 7$ 이다.



29. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ (k 는 실수)이 허근을 가질 때, $f(k) = k + 1 + \frac{1}{k-1}$ 의 최솟값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - k < 0 \text{ 이므로 } k - 1 > 0$$

$$\begin{aligned} f(k) &= 2 + (k - 1) + \frac{1}{k - 1} \\ &\geq 2 + 2\sqrt{(k - 1)\frac{1}{k - 1}} = 4 \end{aligned}$$

따라서 $f(k)$ 의 최솟값은 4이다.

30. 두 함수 $f(x) = x + 1$, $g(x) = \sqrt{x}$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} g^{-1}(x) &= x^2 \text{ 이므로} \\ (f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(2) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(2) \\ &= (g^{-1} \circ f)(2) \\ &= g^{-1}(f(2)) \\ &= g^{-1}(3) \\ &= 9 \end{aligned}$$

31. 임의의 양수 x 에 대하여 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 두 조건을 만족할 때, $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

$f(2) = -3$
임의의 두 양수 x, y 에 대하여
 $f(xy) = f(x) + f(y)$

- ① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$f(1 \times 2) = f(1) + f(2) \text{ 에서}$$
$$f(1) = 0 \quad f(1) = f\left(\frac{1}{2} \times 2\right)$$
$$= f\left(\frac{1}{2}\right) + f(2) = 0 \text{ 이므로}$$
$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -f(2) = 3$$

32. a, b, c 가 실수일 때, $a + b = 4ab$, $b + c = 10bc$, $c + a = 6ca$ 이 성립한다. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$a + b = 4ab \text{에서 } \frac{a+b}{ab} = 4, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4$$

$$\text{같은 방법으로 } \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 10, \frac{1}{c} + \frac{1}{a} = 6$$

$$\therefore 2 \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = 20$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 10$$

33. 어떤 학급에서 남학생의 수와 여학생의 수가 같다고 한다. 이 학급에서 안경을 낀 학생과 안경을 끼지 않은 학생의 비율이 학급 전체로는 2 : 3 이고, 남학생 중에서는 1 : 4 라고 할 때, 여학생 중에서 안경을 낀 학생과 안경을 끼지 않은 학생의 비율은?

- ① 1 : 1
- ② 2 : 1
- ③ 1 : 2
- ④ 2 : 3
- ⑤ 3 : 2

해설

안경을 낀 남학생의 수를 a
안경을 끼지 않은 남학생의 수를 b
안경을 낀 여학생의 수를 x
안경을 끼지 않은 여학생의 수를 y 라 하면
 $a : b = 1 : 4$
 $\therefore b = 4a \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $a + b = x + y \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $(a + x) : (b + y) = 2 : 3$
 $\therefore 3(a + x) = 2(b + y) \cdots \textcircled{\text{㉢}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}$ 을 $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$ 에 대입하면
$$\begin{cases} x + y = 5a \\ 3x - 2y = 5a \end{cases}$$

 $\therefore x = 3a, y = 2a$
 $\therefore x : y = 3 : 2$