

1. 부등식 $|x-1|+|x-3|<6$ 의 해와 같은 해를 갖는 이차부등식으로 옳은 것은?

① $x^2-4x-5<0$

② $x^2-4x+3<0$

③ $x^2-6x+5<0$

④ $x^2-4x+3\leq 0$

⑤ $x^2-8x+15\leq 0$

해설

(i) $x < 1$ 일 때, $-x+1-x+3 < 6$

$x > -1 \therefore -1 < x < 1$

(ii) $1 \leq x < 3$ 일 때, $x-1-x+3 < 6$

$2 < 6 \therefore 1 \leq x < 3$

(iii) $x \geq 3$ 일 때, $x-1+x-3 < 6$

$x < 5 \therefore 3 \leq x < 5$

$\therefore -1 < x < 5$

$\Leftrightarrow (x+1)(x-5) < 0, x^2-4x-5 < 0$

2. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $k^2x+1 > 2kx+k$ 가 성립할 때, k 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$k^2x+1 > 2kx+k$ 에서
 $(k^2-2k)x > k-1$,
 $k(k-2)x > k-1$
해가 모든 실수이므로
 $k(k-2) = 0$, $k-1 < 0$ 이어야 한다.
 $\therefore k = 0$

3. x 에 대한 부등식 $x+2 \leq ax+3$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x+2 \leq ax+3$ 에서 $(1-a)x \leq 1$ 이 부등식의 해가 모든 실수이고
우변이 양수이므로 x 의 계수는 0이어야 한다.

$$1-a=0$$

$$\therefore a=1$$

4. 이차함수 $y = x^2 - ax + 4$ 의 그래프가 직선 $y = x - 2$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $x < 2$ 또는 $x > 3$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x^2 - ax + 4 > x - 2$ 에서 $x^2 - (a + 1)x + 6 > 0$ ㉠
한편, 해가 $x < 2$ 또는 $x > 3$ 이고 이차항의 계수가 1인 이차부
등식은 $(x - 2)(x - 3) > 0$
 $\therefore x^2 - 5x + 6 > 0$ ㉡
따라서 ㉠, ㉡이 일치하므로 $a + 1 = 5$
 $\therefore a = 4$

5. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 2 \leq 0 \\ x^2 - (k+3)x + k + 2 < 0 \end{cases}$ 을 동시에 만족하는 x 의

범위가 $1 < x \leq 2$ 일 때, k 의 범위는?

- ① $k > -1$ ② $k > 0$ ③ $k < -1$
 ④ $k < 1$ ⑤ $k > -2$

해설

$x^2 - x - 2 \leq 0$ 에서
 $(x+1)(x-2) \leq 0 \quad \therefore -1 \leq x \leq 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 - (k+3)x + k + 2 < 0$ 에서
 $\{x - (k+2)\} \cdot (x-1) < 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
 i) $k+2 < 1$ 이면
 $\textcircled{㉡}$ 의 해는 $k+2 < x < 1$ 가 되므로
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 공통범위가 $1 < x \leq 2$ 가 될 수 없다.
 ii) $k+2 > 1$ 이면
 $\textcircled{㉡}$ 의 해는 $1 < x < k+2 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$
 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉢}$ 의 공통범위가 $1 < x \leq 2$ 가 되려면
 $k+2 > 2 \quad \therefore k > 0$

6. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots㉠$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

7. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + 2(k+1)x + k = 0$ 이 중근을 가질 때 k 의 값은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ -1 ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\frac{D}{4} = b'^2 - ac = (k+1)^2 - k^2 = 2k+1 \text{에서}$$

중근을 가질 조건이므로

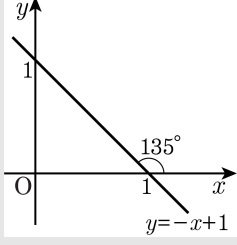
$$\frac{D}{4} = 0 \text{이어야 한다.}$$

$$2k+1=0 \quad \therefore k = -\frac{1}{2}$$

8. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : 기울기 -1
- ▷ 정답 : y 절편 1
- ▷ 정답 : x 축의 양의 방향 135°

해설

기울기 -1 , y 절편 1 ,
 x 축의 양의 방향과
이루는 각 135°



9. 원점에서 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 에 이르는 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

점과 직선 사이의 거리 구하는 공식을 이용하면,

$$\frac{|0 \times 3 + 0 \times (-4) - 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$$

10. 세 점 A(-1, 0), B(2, -3), C(5, 3)에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,
 $(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2$
 $= 2[(x-5)^2 + (y-3)^2]$
 $2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$
 $= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$
 $18x + 18y - 54 = 0$
 $\Rightarrow x + y - 3 = 0$
 $\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$

11. 방정식 $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ 으로 나타내어지는 원이 y 축에 접할 조건은?

① $b^2 = c$

② $c^2 = b$

③ $a^2 = c$

④ $c^2 = a$

⑤ $b = 2c$

해설

y 축과의 공유점을 구하는 식은 $x = 0$ 으로부터

$$y^2 + 2by + c = 0$$

y 축에 접할 조건은 $D/4 = b^2 - c = 0$

12. 원 $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ 을 점 (2, 1) 에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은?

① $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$

② $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$

③ $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$

④ $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$

⑤ $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$

해설

원 $x^2 + y^2 - 6x + 8 = 0$ 은 중심이 (3, 0) 이고

반지름의 길이가 1인 원이다.

원의 중심 (3, 0) 을 점 (2, 1) 에 대하여

대칭이동한 점을 (a, b) 라 하면

$$\frac{3+a}{2} = 2, \frac{0+b}{2} = 1$$

$$\therefore a = 1, b = 2$$

원을 대칭이동하여도 반지름의 길이는

그대로이므로 구하는 원은 중심이 (1, 2) 이고

반지름의 길이가 1인 원이다.

$$\therefore (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 1$$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지가 -3 이고, $x-3$ 으로 나눈 나머지가 5 이다. $f(x)$ 를 $(x+1)(x-3)$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $2x-1$

해설

$$f(-1) = -3, f(3) = 5$$

$$f(x) = (x+1)(x-3)Q(x) + ax + b$$

$$-a + b = -3, 3a + b = 5$$

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ax + b = 2x - 1$$

14. $x^2 + ax + b = 0$, $x^2 + 2bx + 3a = 0$ 를 동시에 만족하는 x 는 -1 밖에 없을 때, 상수 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$x = -1$ 은 두 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$,

$x^2 + 2bx + 3a = 0$ 의 공통근이므로

$1 - a + b = 0$, $1 - 2b + 3a = 0$

두 식을 연립하여 풀면

$a = -3$, $b = -4$

$\therefore ab = 12$

15. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{7-4\sqrt{3}}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\sqrt{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{7-2\sqrt{12}} = 2 - \sqrt{3} \text{ 이므로,}$$

$$\text{두 근은 } 2 - \sqrt{3}, 2 + \sqrt{3}$$

$$p = -(\text{두근의 합}) = -4$$

$$q = (\text{두근의 곱}) = 1$$

$$\therefore p + q = -3$$

16. 이차함수 $y = x^2 - 2ax + 2am - 2m + b$ 의 그래프가 m 의 값에 관계없이 x 축에 접할 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

이차방정식 $x^2 - 2ax + 2am - 2m + b = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (2am - 2m + b) = 0$$

$$\therefore a^2 - 2am + 2m - b = 0$$

이 식이 m 의 값에 관계없이 성립하므로

$$(2 - 2a)m + (a^2 - b) = 0 \text{에서}$$

$$2 - 2a = 0, a^2 - b = 0$$

따라서 $a = 1, b = 1$ 이므로 $ab = 1$

17. x 가 실수일 때, 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 가 $x = 2$ 에서 최댓값 3을 가질 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ☐ Ⓐ $a < 0$
- ☐ Ⓑ $4a + b = 0$
- ☐ Ⓒ $4a - c = -3$

- ☐ ① Ⓐ
- ☐ ② Ⓑ
- ☐ ③ Ⓐ, Ⓑ
- ☐ ④ Ⓑ, Ⓒ
- ☒ ⑤ Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ

해설

$x = 2$ 에서 최댓값 3을 갖는 이차함수는
 $y = a(x - 2)^2 + 3 (a < 0)$ 이다.
 $ax^2 + bx + c = a(x - 2)^2 + 3$ 이므로
 $b = -4a, c = 4a + 3$ 이다.

18. 방정식 $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = 2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$f(1) = 1^3 - 6 \times 1^2 + 11 \times 1 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 1$ 을
인수로 갖는다.

따라서 $f(x)$ 를 $x - 1$ 로 나눈 몫을 다음 조립제법으로 구한다.

1		1	-6	11	-6
			1	-5	6
		1	-4	5	0

$\therefore f(x) = (x - 1)(x^2 - 5x + 6) = (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$

$\therefore x = 1$ 또는 $x = 2$ 또는 $x = 3$

19. 다음 연립방정식의 해가 아닌 것은?

$$\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$

① $x = 2\sqrt{5}, y = -\sqrt{5}$

② $x = -2\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$

③ $x = \frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

④ $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

⑤ $x = -\frac{5\sqrt{2}}{2}, y = -\frac{5\sqrt{2}}{2}$

해설

$$x^2 + xy - 2y^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x - y)(x + 2y) = 0$$

i) $x = y$ $x^2 + y^2 = 2y^2 = 25$

$$y = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}, x = \pm \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

ii) $x = -2y$

$$x^2 + y^2 = 5y^2 = 25$$

$$y^2 = 5 \quad y = \pm \sqrt{5}, x = \mp 2\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{해: } \left(\frac{5\sqrt{2}}{2}, \frac{5\sqrt{2}}{2} \right), \left(-\frac{5\sqrt{2}}{2}, -\frac{5\sqrt{2}}{2} \right)$$

$$(-2\sqrt{5}, \sqrt{5}), (2\sqrt{5}, -\sqrt{5})$$

20. 세 점 A(4, 2), B(0, -2), C(-2, 0) 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?

- ① 정삼각형 ② 둔각삼각형
③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$\triangle ABC$ 의 세변의 길이를 구하면

$$\begin{aligned} \overline{AB} &= \sqrt{(0-4)^2 + (-2-2)^2} \\ &= \sqrt{20} = 4\sqrt{5} \end{aligned}$$

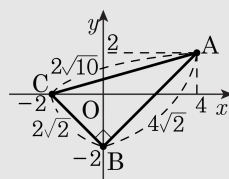
$$= \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\overline{BC} = \sqrt{(-2-0)^2 + \{0-(-2)\}^2} =$$

$$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{CA} = \sqrt{\{4 - (-2)\}^2 + (2 - 0)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

따라서 $\overline{CA}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2$ 이므로
 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.



21. 평행사변형 ABCD의 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(-3, 0)$, $B(-2, -2)$, $C(5, -2)$, $D(a, b)$ 이고, 선분 AC의 중점 $M(c, d)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

해설

평행사변형은 밑변과 윗변이 평행하면서 길이가 같아야 한다.

$A(-2-1, -2+2)$ 이므로 $D(5-1, -2+2)$ 에서

$D(4, 0)$ 임을 알 수 있다.

중점을 구하는 공식을 사용하면

$$c = \{5 + (-3)\} \div 2 = 1,$$

$$d = \{0 + (-2)\} \div 2 = -1$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d = 4 + 0 + 1 + (-1) = 4$$

22. 두 직선 $x - 2y + 3 = 0$, $2x + ay - 2 = 0$ 이 $a = \alpha$ 일 때 수직이고, $a = \beta$ 일 때 평행하다. $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

두 직선 $x - 2y + 3 = 0$, $2x + ay - 2 = 0$ 에 대하여

(1) 수직일 때, $1 \cdot 2 + (-2) \cdot a = 0 \quad \therefore \alpha = 1$

(2) 평행할 때, $\frac{1}{2} = \frac{-2}{a} \neq -\frac{3}{2}$ 이어야 하므로

$a = -4$, $\therefore \beta = -4$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 17$

23. 점 $(1, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접선을 그을 때 접선의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

원의 중심과 점 $(1, 3)$ 사이의 거리는 $\sqrt{10}$ 이므로
피타고라스의 정리에 의해 접선의 길이는 $\sqrt{10 - 1} = 3$

24. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-3)$ 에 의하여 직선 $x+ay+b=0$ 이 직선 $x-2y+10=0$ 으로 옮겨졌다고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+2, y-3)$ 에 의하여
직선 $x+ay+b=0$ 은
 $(x-2)+a(y+3)+b=0$ 으로 옮겨진다.
이 식을 정리하면 $x+ay+3a+b-2=0$ 이다.
이 식은 $x-2y+10=0$ 과 같은 식이므로
계수를 비교하면 $a=-2, 3a+b-2=10$
 $\therefore a=-2, b=18 \quad \therefore a+b=16$

25. $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7)+a$ 가 이차식의 완전제곱이 되도록 a 의 값을 정하면?

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$(\text{준식}) = (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) + a$$

여기서, $x^2 - 8x + 7 = X$ 로 놓으면

$$(\text{준식}) = X(X + 8) + a$$

$$= X^2 + 8X + a = (X + 4)^2 + a - 16$$

따라서 $a = 16$

26. $(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{49}x^{49} + a_{50}x^{50}$ 이라 할 때,
 $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2^{24} ④ 2^{25} ⑤ 2^{50}

해설

$$(1 - x - x^2)^{25} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{50}x^{50}$$

$x = 1$ 을 양변에 대입하면

$$-1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{50} \cdots \textcircled{1}$$

$x = -1$ 을 양변에 대입하면

$$1 = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{49} + a_{50} \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2}: 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50}) = 0$$

$$a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{50} = 0$$

27. $x-1$ 로 나누면 나머지가 3, $x-2$ 로 나누면 나머지가 7, $x-3$ 으로 나누면 나머지가 13이 되는 가장 낮은 차수의 다항식을 $f(x)$ 라 할 때, $f(-3)$ 의 값은?

① 7 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$$f(x) = k(x-1)(x-2)(x-3) + ax^2 + bx + c$$

$$f(1) = a + b + c = 3 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(2) = 4a + 2b + c = 7 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$$f(3) = 9a + 3b + c = 13 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 연립하여 풀면

$$a = 1, \quad b = 1, \quad c = 1$$

$f(x)$ 가 가장 낮은 차수가 되려면 $k = 0$

$$\therefore f(x) = x^2 + x + 1,$$

$$f(-3) = (-3)^2 + (-3) + 1 = 7$$

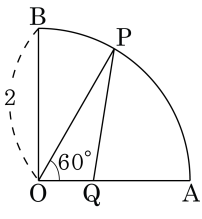
28. 반지름의 길이가 2 인 사분원 OAB 의 호 AB 위에 $\angle AOP = 60^\circ$ 가 되도록 점 P 를 정한다. 이 때, 선분 OA 위를 움직이는 점 Q 에 대하여 $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 의 최솟값은?

- ① $\frac{13}{4}$

② $\frac{7}{2}$

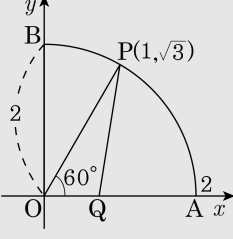
③ $\frac{15}{4}$
- ④ $\frac{17}{4}$

⑤ $\frac{9}{2}$



해설

아래 그림과 같이 좌표평면을 도입하여 생각해 보면



$A(2, 0), B(0, 2), P(1, \sqrt{3})$ 이 된다.

이 때, $Q(x, 0)$ 로 놓으면 $(0 < x < 2)$

$$\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2 = x^2 + (x - 1)^2 + (\sqrt{3})^2 = 2x^2 - 2x + 4 =$$

$$2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{7}{2}$$

따라서, $x = \frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{OQ}^2 + \overline{PQ}^2$ 은

최솟값 $\frac{7}{2}$ 을 갖는다.

29. 두 점 A(1, 4), B(5, 2)에 대하여 점 P는 x축 위를 움직이고 점 Q는 y축 위를 움직일 때, $AQ + PQ + BP$ 의 최솟값을 구하면?

- ① $2\sqrt{2}$
- ② $3\sqrt{2}$
- ③ $4\sqrt{2}$
- ④ $5\sqrt{2}$
- ⑤ $6\sqrt{2}$

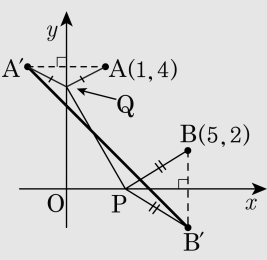
해설

다음 그림과 같이 점 A를 y축에 대하여 대칭이동한 점을 A', 점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B'이라고 하면

$A'(-1, 4), B'(5, -2)$

$$\begin{aligned}\therefore \overline{AQ} + \overline{PQ} + \overline{BP} &= \overline{A'Q} + \overline{PQ} + \overline{B'P} \\ &\geq \overline{A'B'} \\ &= \sqrt{(5+1)^2 + (-2-4)^2} \\ &= \sqrt{72} = 6\sqrt{2}\end{aligned}$$

따라서 구하는 최솟값은 $6\sqrt{2}$ 이다.



30. 서로 다른 두 직선 $2x - ay - 2 = 0$, $x - (a - 3)y - 3 = 0$ 이 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

해설

$$\begin{cases} 2x - ay - 2 = 0 \\ x - (a - 3)y - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{정리하면}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{a}x - \frac{2}{a} \\ y = \frac{1}{a-3}x - \frac{3}{a-3} \end{cases} \quad \text{평행하므로}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{1}{a-3}$$

$\therefore a = 6$ 대입하면

$$\begin{cases} x - 3y - 1 = 0 \\ x - 3y - 3 = 0 \end{cases}$$

$x - 3y - 1 = 0$ 위의 점 $(1, 0)$ 과 $x - 3y - 3 = 0$ 과의 거리는

$$\therefore \frac{|1 - 3|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

31. 실계수 이차방정식이 두 허근 α, β 를 갖고 $\alpha^2 + 2\beta = 1$ 일 때, 이 이차 방정식은?

① $x^2 + 2x + 3 = 0$

② $x^2 + 4x + 6 = 0$

③ $x^2 - 2x + 3 = 0$

④ $x^2 - 4x + 6 = 0$

⑤ $x^2 - 3x + 2 = 0$

해설

$$\alpha = m + ni, \beta = m - ni$$

(m, n : 실수, $n \neq 0$)라 놓으면

$$\begin{aligned}\alpha^2 + 2\beta &= (m + ni)^2 + 2(m - ni) \\ &= (m^2 - n^2 + 2m) + 2n(m - 1)i = 1 \text{ 에서}\end{aligned}$$

$$n \neq 0 \text{ 이므로 } m = 1, n^2 = 2$$

$$\alpha + \beta = 2m = 2$$

$$\alpha\beta = m^2 + n^2 = 3$$

$\therefore \alpha, \beta$ 를 두 근으로 갖는 이차방정식은

$$x^2 - 2x + 3 = 0$$

32. 중심이 C(4, 3) 이고 반지름의 길이가 2인 원이 있다. 원점에서 이 원에 그은 두 접선의 접점을 각각 P, Q 라 할 때, 직선 PQ 의 방정식을 구하면?

- ① $4x + 3y = 25$
- ② $4x + 3y = 21$
- ③ $3x + 4y = 16$
- ④ $3x + 4y = 25$
- ⑤ $3x + 4y = 21$

해설

구하고자 하는 직선 $y = ax + b$ 는 원점과 원의 중심인 (4, 3) 을 잇는 직선에 대해서 수직이므로,

$$a \times \frac{3}{4} = -1$$

$$\therefore a = -\frac{4}{3}$$

$$\therefore y = -\frac{4}{3}x + b, 4x + 3y - 3b = 0$$

직선 OC와 직선 PQ의 교점을 R 이라 하면 $\triangle OCQ$ 와 $\triangle OQR$ 은 서로 닮음이므로,

$$5 : \sqrt{21} = \sqrt{21} : x$$

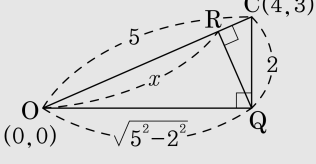
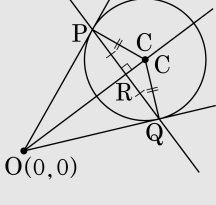
$$\therefore x = \frac{21}{5}$$

직선 PQ와 원점간의 거리가 $\frac{21}{5}$ 이므로

$$\frac{|-3b|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{21}{5}$$

$$|3b| = 21, b > 0 \text{ 이므로 } 3b = 21$$

$$\therefore 4x + 3y = 21$$



33. 어느 책 대여점에서는 이번 달 도서구입비 49 만 5 천원으로 1 권에 1500 원짜리 만화책과 1 권에 7500 원짜리 소설책을 구입하려 한다. 소설책의 수가 만화책의 수의 2 배 이상 3 배 이하가 되게 할 때, 구입할 도서의 총 수의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 : 권

▷ 정답 : 90 권

해설

소설책의 수를 y , 만화책의 수를 x 라 하면,
 $x \geq 0, y \geq 0$
 $2x \leq y \leq 3x$
 $1500x + 7500y \leq 495000$

$$\begin{cases} 2x \leq y \cdots \textcircled{1} \\ 3x \geq y \cdots \textcircled{2} \\ x + 5y \leq 330 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$

구입할 도서의 총수를 $x + y = k$ 라 놓으면,

$y = -x + k$
위의 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 과 $y = -x + k$ 을
그리면, 다음 그림과 같다.
 k 가 최대일 때는 점 $Q(30, 60)$ 을
지날 때이므로
최댓값은 $30 + 60 = 90(\text{권})$

