1. 다항식 $2x^2 + 5ax - a^2$ 을 다항식 $P(x)$ 로 나눈 몫이 $x + 3a$, 나머지가 $2a^2$ 일 때, 다항식 $(x + a)P(x)$ 를 나타낸 것은?

① $x^2 + 2ax - 2a^2$
② $x^2 - a^2$
③ $2x^2 + 3ax + a^2$
④ $2x^2 - 3ax - a^2$
⑤ $2x^2 + ax - a^2$

해설

$2x^2 + 5ax - a^2 = P(x)(x + 3a) + 2a^2$ 이므로
$P(x)(x + 3a) = 2x^2 + 5ax - 3a^2$
따라서, 다항식 $P(x)$ 는 $2x^2 + 5ax - 3a^2$ 을 $x + 3a$ 로 나눈 몫이므로
$P(x) = 2x - a$

$$\begin{aligned} \therefore\ (x+a)P(x) &= (x+a)(2x-a) \\ &= 2x^2 + ax - a^2 \end{aligned}$$

2. 다음 식 중에서 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?

① $(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

② $(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) = a^3+b^3+c^3-3abc$

③ $(a+b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

④ $(a-b)^3 = a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

⑤ $(a^2+a+1)(a^2-a+1) = a^4-a^2+1$

해설

⑤ $$\begin{aligned}(a^2+a+1)(a^2-a+1) &= (a^2+1)^2-a^2\\ &= a^4+a^2+1\end{aligned}$$

3. 두 다항식 $(1+x+x^2+x^3)^3$, $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의 x^3 의 계수를 각각 a, b라 할 때, $a-b$의 값은?

① 4^3-5^3 ② 3^3-3^4 ③ 0

④ 1 ⑤ -1

해설

두 다항식이 $1+x+x^2+x^3$을 포함하고 있으므로 $1+x+x^2+x^3=A$라 놓으면

$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$
$=(A+x^4)^3$
$=A^3+3A^2x^4+3Ax^8+x^{12}$
$=A^3+(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$

이 때 $(3A^2+3Ax^4+x^8)x^4$은 x^3 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의 x^3 의 계수는 같다.

$\therefore\ a-b=0$

4. $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 26 ⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times 2\times 10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times 10^{10}+12\times 10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times 6+10^5\times 12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

5. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c=2$, $a^2+b^2+c^2=6$, $abc=-1$ 일 때, $a^3+b^3+c^3$ 의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

$(a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^3+2(ab+bc+ca)$
$ab+bc+ca=-1$
$a^3+b^3+c^3$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)+3abc$
$=2\times(6-(-1))-3=11$

6. 등식 $2x^2-3x-1=a(x-1)(x-2)+bx(x-1)+cx(x-2)$이 x에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a+b+c$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$x=0$ 대입, $a=-\dfrac{1}{2}$

$x=2$ 대입, $b=\dfrac{1}{2}$

$x=1$ 대입, $c=2$

$\therefore\ a+b+c=-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}+2=2$

7. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b로 나눈 나머지가 $3x+4$이다. 상수 $a,\ b$의 값을 구하면?

① $a=-10,\ b=3$　② $a=10,\ b=3$

③ $a=-10,\ b=-3$　④ $a=7,\ b=3$

⑤ $a=-5,\ b=4$

해설

몫을 $x+c$라고 둔다면

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+c)+3x+4$

이차항의 계수 : $c+4=0$에서 $c=-4$

상수항 : $bc+4=-8$에서 $b=3$

일차항의 계수 : $4c+b+3=a$에서 $a=-10$

8. $x^3+2x^2-x+1=a(x-1)^3+b(x-1)^2+c(x-1)+d$가 x의 값에 관계없이 항상 성립하도록 하는 상수 $a+b+c+d$의 값은?

① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설

양변에 $x=2$를 대입하면

$8+8-2+1=a+b+c+d$

$\therefore\ a+b+c+d=15$

해설

(i) a, b, c, d의 값을 각각 구하려면 우변을 전개하여 계수비교를 하거나

(ii) 조립제법 : 좌변을 $x-1$로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b가 되고 마지막 몫의 계수가 a이다.

9. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$의 값은?

① 4　② $\frac{13}{3}$　③ $\frac{14}{3}$　④ 5　⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.
주어진 식에 $x=-1, x=2$를 각각 대입하면
$x=-1$일 때,
$(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)+1=5\cdots$①
$x=2$일 때, $(2)^3+m(2)^2+n\cdot 2+1=3\cdots$②
①, ②를 연립하면
$m=\frac{2}{3},\ n=-\frac{13}{3}$
$\therefore\ m-n=5$

10. x에 대한 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 나머지는 6이고, $(x-2)^2$으로 나눈 나머지는 $6x+1$이다. 이때, $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는?

① $6x+7$ ② $-6x+5$ ③ $7x+7$
④ $7x-1$ ⑤ $8x+13$

해설

$f(1)=6,\ f(x)=(x-2)^2q(x)+6x+1$
$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$에서
$f(1)=a+b=6,\ f(2)=2a+b=13$
$\therefore\ \ a=7,\ b=-1$
따라서 $f(x)$를 $(x-1)(x-2)$로 나눈 나머지는 $7x-1$이다.

11. 다항식 $f(x) = x^2 + ax + b$에 대하여 $f(x) - 2$는 $x - 1$로 나누어 떨어지고 $f(x) + 2$는 $x + 1$로 나누어 떨어진다. 이 때, $a - 2b$의 값은 ?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$f(x) - 2$ 는 $x - 1$로 떨어지므로
$f(1) - 2 = 0 \;\therefore\; 1 + a + b - 2 = 0$
$\therefore\; a + b = 1 \cdots$ ①
$f(x) + 2$ 는 $x + 1$로 나누어 떨어지므로
$f(-1) + 2 = 0 \;\therefore\; 1 - a + b + 2 = 0$
$\therefore\; -a + b = -3 \cdots$ ②
㉠, ㉡ 에서 $a = 2,\; b = -1 \quad \therefore a - 2b = 4$

12. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2-xy(y-x)=(x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2-27b^2=3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3-125=(4a+5)(16a^2-20a+25)$

④ $(x^2-x)(x^2-x+1)-6=(x^2-x+3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2-5x+3=(x-1)(2x-3)$

해설

$64a^3-125$
$=(4a)^3-(5)^3$
$=(4a-5)\left(16a^2+20a+25\right)$

13. 다음 중 $x^2+y^2+2xy-2x-2y$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x+y$　　② $-x-y$　　③ $x+y-2$
④ $x-y$　　⑤ $2x+2y$

해설

(준 식) $=(x^2+2xy+y^2)-2(x+y)$
$=(x+y)^2-2(x+y)$
$=(x+y)(x+y-2)$
한편,
$(x+y)(x+y-2)=-(-x-y)(x+y-2)$
$=\dfrac{1}{2}(2x+2y)(x+y-2)$

14. $16x^4-625y^4$을 옳게 인수분해한 것은?

① $(x+5y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$
② $(2x+y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$
③ $(2x+5y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$
④ $(x+5y)(x-5y)(4x^2+25y^2)$
⑤ $(2x+5y)(x-y)(4x^2+25y^2)$

해설

(준식) $=(4x^2)^2-(25y^2)^2$
$=(4x^2+25y^2)(4x^2-25y^2)$
$=(2x+5y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$

15. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$　② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$　④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\
&= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\
&= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\} \\
&= (2x + y - 2)(x - y - 1)
\end{aligned}
$$

16. $\dfrac{2002^3-1}{2002\times 2003+1}$ 의 값을 구하면?

① 1999 ② 2000 ③ 2001 ④ 2002 ⑤ 2003

해설

$a=2002$ 로 치환하면

$\dfrac{a^3-1}{a(a+1)+1}=\dfrac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}=a-1$

$\therefore\ 2002-1=2001$

17. $i^2 = -1$ 일 때, $(n+i)^4$ 이 정수가 되도록 하는 정수 n 의 개수는?

① 0 개　② 1 개　③ 2 개　④ 3 개　⑤ 4 개

해설

$(n+i)^4 = \left\{(n+i)^2\right\}^2 = (n^2-1+2ni)^2$
이것이 정수가 되려면 $n^2-1+2ni$ 가 정수가 되거나 순허수가 되어야 한다.
i) $n=0$ 일 때 성립
ii) $n^2-1=0$, $n=\pm 1$ 일 때 성립
따라서 구하는 정수의 개수는 3 개

해설

$(n+i)^4 = n^4-6n^2+1+i(4n^3-4n)$
이것이 실수이려면, $4n^3-4n=0$, $n=0$, ± 1
이 때 $(n+i)^4$ 은 모두 정수가 되므로, $(n+i)^4$ 이 정수가 되도록 하는 정수 n 의 개수는 3 개다.

18. $A = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $1 + A + A^2 + A^3 + \ \cdots \ + A^{2005}$ 의 값은?

① $-i$ ② 1 ③ 0 ④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$A = \frac{1-i}{1+i} = -i$

$1 + A + A^2 + A^3 + \ A^4 + \cdots + A^{2005}$

$= 1 + \{(-i) + (-1) + i + 1\} + \cdots + (-i)$

$= 1 - i$

19. $a=1+i$, $b=1-i$ 일 때, $\left(\frac{1}{a}\right)^2+\frac{1}{ab}+\left(\frac{1}{b}\right)^2$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$a^2=(1+i)^2=2i,\ b^2=(1-i)^2=-2i$,

$ab=(1+i)(1-i)=2$

$$\left(\frac{1}{a}\right)^2+\frac{1}{ab}+\left(\frac{1}{b}\right)^2=\frac{b^2+ab+a^2}{a^2b^2}$$

$$=\frac{-2i+2+2i}{4}$$

$$=\frac{1}{2}$$

20. 다음 보기 중 옳은 것의 개수는? (단, $i = \sqrt{-1}$)

ㄱ 16의 제곱근은 4이다.

ㄴ 실수를 제곱하면 양수 또는 0이다.

ㄷ 복소수 $z = a + bi$ (a, b는 실수)에 대하여 $z + \bar{z}$ 는 실수이다. (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수)

ㄹ 복소수 $z = a + bi$ (a, b는 실수)에 대하여 $z\bar{z}$는 실수이다. (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

ㅁ 복소수 $z = a + bi$ (a, b는 실수)에 대하여 $z = \bar{z}$이면 z는 실수이다. (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

ㄱ 제곱해서 16 이 되는 수 $4, -4$ ∴ 거짓
ㄴ 실수는 제곱하면 0보다 크거나 같다. ∴ 참
ㄷ $z = a + bi$, $\bar{z} = a - bi$, $z + \bar{z} = 2a$ ∴ 참
ㄹ $z\bar{z} = a^2 + b^2$ ∴ 참
ㅁ $z = \bar{z}$, $a + bi = a - bi$, $2bi = 0$, $b = 0$ ∴ $z = a = \bar{z}$ ∴ 참

21. 복소수 z 와 그 켤레복소수 $\bar{z}$에 대하여 $2z+3\bar{z}=5-2i$를 만족하는 복소수 z의 역수는?

① $-\frac{1}{3}-\frac{2}{3}i$　② $\frac{1}{3}+\frac{2}{3}i$　③ $-1-2i$
④ $-\frac{1}{5}+\frac{2}{5}i$　⑤ $\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

해설

$z=a+bi,\ \bar{z}=a-bi$ ($a,\ b$ 는 실수)라 두면
$2z+3\bar{z}=5-2i$
$2(a+bi)+3(a-bi)=5-2i$
$5a-bi=5-2i$
복소수 상등에 의하여
$a=1,\ b=2$
$\therefore\ z=1+2i$
(z의 역수)$=\frac{1}{1+2i}=\frac{1-2i}{5}=\frac{1}{5}-\frac{2}{5}i$

22. 두 실수 x, y 에 대하여 $\sqrt{x+3}\sqrt{y-3} = -\sqrt{(x+3)(y-3)}$ 이 성립할 때, $|x+3| - |y-3| + \sqrt{(x+y)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-2x-6$　　② $-2x-2y$　　③ 0

④ $2y-6$　　⑤ $2x+2y$

해설

$\sqrt{x+3}\sqrt{y-3} = -\sqrt{(x+3)(y-3)}$ 에서

$x+3 \le 0,\ y-3 \le 0 \rightarrow x+y \le 0$

$|x+3| - |y-3| + \sqrt{(x+y)^2}$

$= |x+3| - |y-3| + |x+y|$

$= -(x+3) + (y-3) - (x+y)$

$= -x-3+y-3-x-y$

$= -2x-6$

23. 이차방정식 $x^2 + 2|x| - 8 = 0$의 해는 ?

① $-2,\ 4$　　② $-2,\ 2$　　③ $-4,\ 4$

④ $-4,\ 2$　　⑤ $-4,\ -2,\ 2,\ 4$

해설

$x^2 + 2|x| - 8 = 0$에서

ⅰ) $x > 0$일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0,\ (x+4)(x-2) - 0$

$\therefore x = -4$ 또는 $x = 2$

그런데 $x > 0$이므로 $x = 2$

ⅱ) $x < 0$일 때,

$x^2 + 2x - 8 = 0,\ (x-4)(x+2) = 0$

$\therefore x = 4$ 또는 $x = -2$

그런데 $x < 0$이므로 $x = -2$

ⅰ), ⅱ)에서 구하는 해는 $-2,\ 2$

24. 0 이 아닌 두 실수 a, b에 대하여 $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$가 성립할 때, <보기>의 방정식 중 항상 실근이 존재하는 것을 모두 고른 것은?

보 기

㉠ $x^2 + ax + b = 0$	㉡ $x^2 + bx + a = 0$
㉢ $ax^2 + x + b = 0$	㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

① ㉠, ㉡　② ㉠, ㉣　③ ㉡, ㉢　④ ㉡, ㉣　⑤ ㉢, ㉣

해설

$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 이 만족하려면 $b > 0, a < 0$

㉠ $x^2 + ax + b = 0,\ D = a^2 - 4b$

$b \le \frac{a^2}{4}$ 일 때만 실근 존재

㉡ $x^2 + bx + a = 0$

$D = b^2 - 4a > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉢ $ax^2 + x + b = 0$

$D = 1 - 4ab > 0$ 항상 실근 존재 (○)

㉣ $bx^2 + ax + b = 0$

$D = a^2 - 4b^2,\ a^2 \ge 4b^2$ 일 때만 실근 존재

25. x에 대한 2차 방정식 $x^2-2ax+a^2+ka-2k+b=0$이 k값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$의 값은?

① 4　　② 8　　③ 2　　④ -2　　⑤ 15

해설

중근이면 판별식이 0이다.

$\Rightarrow \quad D' = a^2 - (a^2 + ka - 2k + b) = 0$

$-ka + 2k - b = 0$

$k(2-a) - b = 0$

$\therefore \quad a = 2 \quad b = 0 \quad a + b = 2$

26. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$의 두 근이 α, β이고, 이차방정식 $x^2 - (2a-1)x + 6 = 0$의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$일 때, $a^2 + b^2$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 9 ④ 13 ⑤ 25

해설

$x^2 - ax + b = 0$의 두 근이 α, β이므로
$\alpha + \beta = a$, $\alpha\beta = b$
$x^2 - (2a-1)x + 6 = 0$의 두 근이 a, b이므로
근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} a + b = 2a - 1 \ \cdots\cdots ㉠ \\ ab = 6 \ \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $b = a - 1$이것을 ㉡에 대입하면
$a(a-1) = 6$, $a^2 - a - 6 = 0$, $(a+2)(a-3) = 0$에서
$a = -2$ 또는 $a = 3$
$\therefore (a,\ b) = (-2,\ -3), (3,\ 2)$
어느 경우에도 $a^2 + b^2 = 4 + 9 = 13$이다.

27. 이차방정식 $x^2-2x+3=0$의 두 근을 $\alpha,\ \beta$라 할 때, $\alpha-\frac{1}{\beta},\ \beta-\frac{1}{\alpha}$을 두 근으로 갖는 이차방정식을 구하면?

① $x^2+\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}=0$　② $x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}=0$

③ $x^2+\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}=0$　④ $x^2-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}=0$

⑤ $x^2+\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}=0$

해설

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=3$이므로

$$\begin{aligned}\left(\alpha-\frac{1}{\beta}\right)+\left(\beta-\frac{1}{\alpha}\right)&=(\alpha+\beta)-\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)\\&=\alpha+\beta-\frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta}\\&=2-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}\end{aligned}$$

$$\left(\alpha-\frac{1}{\beta}\right)\times\left(\beta-\frac{1}{\alpha}\right)=\alpha\beta+\frac{1}{\alpha\beta}-2=\frac{4}{3}$$

따라서 구하는 이차방정식은

$x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}=0$

28. 이차방정식 $x^2+(m+1)x+(m+4)=0$의 두 근이 모두 양수일 때, 실수 m의 범위는?

① $-5<m\le -3$ ② $-4<m\le -3$ ③ $-4<m\le -2$

④ $-4<m\le -1$ ⑤ $-4<m\le 0$

해설

두 근을 $\alpha,\ \beta$라 하면

$\alpha+\beta=-(m+1)\ \cdots\cdots$㉠

$\alpha\beta=m+4\ \cdots\cdots$㉡

$\alpha>0,\ \beta>0$이므로 $D\ge 0,\ \alpha+\beta>0,\ \alpha\beta>0$

(i) $D\ge 0$

$(m+1)^2-4(m+4)>0$

$m^2-2m-15\ge 0$

$(m+3)(m-5)\ge 0$

$m\le -3$ 또는 $m\ge 5\ \cdots$㉢

(ii) $\alpha+\beta>0$

㉠에서 $-(m+1)>0\ \therefore m<-1\ \cdots$㉣

(iii) $\alpha\beta>0$

㉡에서 $m+4>0 \therefore m>-4\ \cdots$㉤

$\therefore$㉢, ㉣, ㉤에서

$-4<m\le -3$

29. 직선 $y = ax + 1$ 이 두 이차함수 $y = x^2 + x + 2$, $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프와 모두 만나지 않도록 상수 a 의 값의 범위를 정하면 $\alpha < a < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

직선과 이차함수를 연립하여 판별식이
0 보다 작으면 직선과 이차함수가 만나지 않는다.

1) $ax + 1 = x^2 + x + 2$	2) $ax + 1 = -x^2 + 4x$
$\Rightarrow x^2 + (1 - a)x + 1 = 0$	$\Rightarrow x^2 + (a - 4)x + 1 = 0$
$D = (a - 1)^2 - 4 < 0$	$\Rightarrow D = (a - 4)^2 - 4 < 0$
$\Rightarrow -1 < a < 3$	$\Rightarrow 2 < a < 6$

$\therefore$ 1), 2) 의 공통 해 : $2 < a < 3$
$\therefore \alpha + \beta = 5$

30. $y = x^2 - 2|x| + 2(-1 \le x \le 3)$ 의 최댓값, 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2|x| + 2(-1 \le x \le 3)$ 에서

(i) $-1 \le x < 0$ 일 때,

$y = x^2 + 2x + 2 = (x+1)^2 + 1$

(ii) $0 < x \le 3$ 일 때,

$y = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ 이므로

$\therefore\ M = 5,\ m = 1 \quad \therefore\ M + m = 5 + 1 = 6$

31. x 에 대한 이차함수 $f(x)=x^2-2x-a^2+4a+3$ 의 최솟값을 $g(a)$ 라 할 때, $g(a)$ 의 최댓값은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$f(x)=x^2-2x-a^2+4a+3$
$=(x-1)^2-a^2+4a+2$
따라서, $f(x)$ 의 최솟값은 $g(a)=-a^2+4a+2$
$g(a)=-(a-2)^2+6$ 에서
$g(a)$ 의 최댓값은 6 이다.

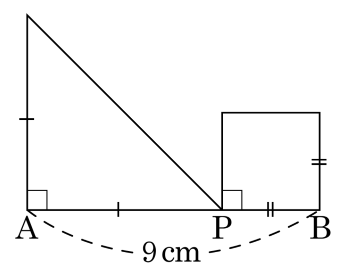
32. 실수 x, y 가 방정식 $4x^2+y^2-16x+2y+13=0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값과 최솟값을 구하면 ?

① 최댓값 1, 최솟값 -3
② 최댓값 3, 최솟값 -1
③ 최댓값 3, 최솟값 1
④ 최댓값 -1, 최솟값 -3
⑤ 최댓값 4, 최솟값 -1

해설

x에 관해 내림차순으로 정리하면
$4x^2-16x+y^2+2y+13=0$
실수의 해를 가지므로
$\frac{D}{4}=(-8)^2-4(y^2+2y+13)\geq 0$
$\therefore\ y^2+2y-3\leq 0$
$\therefore\ (y+3)(y-1)\leq 0$
$\therefore\ -3\leq y\leq 1$
따라서, 최댓값은 1, 최솟값은 -3

33. 길이가 9 cm 인 선분 AB 위에 점 P 를 잡아서 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형과 정사각형을 만들어 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 선분 AP 의 길이는?



① 6cm ② 5.5cm ③ 5cm

④ 4.5cm ⑤ 4cm

해설

선분 AP 의 길이를 x 라 하고 직각이등변삼각형과 정사각형의 넓이의 합을 S 라 하면

$S=\frac{1}{2}x^2+(9-x)^2=\frac{3}{2}(x-6)^2+27$

따라서 $\overline{AP}=6(\text{cm})$ 일 때 넓이가 최소이다.