

1. 다음 중 집합인 것은?

① 키가 큰 학생들의 모임

② 1보다 작은 자연수의 모임

③ 100에 가장 가까운 수들의 모임

④ 아름다운 꽃들의 모임

⑤ 유명한 성악가의 모임

해설

② 1보다 작은 자연수의 모임은 공집합이므로 집합이다.

①, ③, ④, ⑤는 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

2. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\emptyset \in A$

② $\{1, 2\} \subset A$

③ $\{1, 2\} \in A$

④ $\emptyset \subset A$

⑤ $n(A) = 5$

해설

⑤ $n(A) = 4$

3. 다음 중 옳은 것은?

① $\{\emptyset\} \subset \emptyset$

② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \subset B$

③ $\{4, 5\} \subset \{5, 2 \times 2\}$

④ $\{a, b, c, e\} \subset \{a, b, c, d, f\}$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면, $\{1, 3, 5, 7\} \subset A$ 이다.

해설

① $\{\emptyset\} \not\subset \emptyset$

② $A \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 이고 $A \subset B$ 이면 $\{1, 5\} \not\subset B$

④ $\{a, b, c, e\} \not\subset \{a, b, c, d, f\}$

⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$ 이면,
 $\{1, 3, 5, 7\} \not\subset A$

4. 다음 중 $A \neq B$ 인 것은?

① $A = \{2, 4, 8\}, B = \{8, 2, 4\}$

② $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$

③ $A = \{a, b, c, 3\}, B = \{3, c, b, a\}$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{ 이하의 홀수}\}$

⑤ $A = \{5, 10, 15, \dots\}, B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\}$

해설

$$\begin{aligned} B &= \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 } 5 \text{의 배수}\} \\ &= \{5, 10, 15, \dots, 100\} \neq A \end{aligned}$$

5. 다음에서 두 집합 A , B 가 서로소인 것을 고르면?

① $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 소수}\}$

② $A = \{x \mid x \geq 1 \text{인 실수}\}$, $B = \{x \mid x \leq 1 \text{인 실수}\}$

③ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$

④ $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$

⑤ $A = \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\}$,
 $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

해설

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid x = 2n + 1, n \text{은 자연수}\} \\ &= \{3, 5, 7, 9, \dots\} \end{aligned}$$

6. 전체 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2\}$, $A - B = \{1, 3\}$, $(A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $B - A$ 는?

① $\{1\}$

② $\{5\}$

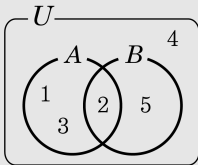
③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 5\}$

⑤ $\{3, 5\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B - A = \{5\}$ 이다.



7. 세 집합 $A = \{2, 4, 5, 6, 8\}$, $B = \{1, 3, 4, 6, 7\}$, $C = \{4, 7, 8, 9\}$ 에 대하여 $(A - B) \cap C$ 는?

① $\{3\}$

② $\{8\}$

③ $\{3, 8\}$

④ $\{3, 8, 9\}$

⑤ $\{3, 5, 7\}$

해설

$(A - B) \cap C = \{2, 5, 8\} \cap \{4, 7, 8, 9\} = \{8\}$ 이다.

8. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 + 2n - 1$ 일 때, a_{20} 의 값은?

① 38

② 39

③ 41

④ 42

⑤ 43

해설

$$a_{20} = S_{20} - S_{19}$$

$$S_{20} = 20^2 + 40 - 1 = 439,$$

$$S_{19} = 19^2 + 38 - 1 = 398$$

$$\therefore a_{20} = 439 - 398 = 41$$

9. 양수 x, y 에 대하여 $\sqrt{2} + 1, x, \sqrt{2} - 1, y$ 가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, $x + y$ 의 값은?

① $-2\sqrt{2}$

② $1 - 2\sqrt{2}$

③ $4 - 2\sqrt{2}$

④ $1 + 2\sqrt{2}$

⑤ $4 + 2\sqrt{2}$

해설

x 는 $\sqrt{2} + 1$ 과 $\sqrt{2} - 1$ 의 등비중항이므로

$$x^2 = (\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1) \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = 1 \quad (\because x > 0)$$

따라서 이 수열의 공비는 $\sqrt{2} - 1$ 이므로

$$y = (\sqrt{2} - 1)^2 = 3 - 2\sqrt{2}$$

$$\therefore x + y = 4 - \sqrt{2}$$

10. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$ 이다.

② $A \subset (A \cup B)$

③ $A \cap B = B \cap A$

④ $A \cup \emptyset = A$

⑤ $A \cup A = A$

해설

① $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$

11. 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } 99 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 99 \text{ 이하의 } 9 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B)$ 의 원소의 개수는?

① 3개

② 9개

③ 13개

④ 31개

⑤ 33개

해설

$n(A) = 33$, $n(B) = 11$, $n(A \cap B) = 11$ 이므로

$n(A \cup B) = 33 + 11 - 11 = 33$

12. 우리 반 학생 중에서 형이 있는 학생이 15 명, 누나가 있는 학생이 10 명이고, 형과 누나가 모두 있는 학생이 5 명이다. 형이나 누나가 있는 학생의 수는?

① 10 명

② 12 명

③ 15 명

④ 17 명

⑤ 20 명

해설

형이 있는 학생을 A 라 하면 $n(A) = 15$

누나가 있는 학생을 B 라 하면 $n(B) = 10$

형과 누나가 모두 있는 학생은 $A \cap B$ 이므로 $n(A \cap B) = 5$

형이나 누나가 있는 학생은 $A \cup B$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\ &= 15 + 10 - 5 = 20\end{aligned}$$

따라서 형이나 누나가 있는 학생은 모두 20 명이다.

13. 다음 명제 중 참인 것은?

- ① p 가 소수이면 $\sqrt{p}$ 는 무리수이다.
- ② $x < y$ 이면 $\frac{1}{x} > \frac{1}{y}$ 이다. (단, $x \neq 0, y \neq 0$)
- ③ $\triangle ABC$ 가 직각삼각형이면 $\overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AC}^2$ 이다.
- ④ $a + b$ 가 짝수이면 a, b 는 짝수이다.
- ⑤ 12와 18의 공약수는 9의 약수이다.

해설

- ① 소수 $p = k^2$ 이 될 수 없으므로 $\sqrt{p}$ 는 무리수
- ② 반례 : $x = -1, y = 1$, 즉 두 수의 부호가 다르면 성립하지 않는다.
- ③ 직각삼각형의 빗변이 $\overline{AC}$ 이 아닌 다른 변이 될 수도 있다.
- ④ 반례 : $a = 1, b = 3$
- ⑤ 12와 18의 공약수는 6의 약수이다.

14. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 보기에서 반드시 참인 것을 모두 고르면?

㉠ $p \rightarrow r$

㉡ $r \rightarrow p$

㉢ $p \rightarrow \sim r$

㉤ $q \rightarrow \sim r$

㉥ $r \rightarrow \sim p$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉠, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

$p \rightarrow q$ 가 참이고, 또한 $r \rightarrow \sim q$ 가 참이므로 그 대우명제인 $q \rightarrow \sim r$ 가 참. $\therefore p \rightarrow q \rightarrow \sim r$

즉, $p \rightarrow \sim r, q \rightarrow \sim r$ 가 참이고 또한 $p \rightarrow \sim r$ 이 참이므로 그 대우인 $r \rightarrow \sim p$ 도 참이다.

따라서 ㉢, ㉤, ㉥이 참이다.

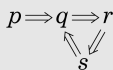
15. 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건, r 은 s 이기 위한 충분조건, q 는 s 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① q 는 p 이기 위한 충분조건이다.
- ② r 은 p 이기 위한 충분조건이다.
- ③ p 는 r 이기 위한 필요충분조건이다.
- ④ r 은 s 이기 위한 필요충분조건이다.
- ⑤ s 는 p 이기 위한 필요충분조건이다.

해설

주어진 조건을 그림처럼 도식화 해보면 q, r, s 는 서로 필요충분조건이고 p 는 q, r, s 이기 위한 충분조건이다.

∴ ④



16. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 두 등차수열 $\{2a_n\}$, $\{3a_n + 2\}$ 의 공차의 합은?

①

10

② 12

③ 14

④ 16

⑤ 18

해설

수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 2이므로

$$a_{n+1} - a_n = 2$$

수열 $\{2a_n\}$ 의 공차를 d_1 이라 하면

$$d_1 = 2a_{n+1} - 2a_n = 2(a_{n+1} - a_n) = 2 \times 2 = 4$$

수열 $\{3a_n + 2\}$ 의 공차를 d_2 이라 하면

$$d_2 = (3a_{n+1} + 2) - (3a_n + 2) = 3(a_{n+1} - a_n) = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore d_1 + d_2 = 4 + 6 = 10$$

17. 100 만원을 월이율 2%, 1 개월마다의 복리로 빌릴 때, 1 년 후에는 얼마를 갚아야 하는가?(단, $1.02^{12} = 1.2682$)

① 1258200 원

② 1268200 원

③ 1278200 원

④ 1288200 원

⑤ 1298200 원

해설

$$\begin{aligned} S &= 1000000(1 + 0.02)^{12} = 10^6 \times 1.02^{12} \\ &= 10^6 \times 1.2682 = 1268200(\text{원}) \end{aligned}$$

18. 수열 $1 \cdot 1, 2 \cdot 3, 3 \cdot 5, 4 \cdot 7, \dots$ 에서 첫째항부터 제 n 항까지의 합은?

① $\frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$

② $\frac{1}{6}n(n+1)(2n-2)$

③ $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

④ $\frac{1}{6}n(n+1)(4n-1)$

⑤ $\frac{1}{6}n(n+1)(4n+1)$

해설

주어진 수열의 일반항을 a_k 라 하면

$$a_k = k(2k-1) = 2k^2 - k$$

$$\therefore \sum_{k=1}^n (2k^2 - k)$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) - \frac{1}{2}n(n+1)$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1) \{2(2n+1) - 3\}$$

$$= \frac{1}{6}n(n+1)(4n-1)$$

19. 세 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라고 하면 $P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참인 명제가 아닌 것은?

① $r \rightarrow p$

② $\sim p \rightarrow \sim q$

③ $\sim p \rightarrow \sim r$

④ $\sim r \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim q \rightarrow \sim r$

해설

$P \cup Q = P, Q \cap R = R$ 이면

$Q \subset P, R \subset Q$ 이므로 $q \rightarrow p, r \rightarrow q$ 가 참

$R \subset Q \subset P$ 이므로 $r \rightarrow p$ 가 참

$Q \subset P, R \subset Q$ 이면 $Q^c \supset P^c, R^c \supset Q^c$ 이므로 $\sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$ 이 참

해설

'주어진 명제가 참일 때, 그 대우도 참'을 이용하여 $q \rightarrow p, r \rightarrow q$ 가 참이면 $\sim p \rightarrow \sim q, \sim q \rightarrow \sim r$ 가 참임을 쉽게 판단할 수 있다.

20. 다음 식의 값은?

$$\frac{1}{1 + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}$$

① 9

② $3\sqrt{11} - \sqrt{2}$

③ $\sqrt{99} - 1$

④ $\sqrt{101} - 1$

⑤ 11

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \sum_{k=1}^{99} \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}} = \sum_{k=1}^{99} (\sqrt{k+1} - \sqrt{k}) \\&= (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \cdots + (\sqrt{100} - \sqrt{99}) \\&= \sqrt{100} - 1 = 9\end{aligned}$$

21. $\frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{5^2-1} + \frac{1}{7^2-1} + \cdots + \frac{1}{21^2-1}$ 의 값은?

① $\frac{1}{22}$

② $\frac{3}{22}$

③ $\frac{5}{22}$

④ $\frac{7}{22}$

⑤ $\frac{9}{22}$

해설

$$a_n = \frac{1}{(2n+1)^2-1} = \frac{1}{(2n+1-1)(2n+1+1)}$$

$$= \frac{1}{2n \cdot (2n+2)}$$

$$= \frac{1}{4n(n+1)}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{n+1-n} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$$

$$\sum_{k=1}^{10} a_k$$

$$= \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right)$$

$$= \frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{11} \right) = \frac{10}{44} = \frac{5}{22}$$

22. 자연수를 원소로 가지는 집합 S 가 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ 이다.' 를 만족한다. 이 때, 집합 S 의 개수는?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

집합 S 의 원소는 자연수이어야 하므로 x 가 자연수이어야 한다. 또한, 조건 ' $x \in S$ 이면 $(4-x) \in S$ ' 로부터 x 가 S 의 원소이면 $(4-x)$ 도 S 의 원소이므로 $(4-x)$ 도 자연수이다. $1 \in S$ 이면 $(4-1) \in S$, 즉 $3 \in S$, $2 \in S$ 이면 $(4-2) \in S$, 즉 $2 \in S$, $3 \in S$ 이면 $(4-3) \in S$, 즉 $1 \in S$ 이므로 1과 3은 동시에 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아니어야 한다.

한편, 2는 혼자서 S 의 원소이거나 S 의 원소가 아닐 수 있다.

따라서 두 집합 $S_1 = \{2\}$, $S_2 = \{1, 3\}$ 의 원소들을 동시에 갖거나 갖지 않는 모든 집합들을 보면 S_1 만을 가질 때에는 $\{2\}$, S_2 만을 가질 때에는 $\{1, 3\}$, S_1, S_2 를 모두 가질 때에는 $\{1, 2, 3\}$ 이다. 따라서 3개이다.