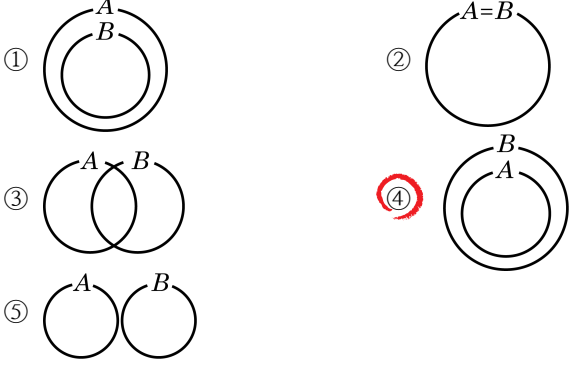


1. 다음 벤 다이어그램 중 $A \subset B$ 인 것은? (단, $A \neq B$)



해설

① $B \subset A$

② $A = B$

④ $A \subset B$

2. 다음 중 옳지 않게 연결된 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 3, 5\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 20\text{미만의 } 4\text{의 배수}\} = \{4, 8, 12, 16\}$
- ⑤ $\{x \mid x = 2 \times n + 1, 1 \leq n \leq 3, n \text{은 자연수}\} = \{3, 5, 7\}$

해설

① $\{x \mid x \text{는 } 5\text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

3. 집합 $A = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은 ?

① $A \supset \{1, 2\}$

② $A \ni \{1, 2\}$

③ $A \supset \{\{1, 2\}\}$

④ $A \ni \{1\}$

⑤ $A \supset \emptyset$

해설

$\{1, 2\}$ 는 A 의 원소이고 또 A 의 부분집합도 된다. $\therefore A \ni \{1, 2\}, A \supset \{1, 2\}$
 $\{1\}$ 은 A 의 부분집합이지만 A 의 원소는 아니다. $\therefore A \supset \{1\}, A \not\ni \{1\}, A \ni 1$

4. 집합 {1, 3, 5, 7} 에서 원소 1 을 포함하고 5 를 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개 ④ 6 개 ⑤ 8 개

해설

$$2^{(1, 5\text{를 뺀 원소의 개수})} = 2^{4-2} = 2^2 = 4(\text{개})$$

5. 두 집합이 서로 같지 않은 것은?

① $A = \{1, 2, 3\}, B = \{2, 3, 1\}$

② $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{x|x\text{는 } 8 \text{ 이하의 짝수}\}$

③ $A = \{a, b, c\}, B = \{c, b, a\}$

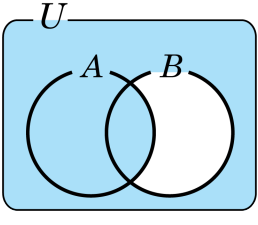
④ $A = \{x|x\text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x|x\text{는 } 6 \text{ 이하의 홀수}\}$

⑤ $A = \{3, 6, 9, 12\}, B = \{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$

해설

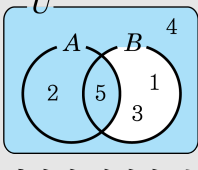
⑤ $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\} \neq A$

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 5\}, B = \{1, 3, 5\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{2, 4\}$
- ② $\{4, 5\}$
- ③ $\{2, 4, 5\}$
- ④ $\{1, 2, 3, 4\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설



따라서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $\{2, 4, 5\}$ 이다.

7. 수열 $-3, a, b, c, 13$ 이 이 순서로 등차수열을 이룰 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$a - (-3) = d$$

$$b - a = d$$

$$c - b = d$$

$$13 - c = d$$

좌변은 좌변끼리, 우변은 우변끼리

$$\text{더하면 } 13 - (-3) = 4d \therefore d = 4$$

$$\therefore a = -3 + 4 = 1$$

$$b = 1 + 4 = 5$$

$$c = 5 + 4 = 9$$

$$\therefore a + b + c = 15$$

8. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$ 의 값은?

① $\frac{1}{6}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{5}{6}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} \\&= \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) \\&= 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}\end{aligned}$$

9. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x|x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$, $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것은?
- ① $\{4, 5\}$
 - ② $\{2, 4, 5, 6\}$
 - ③ $\{x|x \text{는 } 2 \leq x < 7 \text{인 자연수}\}$
 - ④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\}$
 - ⑤ $\{x|x \text{는 } 5 \text{이하의 자연수}\}$

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 B 는 원소 4, 5 를 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

④ $\{x|x \text{는 } 7 \text{미만의 소수}\} = \{2, 3, 5\} \neq 4$

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- $\neg (A^c) = A$
- $A \cup A^c = U$
- $A \cap A^c = \emptyset$
- $(A \cup B) \subset B$
- $U^c = \emptyset$

- ① $\neg, \subset, \subset, \supset, \supset$

② $\neg, \subset, \subset, \supset, \supset$

③ $\neg, \subset, \supset$

④ $\neg, \supset$

⑤ $\supset$

해설

$B \subset (A \cup B)$

11. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 3, 5\}, B = \{2, 5\}$ 에 대하여

$(A \cup B)^c \subset X, (A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$$(A \cup B)^c = \{4\}, (A - B)^c = \{2, 4, 5\}$$

$(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$, 즉 $\{4\} \subset X \subset \{2, 4, 5\}$ 이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

12. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 등식이 성립하지 않는 것은?

① $A \cap (A \cap B)^c = A - B$

② $A \cap (A \cup B)^c = \phi$

③ $(A \cup B)^c \cup (A \cap B^c) = B^c$

④ $(A \cup B) \cap (A^c \cap B)^c = A$

⑤ $(A - B) \cap (A - C) = A - (B \cap C)$

해설

⑤ $(A - B) \cap (A - C) = (A \cap B^c) \cap (A \cap C^c) = A \cap (B^c \cap C^c)$
 $= A \cap (B \cup C)^c = A - (B \cup C)$

13. 자연수 k 의 양의 배수를 원소로 하는 집합을 A_k 라 할 때, $A_3 \cap (A_2 \cup A_6)$ 을 간단히 한 것을 고르면?

① A_3

② A_4

③ A_5

④ A_2

⑤ A_6

해설

$$A_3 \cap (A_2 \cup A_6) = A_3 \cap A_2 = A_6$$

14. 다음 중 참인 명제는?

- ① 직사각형은 마름모이다.
- ② 평행사변형은 직사각형이다.
- ③ 사다리꼴이면 정사각형이다.
- ④ 정삼각형이면 이등변삼각형이다.
- ⑤ 삼각형 ABC 가 직각삼각형이면 $\angle A = 90^\circ$ 이다.

해설

- ④ 이등변삼각형의 집합은 정삼각형의 집합을 포함하고 있으므로 참이다.

15. 다음 보기의 명제 중에서 역, 이, 대우가 모두 거짓인 명제는?

- ㉠ $x^2 \neq x$ 이면 $x \neq 1$ 이다.

㉡ $x^2 < 1$ 이면 $|x| < 1$ 이다.

㉢ $x = 0$ 이면 $x^2 + 1 = 0$ 이다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉢
- ④ ㉠, ㉡
- ⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠의 대우 : $x = 1$ 이면 $x^2 = x$ 이다. (참)
㉡의 역 : $|x| < 1$ 이면 $x^2 < 1$ 이다. (참)
㉢ : $x = 0$ 이면 $x^2 + 1 = 0$ 이다. (거짓)
따라서 대우도 거짓
㉢의 역 : $x^2 + 1 = 0$ 이면 $x = 0$ 이다. (거짓)
따라서 이도 거짓
따라서 역, 이, 대우가 모두 거짓인 명제는 ㉢ 하나뿐이다.

16. 다음 [보기] 중 p 가 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건이 아닌 것은?

보기

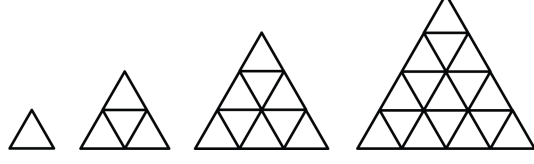
- ㉠ $p : x^2 + y^2 = 0, q : xy = 0$
- ㉡ $p : x^2 = 16, q : x = 4$
- ㉢ $p : x, y$ 는 유리수, $q : x + y, xy$ 는 유리수

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $x^2 + y^2 = 0 \rightarrow x = 0$ 그리고 $y = 0$
 $xy = 0 \rightarrow x = 0$ 또는 $y = 0$
 $P \subset Q$ 이므로 p 는 q 이기 위한 ‘충분조건’
㉡ $x^2 = 16 \rightarrow x = \pm 4$
 $Q \subset P$ 이므로 p 는 q 이기 위한 ‘필요조건’
㉢ x, y 는 유리수 $\rightarrow x + y, xy$ 는 유리수,
 p 는 q 이기 위한 ‘충분조건’
반례 : $x = 1 + \sqrt{2}, y = 1 - \sqrt{2}$
 $\rightarrow x + y = 2, xy = -1$

17. 정삼각형 모양의 타일을 이용하여 다음 그림과 같이 각 변의 길이가 처음 삼각형의 한 변의 길이의 2배, 3배, 4배, ... 인 정삼각형 모양을 계속하여 만든다. 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 6 배인 정삼각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수는?



- ① 30개 ② 32개 ③ 34개 ④ 36개 ⑤ 38개

해설

타일의 개수를 $\{a_n\}$ 이라 하면

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 4$$

$$a_3 = 9$$

⋮

$$\therefore a_n = n^2$$

$$\therefore a_6 = 36$$

18. 2와 162 사이에 세 수 b_1, b_2, b_3 을 넣었더니 2, $b_1, b_2, b_3, 162$ 의 순서로 등비수열을 이루었다. 이때 b_2 의 값은?

① 12 ② 18 ③ 20 ④ 24 ⑤ 36

해설

2, $b_1, b_2, b_3, 162$ 가 이 순서대로 등비수열을 이루므로
2, $b_2, 162$ 도 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

$$\therefore 2 \times 162 = b_2^2$$

$$\therefore b_2 = 18 \quad (\because b_2 > 0)$$

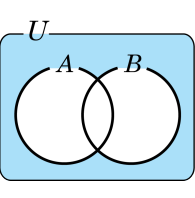
19. $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 1)^2 = 100$, $\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2)^2 = 200$ 일 때, $\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 값은?

- ① 35 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 55

해설

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^{10} (a_k^2 + 2a_k + 1) &= 100 \cdots \textcircled{A} \\ \sum_{k=1}^{10} (a_k^2 + 4a_k + 4) &= 200 \cdots \textcircled{B} \\ \textcircled{B} - \textcircled{A} \text{을 하면 } \sum_{k=1}^{10} (2a_k + 3) &= 100 \\ 2 \sum_{k=1}^{10} a_k + 30 &= 100, \quad 2 \sum_{k=1}^{10} a_k = 70 \\ \therefore \sum_{k=1}^{10} a_k &= 35 \end{aligned}$$

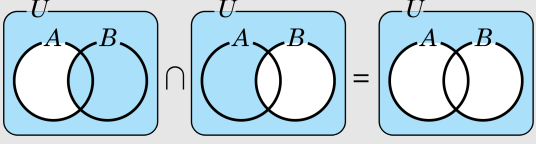
20. 다음 중 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?



- ① $(A \cap B)^c$
- ② $A^c \cap B^c$
- ③ $U - (A \cap B)$
- ④ $U - (A \cup B)$
- ⑤ $(A \cup B)^c$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$



21. 전체집합 U 의 임의의 부분집합을 A 라 하고 조건 p, q 를 만족시키는 집합을 P, Q 라 하자. $(A \cap P) \cup (A^c \cap Q) = (A \cap P) \cup Q$ 가 성립할 때 다음 중 참인 명제는?

① $\sim q \rightarrow p$

② $p \rightarrow q$

③ $p \leftrightarrow q$

④ $q \rightarrow p$

⑤ $q \rightarrow \sim p$

해설

집합 A 가 전체집합 U 의 임의의 부분집합이므로 $A = U$ 라 놓으면, 좌변 : $(U \cap P) \cup (\emptyset \cap Q) = P \cup \emptyset = P$
우변 : $(U \cap P) \cup Q = P \cup Q \therefore P = P \cup Q$ 이므로 $Q \subset P$
 $\therefore q \rightarrow p$ 는 참이다.

22. x 에 관한 삼차방정식 $x^3 - 9x^2 + 23x - k = 0$ 의 세 실근이 등차수열을 이룰 때, 상수 k 의 값은?

① 9 ② 11 ③ 13 ④ 15 ⑤ 17

해설

세 근을 $a-d$, a , $a+d$ 라 하면 근과 계수의 관계에 의해

$$(a-d) + a + (a+d) = 3a = 9 \quad \therefore a = 3$$

$$(3-d) \cdot 3 + (3-d)(3+d) + 3 \cdot (3+d) = 23$$

$$9 - 3d + 9 - d^2 + 9 + 3d = 23$$

$$27 - d^2 = 23, \quad d^2 = 4 \quad \therefore d = \pm 2$$

$$\text{그런데 } (3-d) \cdot 3 \cdot (3+d) = k$$

$$3(9-d^2) = k$$

$$3(9-4) = k \quad \therefore k = 15$$

$$a = 3, \quad k = 15$$