

1. 우리나라 강 이름의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① 한강 $\in A$

② 황하강 $\in A$

③ 라인강 $\notin A$

④ 섬진강 $\in A$

⑤ 아마존강 $\notin A$

해설

② 황하강은 중국의 강이다.

③ 라인강은 독일과 유럽을 흐르는 강이다.

2. 다음 중 집합의 원소가 없는 것은?

① $\{0\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수 중 홀수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 3 \times x = -1 \text{인 자연수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 11 < x \leq 12 \text{인 자연수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } x \leq 1 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{0\}$

② $\{1\}$

④ $\{12\}$

⑤ $\{1\}$

3. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① 우리 중학교에서 키가 큰 학생의 모임
- ② 우리 중학교에서 학급 회장들의 모임
- ③ 0 보다 크고 1 보다 작은 자연수의 모임
- ④ 가장 작은 자연수의 모임
- ⑤ 0 에 가장 가까운 분수의 모임

해설

- ① '키가 큰' 이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ⑤ 0 에 가장 가까운 분수는 알 수 없다.

4. 다음에서 집합이 아닌 것을 모두 골라라.

- ㉠ 6의 약수의 모임
- ㉡ 100보다 큰 수 중에 100에 가까운 수들의 모임
- ㉢ 100보다 큰 모든 자연수들의 모임
- ㉣ 우리 반에서 키가 제일 큰 학생의 모임
- ㉤ 잘생긴 남학생의 모임

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

- ㉡ '가까운'이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.
- ㉤ '잘생긴'이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

5. 다음은 집합이 아니다. 밑줄 친 부분을 고쳐 집합이 되는 문장으로 고쳤을 때, 잘못 고친 것은?

① 작은 사람의 모임 → 키가 160cm 보다 작은 사람의 모임

② 우리반에서 눈이 큰 학생의 모임 → 우리반에서 눈이 가장 큰 학생의 모임

③ 머리가 큰 사람의 모임 → 머리가 작은 사람의 모임

④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 50만명 보다 많은 도시의 모임

⑤ 몸무게가 가벼운 연예인의 모임 → 몸무게가 40kg이 넘지 않는 모임

해설

③ ‘작은’이란 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

6. 다음은 밑줄친 부분 때문에 집합이 되지 않는 문장이다. 집합이 되도록 밑줄친 부분을 고칠 때, 알맞게 고친 것은?

- ① 행운의 숫자들의 모임 → 5보다 큰 숫자들의 모임
- ② 우리반에서 눈이 작은 학생들의 모임 → 우리반에서 눈이 큰 학생들의 모임
- ③ 노래 잘하는 학생들의 모임 → 노래 못하는 학생들의 모임
- ④ 인구가 많은 도시의 모임 → 인구가 적은 도시의 모임
- ⑤ 키가 작은 학생들의 모임 → 키가 큰 학생들의 모임

해설

① ‘행운’이란 단어는 기준이 분명하지 않으므로 집합이 될 수 없다.

7. 공집합이 아닌 실수의 부분집합 A 가 $x \in A$ 이면 $2x \in A$ 를 만족한다. 이때, 집합 A 가 유한집합이 된다고 할 때, 집합 A 의 원소를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x \in A$ 이면 $2x \in A$, $2x \in A$ 이면 $2 \cdot 2x = 4x \in A$, ... 등과 같이 모든 자연수 n 에 대해 $2^n \cdot x \in A$ 가 된다.

$x \neq 0$ 이라면, $x \neq 2x$ 가 되고,

$2^n \cdot x$ 는 모두 서로 다른 원소가 되어 집합 A 는 무한집합이 된다.

그러므로 집합 A 가 유한집합이 되려면 $2^n \cdot x$ 가 모두 같은 원소 0이 되어야 한다.

$\therefore A = 0$ 이므로 A 의 원소는 0이다.

8. 집합 S 는 다음 조건을 만족한다고 한다.

- (i) $2 \notin S$, $a \in S$ 이면 $\frac{1}{2-a} \in S$
(ii) 3은 집합 S 의 원소이다.

이때, 집합 S 의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3 \in S$ 이므로 조건에 대입하면

$\frac{1}{2-3} \in S$ 에서 $-1 \in S$ 이다.

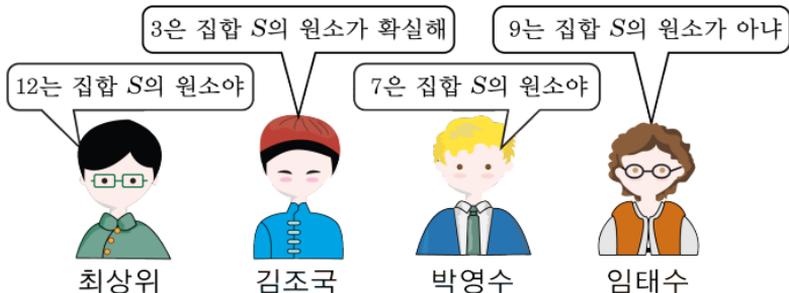
또 $\frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \in S$ 이고,

다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{1}{3}} = \frac{3}{5} \in S$

또 다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{3}{5}} = \frac{5}{7} \in S, \dots$

계속하면 $\frac{2n-1}{2n+1}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 꼴의 수만 나타난다.

9. 10이하의 3의 배수의 집합을 S 라고 할 때, 다음 중 올바르게 말한 사람을 찾아라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 김조국

해설

10이하의 3의 배수는 3, 6, 9이다.

$$\therefore S = \{3, 6, 9\}$$

최상위 : 12는 집합 S 의 원소가 아니다.

김조국 : 3은 집합 S 의 원소이다.

박영수 : 7은 집합 S 의 원소가 아니다.

임태수 : 9는 집합 S 의 원소이다.

10. 다음 중 집합의 원소를 구한 것 중 옳지 않은 것은?

① 5보다 작은 자연수의 모임 → 1, 2, 3, 4

② 10이하의 소수의 모임 → 2, 3, 5

③ 우리 나라 사계절의 모임 → 봄, 여름, 가을, 겨울

④ 사군자의 모임 → 매화, 난초, 국화, 대나무

⑤ 8의 약수의 모임 → 1, 2, 4, 8

해설

② 10이하의 소수의 모임 → 2, 3, 5, 7

11. 6보다 작은 짝수의 집합을 A 라고 할 때, 기호 \in, \notin 이 옳게 사용된 것을 보기에서 모두 고르면?

보기

㉠ $1 \notin A$

㉡ $2 \in A$

㉢ $3 \in A$

㉣ $4 \notin A$

㉤ $5 \in A$

㉥ $6 \notin A$

① ㉠, ㉡, ㉥

② ㉡, ㉣, ㉥

③ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤, ㉥

해설

집합 A 의 원소는 2, 4이다.

옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉥이다.

12. 다음 집합 중에서 원소나열법을 조건제시법으로, 조건제시법을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\} = \{0\}$

② $A = \{x \mid x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots\}$

③ $\{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$

④ $\{1, 2, 3, \dots, 100\} = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$

⑤ $\{11, 13, 15, 17, 19\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 큰 홀수}\}$

해설

① \emptyset

③ $\{x \mid x \text{는 짝수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 크고 } 20 \text{보다 작은 홀수}\}$

13. 집합 $S = \{(x, y) | ax + by + 5 = 0\}$ 에 대하여 $(1, 7) \in S$, $(-4, -3) \in S$ 일 때 ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$(1, 7) \in S$ 이므로

$$a + 7b + 5 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$(-4, -3) \in S$ 이므로

$$-4a - 3b + 5 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 에서

$$a = 2, b = -1$$

$$\therefore ab = -2$$

14. 다음 중 무한집합인 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$

해설

- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이하의 자연수}\} = \{1\}$ 이므로 유한집합이다.
- ② $\{x \mid x \text{는 } 0 \times x = 1 \text{인 수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 기약분수}\} = \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots \right\}$ 이므로 무한집합이다.
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 미만의 } 7 \text{의 배수}\} = \{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ 이므로 유한집합이다.
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \times x = 12 \text{인 자연수}\}$ 는 원소가 존재하지 않으므로 공집합 즉, 유한집합이다.

15. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1시간씩 달리기 연습을 한다.
- ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
- ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
- ㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
- ㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
- ㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임
- ㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

- ㉠ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ ‘좋은’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ ‘잘하는’이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ ‘비교적’이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ ‘아름다운’은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } n \text{보다 큰 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $8 \notin A$ 이고 $12 \in A$ 를 만족하는 모든 자연수 n 의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

8 은 포함하지 않고 12 는 포함하므로

$A = \{12, 16, 20, 24 \dots\}$ 이다.

이것을 만족하는 n 의 값은 8, 9, 10, 11 이다.

따라서 모든 n 의 값의 합은 38 이다.

17. 다음 집합 중에서 무한집합인 것을 모두 고르면?

① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 100 \text{이하의 홀수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } x \geq 5 \text{인 수}\}$

④ $\{x \mid x \text{는 } 0 < x < 1 \text{인 분수}\}$

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 < x < 7 \text{인 자연수}\}$

해설

① $\{5, 10, 15, 20, \dots\}$ 무한집합

② $\{1, 3, 5, 7, \dots, 97, 99\}$ 유한집합

③ $\{5, 6, 7, 8, \dots\}$ 무한집합

④ $\left\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\}$ 무한집합

⑤ 공집합

18. 집합 M 을 $M = \{3a + 5b \mid a, b \text{는 음이 아닌 정수}\}$ 로 정의할 때, 다음 중 옳은 것은?

㉠ $89 \in M, 97 \in M$

㉡ $K \in M \Rightarrow K + 3 \in M$

㉢ 두 자리의 모든 자연수는 M 의 원소이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $89 = 9 + 80 = 3 \times 3 + 5 \times 16 \in M$

$97 = 27 + 70 = 3 \times 9 + 5 \times 14 \in M$

㉡ $3a + 5b = K$ 라 하면

$K + 3 = 3(a + 1) + 5b \in M$

㉢ $10 = 3 \times 0 + 5 \times 2$

$11 = 3 \times 2 + 5 \times 1$

$12 = 3 \times 4 + 5 \times 0$

$13 = 3 \times 1 + 5 \times 2$

$14 = 3 \times 3 + 5 \times 1$

이므로 15이후의 자연수는 $10+5 = 15, 11+5 = 16, 12+5 = 17, 13+5 = 18, 14+5 = 19 \dots$ 의 꼴로 표현이 가능하다.

따라서 두 자리의 모든 자연수는 M 의 원소이다.

19. 이차함수 $f(x) = x^2 + x - 2$ 에서 $X = \{n | 1 \leq n \leq 100, n \text{은 정수}\}$,
 $Y = \{y | y = f(n), n \in X\}$ 이고 집합 Y 의 원소가 3의 배수일 때
 $n(X \cap Y^c)$ 값을 구하면?

① 60

② 86

③ 98

④ 102

⑤ 126

해설

$$f(n) = n^2 + n - 2 = (n+2)(n-1)$$

$n+2$ 와 $n-1$ 의 차이가 3 이므로 $n+2$ 가 3 의 배수이면 당연히
 $n-1$ 도 3 의 배수가 된 $n+2 = 3k, n = 3k-2$

$$n = 1 \text{일 때 : } f(1) = 0$$

$$n = 4 \text{일 때 : } f(4) = 18$$

$$n = 7 \text{일 때 : } f(7) = 54$$

$$n = 10 \text{일 때 : } f(10) = 108 \dots \text{에서}$$

$$X = \{1, 2, 3, \dots, 100\}, X \cap Y = \{18, 54\}$$

$$n(X \cap Y^c) = n(X - Y) = 98$$