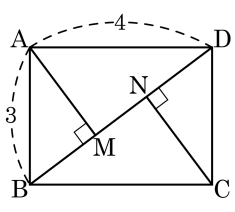
1. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{MN}$ 의 길이는?



① 1.2 ② 1.4 ③ 1.6 ④ 1.8 ⑤ 2

해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{BD} = \sqrt{3^2+4^2} = 5$

$5 \times \overline{AM} = 3 \times 4$

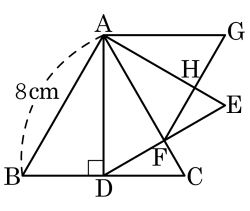
$\therefore \overline{AM} = \dfrac{12}{5}$

$\overline{BM} = \sqrt{3^2 - \left(\dfrac{12}{5}\right)^2} = \dfrac{9}{5}$

$\triangle ABM \equiv \triangle CDN$ (ASA합동) 이므로 $\overline{BM} = \overline{DN}$

$\therefore \overline{MN} = 5 - \dfrac{9}{5} \times 2 = 1.4$

2. 다음 그림은 크기가 다른 정삼각형 3 개를 겹쳐 그린 것이다. 가장 큰 정삼각형 ABC 의 한 변의 길이가 8 cm 일 때, 가장 작은 정삼각형 AFG 의 넓이를 구하여라.



① $7\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

③ $8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ④ $9\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

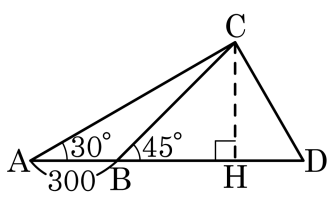
1) $\overline{AD} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\overline{AF} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 6\ (\mathrm{cm})$

2) $\triangle AFG$ 는 한 변의 길이가 6 cm 인 정삼각형이므로 $S = \frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.

$\therefore\ \triangle AFG = 9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 300$, $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 45°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는?

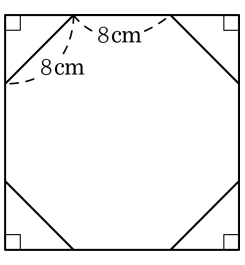


① $300(1+\sqrt{2})$ ② $300(1-\sqrt{2})$ ③ $150(\sqrt{3}+1)$
④ $150(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $150(\sqrt{2}+1)$

해설

$\overline{CH} = x$ 라 하면, $\overline{BH} = x$
$\triangle ACH$ 에서, $\overline{CH} : \overline{AH} = 1 : \sqrt{3}$
$x : (300+x) = 1 : \sqrt{3}$
$300 + x = \sqrt{3}x$
$(\sqrt{3}-1)x = 300$
$x = 150(\sqrt{3}+1)$

4. 다음 그림과 같이 정사각형 모양의 종이를 네 모퉁이를 잘라 내어 한 변의 길이가 8 cm 인 정팔각형을 만들었다. 처음의 정사각형의 한 변의 길이를 구하면?



① $(4+4\sqrt{2})$ cm ② $(4+8\sqrt{2})$ cm

③ $(6+8\sqrt{2})$ cm ④ $(8+\sqrt{2})$ cm

⑤ $(8+8\sqrt{2})$ cm

해설

정팔각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$

잘라낸 부분은 직각이등변삼각형

$x:8=1:\sqrt{2}$

$x=4\sqrt{2}$

$\therefore (8+8\sqrt{2})$ cm

5. 두 점 A(1, 2) B(−5, 0) 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하여라.

① $(0, -5)$ ② $(0, -4)$ ③ $(0, -3)$

④ $(0, -2)$ ⑤ $(0, -1)$

해설

점 P 의 좌표를 $(0,\ p)$ 라 하면

$\overline{\mathrm{BP}} = \sqrt{25 + p^2}$

$\overline{\mathrm{AP}} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{AP}}$ 이므로

$\sqrt{25 + p^2} = \sqrt{1 + (p-2)^2}$

$25 + p^2 = 1 + (p-2)^2$

$-4p = 20$

$p = -5 \therefore$ P$(0, -5)$

6. 세 점 A(2, 5) , B(3, 2) , C(a, 0) 으로 이루어지는 △ABC 가 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라.
(단, 빗변은 $\overline{AC}$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : −3

해설

$\overline{AB}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-3)^2+(5-2)^2} = \sqrt{10}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(3-a)^2+2^2}$ 이고,
$\overline{AC}$ 의 길이를 구하면 $\sqrt{(2-a)^2+5^2}$ 이다. $\overline{AC}$ 가 빗변이므로 $\overline{AC^2} = \overline{AB^2} + \overline{BC^2}$, $a^2-4a+29 = 10+a^2-6a+13$, $2a = -6$, $a = -3$ 이다.

7. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$ 의 그래프의 꼭짓점과 y 축과의 교점, 그리고 원점을 이어 삼각형을 만들었다. 이 삼각형의 둘레의 길이가 $a + b\sqrt{c}$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?(단, a, b, c는 유리수, c는 최소의 자연수)

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 1$

$y = -\frac{1}{4}(x-4)^2 + 3$ 이므로

꼭짓점의 좌표는 $(4,\ 3)$ 이다.

y 축과의 교점은 x 좌표가 0 일 때이므로 $(0,\ -1)$

따라서

꼭짓점 - 원점의 거리

$= \sqrt{(4-0)^2 + (3-0)^2} = 5$

y 축과의 교점-원점의 거리 $= 1$

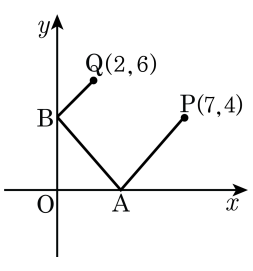
꼭짓점-y 축과의 교점의 거리

$= \sqrt{(4-0)^2 + \{3-(-1)\}^2} = 4\sqrt{2}$

$\therefore$ 삼각형의 둘레$= 6 + 4\sqrt{2}$ 이므로

$a + b + c$ 의 값은 12 이다.

8. 좌표평면 위에 두 점 P(7, 4), Q(2, 6)이 있다. 빛이 점 P에서 출발하여 x 축, y 축을 거쳐서 점 Q에 이를 때, 점 P에서 점 Q까지의 경과 거리를 구하여라.



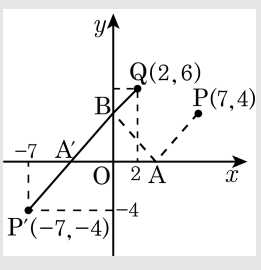
▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{181}$

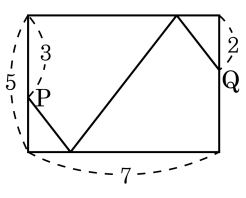
해설

$\sqrt{(2+7)^2+(6+4)^2} = \sqrt{181}$

$\therefore$ 경과 거리는 $\sqrt{181}$이다.



9. 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 상자에서 개미가 입구 P 를 출발하여 다음 그림과 같이 움직여 출구 Q 로 빠져 나왔다. 이 때, 개미가 지나간 최단 거리는?

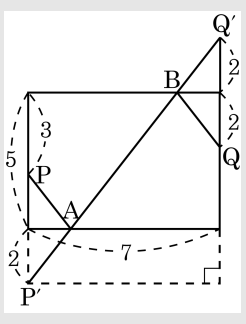


① $\sqrt{70}$ ② $\sqrt{105}$ ③ $\sqrt{130}$

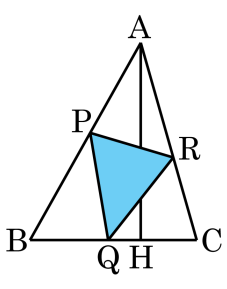
④ $2\sqrt{35}$ ⑤ $5\sqrt{5}$

해설

그림에서 점 Q 를 선분에 대칭이동한 점을 Q′ , 점 P 를 선분에 대칭이동한 점을 P′ 라 하면
$\overline{BQ} = \overline{BQ'}$, $\overline{AP} = \overline{AP'}$ 이므로 P → A → B → Q로 가는 경로의 최단 거리는 $\overline{P'Q'}$과 같다.
∴ 최단 거리= $\overline{P'Q'} = \sqrt{7^2 + 9^2} = \sqrt{130}$ 이다.



10. 다음과 같이 $\angle A = 45°$ 인 예각삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발 H 에 대하여 $\overline{AH} = 4$ 일 때, 삼각형 ABC 에 내접하는 삼각형 PQR 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{2}$

해설

위의 그림과 같이 점 Q 의 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 대한 대칭점을 각각 Q′, Q″ 라 하면

$\overline{PQ} = \overline{PQ'}$, $\overline{RQ} = \overline{RQ''}$

$\angle Q'AQ'' = 2(\bullet + \times) = 90°$ 이고,

$\triangle PQR$ 의 둘레의 길이는

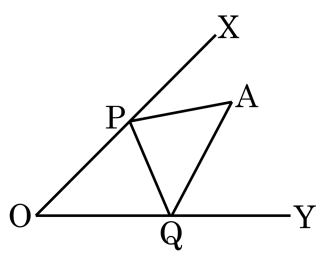
$\overline{PQ} + \overline{QR} + \overline{RP} = \overline{PQ'} + \overline{Q''R} + \overline{RP} \geq \overline{Q'Q''}$

그런데 $\overline{AQ'} = \overline{AQ''} = \overline{AQ}$ 이므로 $\overline{AQ}$ 가 최소일 때, 즉 $\overline{AQ}$ 가 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선일 때, $\overline{Q'Q''}$ 가 최소가 된다.

이때, $\overline{AQ} = \overline{AH} = 4$ 이므로 $\triangle PQR$ 의 둘레의 길이의 최솟값은

$\overline{Q'Q''} = \sqrt{4^2 + 4^2} = 4\sqrt{2}$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle XOY = 45°$ 이고, $\overline{OA} = 20$ 인 점 A 에서 반직선 OX, OY 위의 점 P, Q 를 거쳐서 다시 돌아오는 경로의 길이의 최솟값을 구하여라.

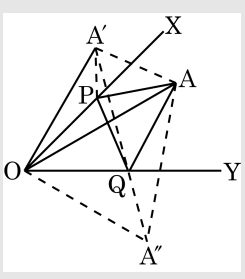


▶ 답:

▷ 정답: $20\sqrt{2}$

해설

구하는 최단 경로는 삼각형 APQ 의 둘레의 길이와 같다.
이때, 점 A 를 반직선 OX 와 OY 에 대해 대칭이동한 점을 A′, A″ 라 하면



$\overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P} + \overline{PQ} + \overline{QA''}$ 이므로
삼각형 APQ 의 최솟값은 $\overline{A'A''}$ 의 길이이다.
삼각형 A′OA″ 는 두 변의 길이가 20으로 같고 $\angle A'OA'' = 90°$ 인 직각이등변삼각형이므로
$\overline{A'A''} = \sqrt{20^2 + 20^2} = 20\sqrt{2}$ 이다.

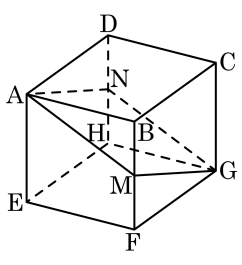
12. 직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이고 대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 96

해설

직육면체의 세 모서리의 길이의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로 세 변의 길이를 각각 k, $2k$, $3k$ (k는 양의 실수)로 나타낼 수 있다.
대각선의 길이가 $4\sqrt{14}$ 이므로
$\sqrt{k^2 + (2k)^2 + (3k)^2} = 4\sqrt{14}$
$14k^2 = 224$, $k^2 = 16$
$k > 0$ 이므로 $k = 4$
따라서 세 변의 길이는 4, 8, 12 이다.
따라서 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합은 $4 \times (4 + 8 + 12) = 96$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 10 cm 인 정육면체에서 점 M, N 은 각각 모서리 $\overline{BF}$, $\overline{DH}$ 의 중점이다. 이 때, 네 점 A, M, G, N 을 차례로 이어서 생기는 마름모의 넓이를 구하여라.



① $50\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ ② $50\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $100\,\mathrm{cm}^2$ ④ $50\sqrt{5}\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $50\sqrt{6}\,\mathrm{cm}^2$

해설

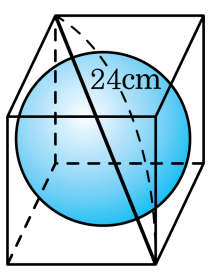
(마름모의 넓이) = (대각선) × (대각선) × $\frac{1}{2}$

$\overline{AG} = \sqrt{10^2+10^2+10^2} = 10\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{MN} = \sqrt{10^2+10^2} = 10\sqrt{2}$ (cm)

따라서 $10\sqrt{3} \times 10\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 50\sqrt{6}$ (cm^2) 이다.

14. 대각선의 길이가 24 cm 인 정육면체 안에 꼭 맞는 구가 있다. 이 구의 부피를 구하여라.



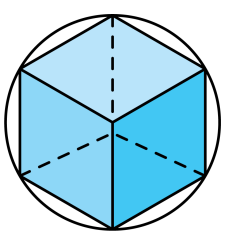
▶ 답 : $\underline{\text{cm}^3}$

▷ 정답 : $256\sqrt{3}\pi\,\underline{\text{cm}^3}$

해설

정육면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면
$\sqrt{3}x = 24$
$\therefore x = 8\sqrt{3}(\text{cm})$
구의 반지름의 길이 : $8\sqrt{3} \div 2 = 4\sqrt{3}(\text{cm})$
따라서 구의 부피는 $\frac{4}{3}\pi \times (4\sqrt{3})^3 = 256\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 8 cm 인 정육면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

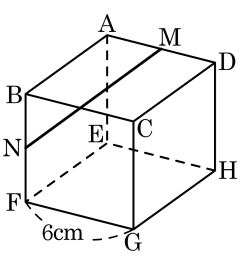
▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육면체에 외접하는 구의 중심은 정육면체의 두 대각선의 교점이므로 구의 반지름은 대각선의 길이의 반이다.

$$\begin{aligned}(\text{반지름}) &= \frac{1}{2} \times (\text{대각선의 길이}) \\ &= \frac{1}{2} \times \sqrt{8^2 + 8^2 + 8^2} \\ &= \frac{1}{2} \times 8\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}\end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 6 cm 인 정육면체에서 $\overline{AD}$, $\overline{BF}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $3\sqrt{6}$ cm

해설

$\triangle ANM$ 은 $\angle NAM = 90°$ 인 직각삼각형

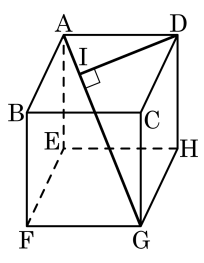
$\overline{MN}^2 = \overline{AN}^2 + \overline{AM}^2$

$= \overline{AB}^2 + \overline{BN}^2 + \overline{AM}^2$

$= 6^2 + 3^2 + 3^2 = 54$

$\therefore \overline{MN} = 3\sqrt{6}$ (cm)

17. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체가 있다. 점 D 에서 대각선 AG 에 내린 수선 DI 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

해설

한 모서리의 길이가 a 인 정육면체의 대각선의 길이는 $\sqrt{3}a$ 이므로

$\overline{\mathrm{AG}} = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 6\ (\mathrm{cm})$

$\triangle \mathrm{DGH}$ 에서 $\overline{\mathrm{DG}}^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 24$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DG}} = 2\sqrt{6}\ (\mathrm{cm})\ \left(\because\ \overline{\mathrm{DG}} > 0\right)$

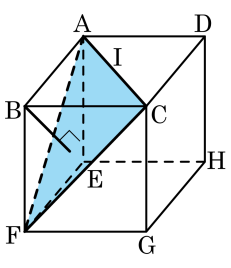
$\triangle \mathrm{AGD}$ 에서 $\angle \mathrm{ADG} = 90^\circ$ 이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AD}} \times \overline{\mathrm{DG}} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AG}} \times \overline{\mathrm{DI}}$

$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{6} = \frac{1}{2} \times 6 \times \overline{\mathrm{DI}}$

$\therefore\ \overline{\mathrm{DI}} = 2\sqrt{2}\ (\mathrm{cm})$

18. 한 모서리의 길이가 4 cm 인 정육면체 ABCD–EFGH 에 대하여 점 B 에서 △AFC 에 내린 수선의 길이를 h 라 할 때, h는 $a\sqrt{b}$ cm 이다. $a \times b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



▶ 답:

▷ 정답: $a \times b = 4$

해설

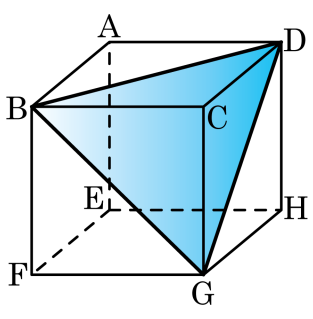
삼각뿔 F–ABC 의 부피는 $\frac{1}{3} \times \triangle ABC \times \overline{BF} = \frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 4\right) \times 4 = \frac{32}{3}(\text{cm}^3)$

△AFC 는 한 변의 길이가 $4\sqrt{2}$cm 인 정삼각형이므로 $\triangle AFC = \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{2})^2 = 8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\frac{32}{3} = \frac{1}{3} \times 8\sqrt{3} \times h \therefore\ h = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ cm 이다.

따라서 $a \times b = \frac{4}{3} \times 3 = 4$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 정육면체의 꼭짓점 C 에서 삼각형 BGD 에 내린 수선의 길이가 18 일 때, 정육면체의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $18\sqrt{3}$

해설

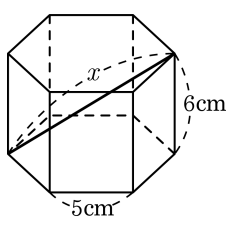
정육면체의 한 모서리의 길이를 a 라 하면,
입체도형 C – BDG 의 부피에서

$\frac{1}{3} \times \triangle BCG \times \overline{CD} = \frac{1}{3} \times \triangle BGD \times 18$

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times a \times a \times a = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times (\sqrt{2}a)^2 \times 18$

$a^3 = 18\sqrt{3}a^2 \quad \therefore \ a = 18\sqrt{3}$

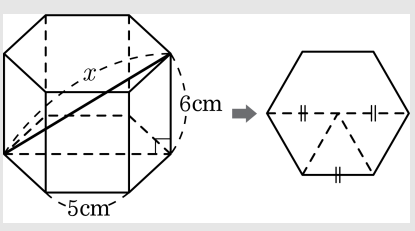
20. 다음 그림과 같이 밑면은 한 변의 길이가 5cm 인 정육각형이고, 높이가 6cm 인 정육각기둥에서 x의 길이를 구하면 ?



① $2\sqrt{17}$cm ② $2\sqrt{34}$cm ③ $2\sqrt{43}$cm

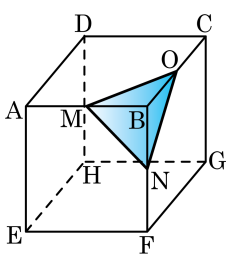
④ $17\sqrt{2}$cm ⑤ $17\sqrt{3}$cm

해설



$x = \sqrt{10^2 + 6^2} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}(cm)$

21. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 16 인 정육면체에서 점 M, N , O 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BF}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle MNO$ 의 넓이가 $a\sqrt{b}$ 일 때 $a \times b$ 의 값을 구하여라.(단, b는 최소의 자연수)



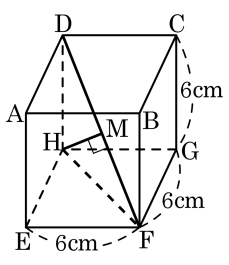
▶ 답 :

▷ 정답 : $a \times b = 96$

해설

점 M, N , O 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BF}$, $\overline{BC}$ 의 중점이므로
$\overline{MB} = \overline{BN} = \overline{BO} = 8$
따라서 $\overline{MN} = \overline{MO} = \overline{NO} = 8\sqrt{2}$
$\triangle MNO$ 의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times (8\sqrt{2})^2 = 32\sqrt{3}$ 이다.
$\therefore\ a \times b = 96$ 이다.

22. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 6cm 인 정육면체이다. 점 H 에서 대각선 DF 에 내린 수선의 발 M 까지의 거리를 구하여라.



① $2\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ② $6\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ ③ $2\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

④ $6\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $3\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{\mathrm{HF}} = 6\sqrt{2},\ \overline{\mathrm{DF}} = \sqrt{6^2 + \left(6\sqrt{2}\right)^2} = 6\sqrt{3}$

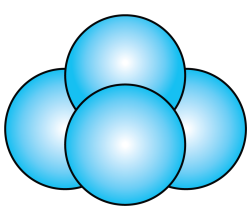
$\triangle \mathrm{DHF} = \overline{\mathrm{DH}} \times \overline{\mathrm{HF}} \times \frac{1}{2} = \overline{\mathrm{DF}} \times \overline{\mathrm{HM}} \times \frac{1}{2}$ 이므로

$6 \times 6\sqrt{2} \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3} \times \overline{\mathrm{HM}} \times \frac{1}{2}$

$18\sqrt{2} = 3\sqrt{3} \times \overline{\mathrm{HM}}$

$\therefore \overline{\mathrm{HM}} = \frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6}(\,\mathrm{cm})$

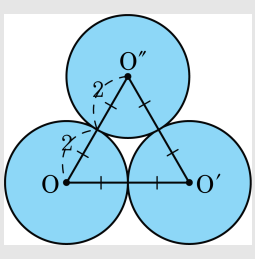
23. 다음 그림과 같이 한 개의 평면 위에 반지름이 2 인 세 개의 구를 2 개씩 외접하도록 놓고 그 위에 반지름이 같은 구를 한 개 더 놓는다. 이 때, 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체의 부피는?



① $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{64\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{32\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

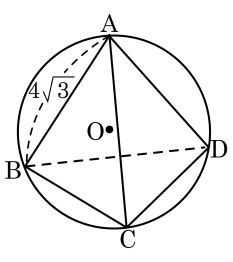
해설

반지름이 2 인 세 개의 구의 중심을 이은 도형은 길이가 4 인 정삼각형이므로 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체는 정사면체이다.



따라서 정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 4^3 = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 $4\sqrt{3}$ 인 정사면체에 외접하는 구의 반지름의 길이를 구하여라.

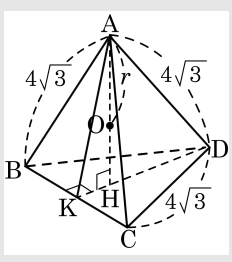


▶ 답:

▷ 정답: $3\sqrt{2}$

해설

그림과 같이 구의 중심 O 는 점 A 에서 △BCD 에 내린 수선 AH 위에 있다.



또, 점 H 는 △BCD 의 무게중심이므로

$\overline{DH} = \frac{2}{3}\overline{DK} = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4\sqrt{3} = 4$

△ADH 는 직각삼각형이므로

$\overline{AH} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - \overline{DH}^2}$

$= \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 4^2} = 4\sqrt{2}$

정사면체가 구에 내접하려면 $\overline{OA} = \overline{OD} = r$ 이어야 한다.

그런데 △OHD 는 직각삼각형이므로

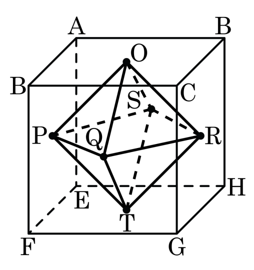
$\overline{OH}^2 + \overline{DH}^2 = \overline{OD}^2$, $\left(\overline{AH} - r\right)^2 + \overline{DH}^2 = r^2$

$\left(4\sqrt{2} - r\right)^2 + 4^2 = r^2$,

$32 - 8\sqrt{2}r + r^2 + 16 = r^2$, $8\sqrt{2}r = 48$

$\therefore\ r = 3\sqrt{2}$

25. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정육면체에서 각 면의 대각선의 교점을 연결하여 만든 정팔면체 OPQRST 의 부피를 구하여라.



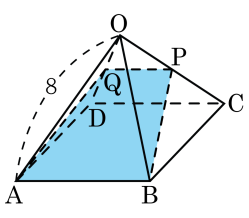
▶ 답 : ______ cm^3

▷ 정답 : 288 cm^3

해설

정팔면체의 한 모서리의 길이는 $6\sqrt{2}$ cm 이고 정사각뿔 O – PQRS 의 높이는 6 cm 이므로
(정팔면체의 부피)
$= 2 \times \left(\frac{1}{3} \times 6\sqrt{2} \times 6\sqrt{2} \times 6\right) = 288 \ (cm^3)$

26. 다음 그림과 같이 모든 모서리의 길이가 8 인 정사각뿔에서 P, Q 는 각각 $\overline{OC}$, $\overline{OD}$ 의 중점일 때, □QABP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $12\sqrt{11}$

해설

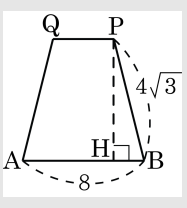
□QABP는 $\overline{QP} // \overline{AB}$ 인 사다리꼴

$\overline{QP} = \dfrac{\overline{AB}}{2} = 4$

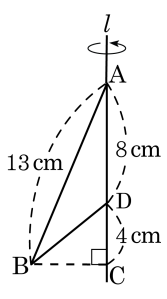
△PHB에서 $\overline{PB} = 4\sqrt{3}$, $\overline{HB} = 2$

$\therefore \overline{PH} = \sqrt{\left(4\sqrt{3}\right)^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}$

$\square QABP = (4+8) \times 2\sqrt{11} \times \dfrac{1}{2} = 12\sqrt{11}$



27. 다음 그림과 같은 △ABD를 직선 AC 를 축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체도형의 부피는?



① $\frac{100}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ② $60\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $\frac{200}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ④ $80\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $\frac{400}{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

△ABC 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AC}^2$ 이므로

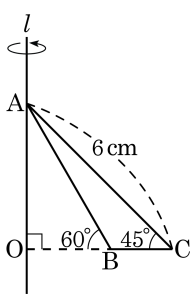
$\overline{BC} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5\,(\mathrm{cm})$ 이다.

따라서 입체도형의 부피는

$\left(\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12\right) - \left(\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times4\right)$

$= 100\pi - \frac{100}{3}\pi = \frac{200}{3}\pi\,(\mathrm{cm}^3)$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 를 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시켰을 때 생기는 입체도형의 부피를 구하면?



① $4\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ② $6\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

③ $12\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$ ④ $12\sqrt{3}\pi\,\mathrm{cm}^3$

⑤ $24\sqrt{2}\pi\,\mathrm{cm}^3$

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\overline{AO} : \overline{CO} : \overline{AC} = 1 : 1 : \sqrt{2}$ 이므로 $\overline{AO} : \overline{AC} = 1 : \sqrt{2}$, $\overline{AO} : 6 = 1 : \sqrt{2}$, $\therefore\ \overline{AO} = \overline{CO} = 3\sqrt{2}$ (cm)

$\triangle AOB$ 에서 $\overline{AO} : \overline{BO} = \sqrt{3} : 1$

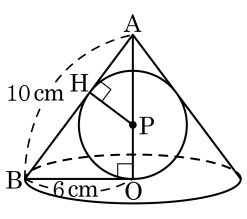
$\therefore\ \overline{BO} = \sqrt{6}$ (cm)

따라서 부피는 $\left(\frac{1}{3}\times\pi\times(3\sqrt{2})^2\times 3\sqrt{2}\right)$

$-\left(\frac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{6})^2\times 3\sqrt{2}\right)$

$= 18\sqrt{2}\pi - 6\sqrt{2}\pi = 12\sqrt{2}\pi\ (\mathrm{cm}^3)$ 이다.

29. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 6cm, 모선의 길이가 10cm인 원뿔에 내접하는 구가 있다. 이 구의 반지름의 길이는?



① 3cm ② 45cm ③ 15cm

④ $15\sqrt{3}$cm ⑤ $\frac{45}{16}$cm

해설

$\overline{AO} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

내접한 구의 반지름의 길이를 x라 두면

$\overline{OP} = x = \overline{HP}$, $\overline{AP} = 8 - x$ 이다.

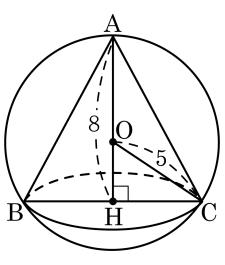
$\triangle AHP \backsim \triangle AOB$ 이므로 ($\because \angle HAP$를 공유)

$\overline{AP} : \overline{AB} = \overline{HP} : \overline{BO}$

$8 - x : 10 = x : 6$

$x = 3\,(\text{cm})$

30. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 구에 내접해 있는 원뿔의 부피를 구하면?



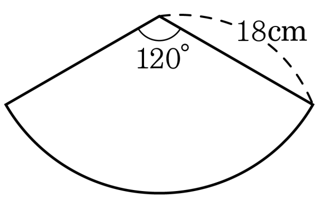
① $\frac{74}{3}\pi$ ② $\frac{86}{3}\pi$ ③ $\frac{92}{3}\pi$
④ $\frac{112}{3}\pi$ ⑤ $\frac{128}{3}\pi$

해설

구의 반지름이 5 이므로 $\overline{OH}=3$ 이고 $\overline{CH}=4$ 이다.

따라서 원뿔의 부피는 $\pi\times4^2\times8\times\frac{1}{3}=\frac{128}{3}\pi$ 이다.

31. 다음 그림은 어떤 원뿔의 옆면의 전개도이다. 이 전개도로 만들어지는 원뿔의 부피를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^3

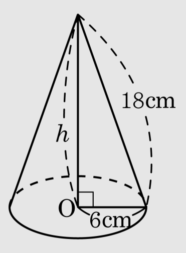
▷ 정답 : $144\sqrt{2}\pi\ \mathrm{cm}^3$

해설

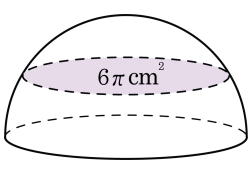
부채꼴의 호의 길이 : $18 \times 2 \times \pi \times \frac{1}{3} = 12\pi(\mathrm{cm})$

밑면의 반지름을 r 라고 하면 $2\pi r = 12\pi \therefore\ r = 6(\mathrm{cm})$
원뿔의 높이 $h = \sqrt{18^2 - 6^2} = \sqrt{288} = 12\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

따라서 원뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times 6^2 \times \pi \times 12\sqrt{2} = 144\sqrt{2}\pi(\mathrm{cm}^3)$ 이다.



32. 다음 반구에서 반지름의 $\frac{1}{2}$ 지점을 지나고 밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\text{cm}^2$ 일 때, 반구의 겉넓이를 구하면?



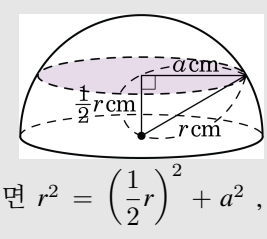
① $6\pi\,\text{cm}^2$ ② $12\pi\,\text{cm}^2$ ③ $18\pi\,\text{cm}^2$

④ $24\pi\,\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\,\text{cm}^2$

해설

밑면에 평행하게 자른 단면의 넓이가 $6\pi\,\text{cm}^2$ 이므로 단면의 반지름의 길이를 $a\,\text{cm}$ 라고 하면 $\pi a^2 = 6\pi$, $a^2 = 6$

$\therefore\ a = \sqrt{6}$



반구의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$ 라고 하면 $r^2 = \left(\frac{1}{2}r\right)^2 + a^2$,

$\frac{3}{4}r^2 = 6$, $r^2 = 8$

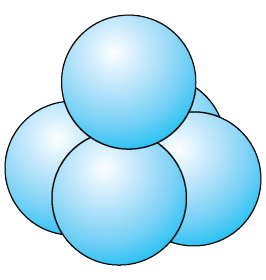
반구의 겉넓이 $=$ 구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2}$ $+$ 밑면의 넓이

구의 겉넓이 $\times \frac{1}{2} = 4\pi r^2 \times \frac{1}{2} = 4\pi \times 8 \times \frac{1}{2} = 16\pi(\,\text{cm}^2)$

밑면의 넓이 $= \pi r^2 = \pi \times 8 = 8\pi(\,\text{cm}^2)$

따라서 반구의 겉넓이는 $16\pi + 8\pi = 24\pi(\,\text{cm}^2)$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 부피가 36π 인 구 5 개가 서로 외접하고 있을 때, 이 모양의 꼭대기부터 밑바닥까지의 높이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $6+3\sqrt{2}$

해설

구의 반지름의 길이를 r 라 하면 구의 부피는

$\frac{4}{3}\pi \times r^3 = 36\pi,\ r = 3$

다섯 개의 구의 중심을 각각 O, P, Q, R, S 라 하면 밑면이 한 변의 길이가 6 인 정사각형 PQRS 인 정사각뿔을 그릴 수 있다.

이때 변 PQ 의 중점을 M, 정사각형 PQRS 의 두 대각선의 교점을 T 라 하면 $\overline{OM}$ 은 한 변의 길이가 6 인 정삼각형 OPQ 의 높이이므로 $\overline{OM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 6 = 3\sqrt{3}$ 이다.

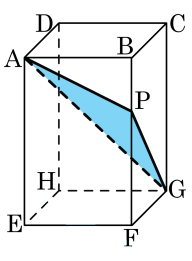
$\triangle$OMT 에서 피타고라스 정리에 의해

$\overline{OT} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2 - 3^2} = 3\sqrt{2}$

따라서 구하는 높이는 (구 O의 반지름의 길이) + $\overline{OT}$ + (구 Q의 반지름의 길이) 이므로

$3+3\sqrt{2}+3 = 6+3\sqrt{2}$ 이다.

34. 다음 그림의 직육면체는 $\overline{AB} = 2\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 1\,\text{cm}$, $\overline{AE} = 4\,\text{cm}$ 이고, $\overline{AG}$ 는 직육면체의 대각선이다. 점 P 는 점 A 에서 G 까지 직육면체의 표면을 따라 갈 때 최단거리가 되게 하는 $\overline{BF}$ 위의 점일 때, $\triangle PAG$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



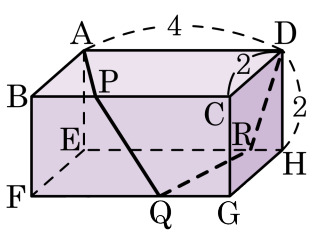
▶ 답: cm

▷ 정답: $5 + \sqrt{21}\,\text{cm}$

해설

$\overline{AP} + \overline{PG} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ (cm)
또, 대각선 $\overline{AG} = \sqrt{4 + 1 + 16} = \sqrt{21}$ (cm)
$\therefore$ ($\triangle APG$의 둘레의 길이) $= 5 + \sqrt{21}$ (cm)

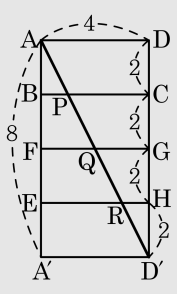
35. 다음 그림과 같은 직육면체에서 $\overline{BC}$, $\overline{FG}$, $\overline{EH}$ 위에 각각 점 P, Q, R 를 잡을 때, $\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RD}$ 의 최솟값은?



① $5\sqrt{5}$ ② 8 ③ $4\sqrt{5}$ ④ 9 ⑤ $5\sqrt{13}$

해설

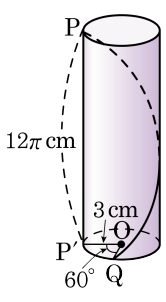
전개도를 그려 보면



$\overline{AP}+\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{RD}$ 의 최솟값은 $\overline{AD}$ 의 길이와 같다.

$\sqrt{4^2+8^2}=4\sqrt{5}$

36. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름 $\overline{OP'}$ 의 길이가 3 cm 이고, 높이 PP′ 의 길이가 12π cm 인 원기둥이 있다. 밑면의 둘레 위에 $\angle P'OQ = 60°$가 되게 점 Q 를 잡고, 점 P 에서 점 Q 까지 먼 쪽으로 실을 감았을 때, 가장 짧은 실의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 13π cm

해설

$\overline{P'Q} = \dfrac{60°}{360°} \times 6\pi$

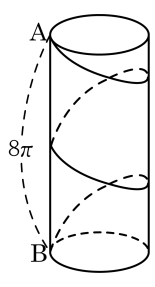
$= \pi$ (cm)

$\overline{QP} = \sqrt{(12\pi)^2 + (5\pi)^2}$

$= 13\pi$ (cm)

$\therefore$ 13π cm

37. 다음 그림과 같이 높이가 8π 인 원기둥의 점 A 에서 B 까지의 최단거리로 실을 두 번 감았더니 실의 길이가 10π 이었다. 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.

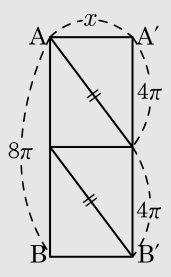


▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

옆면의 전개도에서 원기둥의 밑면의 반지름의 길이를 r, 둘레의 길이를 x 로 놓으면



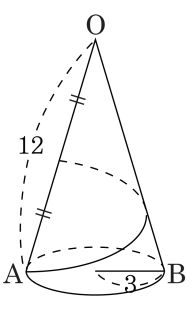
$10\pi = 2\overline{AP}$

$\overline{AP} = 5\pi$ 이므로 $\overline{AP} = \sqrt{x^2 + 16\pi} = 5\pi$

$\therefore\ x = 3\pi\ (\because\ x > 0),\ 2\pi r = 3\pi$

$\therefore\ r = \frac{3}{2}$

38. 다음 그림은 모선의 길이가 12 이고, 반지름의 길이가 3 인 원뿔이다. 점 A에서 옆면을 따라 모선 OA 의 중점에 이르는 최단거리를 구하여라.



▶ 답:

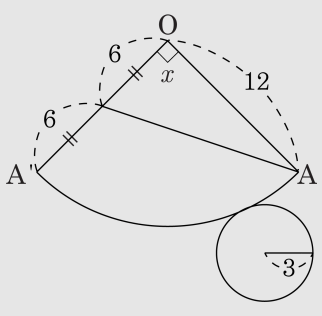
▷ 정답: $6\sqrt{5}$

해설

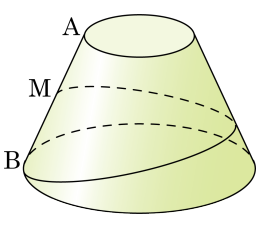
이 그림에서 $2\pi \times 12 \times \frac{x}{360^\circ} = 2\pi \times 3$

$\therefore\ x = 90^\circ$

$\triangle OMA$ 에 서 $\overline{MA}$ $= \sqrt{6^2 + 12^2} = 6\sqrt{5}$



39. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 8, 윗면의 반지름의 길이가 4, 모선의 길이가 16 인 원뿔대가 있다. 이 원뿔대의 밑면의 점 B 에서 모선 AB 의 중점 M 에 이르는 최단 거리를 구하여라.

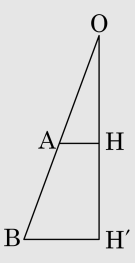


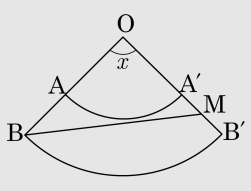
▶ 답:

▷ 정답: 40

해설

다음 그림에서 $\triangle OAH \backsim \triangle OBH'$ (AA 닮음) 이고, 닮음비가 1 : 2 이므로 $\overline{OA} = 16$ 이다.





또, 원뿔대의 옆면의 전개도에서

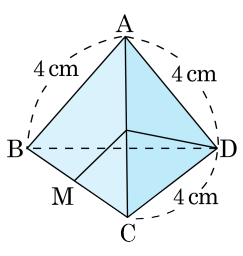
$\angle BOB' = x$ 라 하면

$2\pi \times 16 \times \frac{x}{360} = 2\pi \times 4$

$\therefore\ x = 90°$

따라서, $\overline{BM} = \sqrt{32^2 + (16+8)^2} = 40$ 이다.

40. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4 cm 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점 M 에서 $\overline{AC}$ 를 거쳐 점 D 에 이르는 최단거리를 구하여라.

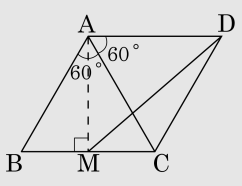


▶ 답 : cm

▷ 정답 : $2\sqrt{7}$ cm

해설

그림의 전개도에서 최단거리는 $\overline{MD}$ 이다.



$\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}\overline{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 4 = 2\sqrt{3}$ (cm)

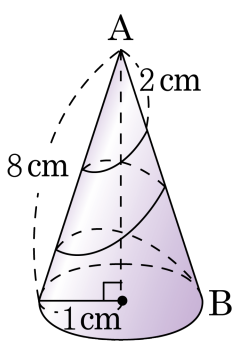
$\angle MAC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 60° = 30°$

$\therefore \angle MAD = 90°$

$\overline{MD}^2 = \overline{AM}^2 + \overline{AD}^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 + 4^2 = 28$

$\therefore \overline{MD} = 2\sqrt{7}$ (cm)

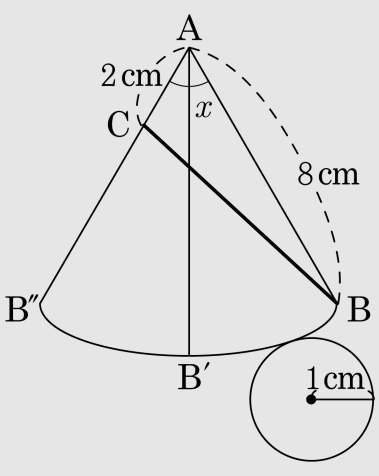
41. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 1cm 이고 모선의 길이가 8cm 인 원뿔에서 모선 AB 위의 점 C 를 출발하여 축 AO 의 둘레를 두 바퀴 돌아서 B 까지 움직일 때, 그 최단거리를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: $2\sqrt{17}$ cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

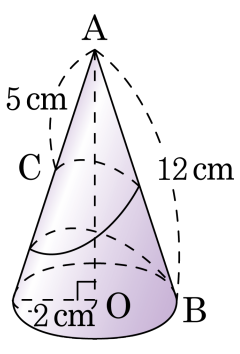
중심각 $= \frac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360^\circ$ 이므로

$x = \frac{1}{8} \times 360^\circ,\ x = 45^\circ$,

$\therefore \angle B''AB = 90^\circ$

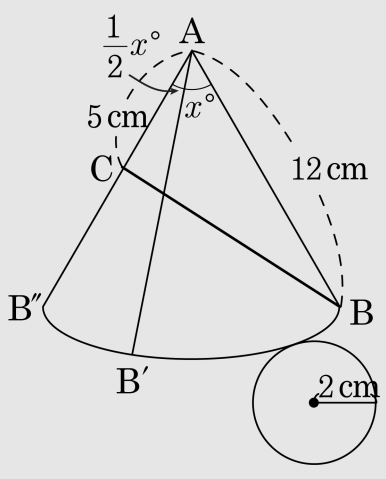
2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{2^2 + 8^2} = 2\sqrt{17}(\text{ cm})$ 이다.

42. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm ④ 15 cm ⑤ 17 cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

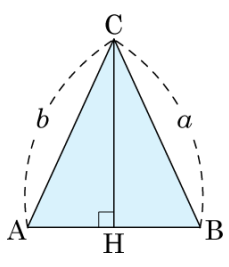
중심각 $= \dfrac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360°$ 이므로

$x = \dfrac{2}{12} \times 360°,\ x = 60°$

$\therefore \angle B''AB = 90°$

2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13\,\text{cm}$이다.

43. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = b$, $\overline{BC} = a$, $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\dfrac{\sin A}{\sin B}$ 의 값은?



① a^2b^2 ② $a+b$ ③ ab

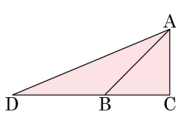
④ $\dfrac{b}{a}$ ⑤ $\dfrac{a}{b}$

해설

$\sin A = \dfrac{\overline{CH}}{b}$, $\sin B = \dfrac{\overline{CH}}{a}$

따라서 $\dfrac{\sin A}{\sin B} = \dfrac{a}{b}$ 이다.

44. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 직각이등변삼각형이고 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 일 때, $\tan 22.5°$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

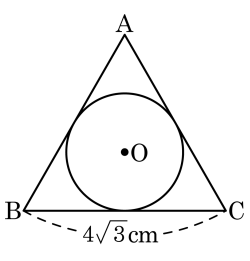
▷ 정답: $\sqrt{2} - 1$

해설

삼각형 ABC 는 직각이등변삼각형이고 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 이므로 삼각형 ABD 는 $\angle BAD = \angle BDA = 22.5°$ 인 이등변삼각형이다.
변 AC 의 길이를 a 라 하면 $\overline{AB} = \overline{BD} = \sqrt{2}a$

따라서 $\tan 22.5° = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{CD}} = \dfrac{a}{a + \sqrt{2}a} = \sqrt{2} - 1$ 이다.

45. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 인 정삼각형에 원 O 가 내접하고 있다. 이 내접원의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $4\pi\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

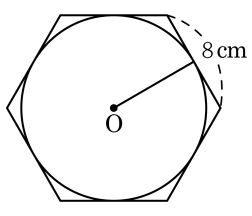
정삼각형의 한 변의 길이가 $4\sqrt{3}\mathrm{cm}$ 이므로, 높이는 $\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3} = 6(\mathrm{cm})$

내접원의 중심은 삼각형의 무게중심과 일치하므로 높이를 2 : 1 로 내분한다.

그러므로 반지름의 길이는 $6\times\frac{1}{3} = 2(\mathrm{cm})$

따라서 내접원의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi(\mathrm{cm}^2)$

46. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 8 cm 인 정육각형에 내접하는 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

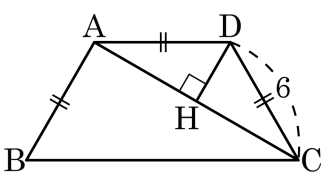
▷ 정답: $4\sqrt{3}$ cm

해설

정육각형을 6 개의 정삼각형으로 나누면 한 변의 길이가 8 cm 인 정삼각형이 된다.

정삼각형의 높이가 원의 반지름이 되므로 구하면 $\frac{\sqrt{3}}{2} \times 8 = 4\sqrt{3}$ (cm) 이다.

47. 다음 등변사다리꼴 ABCD 에서 $2\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{AD} = \overline{DC} = 6$ 이다. 점 D 에서 대각선 AC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하여라.

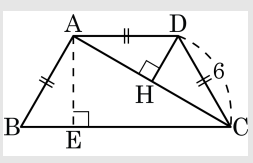


▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면



△ABE 는 직각삼각형이므로

$\overline{AE}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BE}^2 = 6^2 - 3^2 = 27$,

$\therefore \overline{AE} = 3\sqrt{3}$

△AEC 에서

$\overline{AC}^2 = \overline{AE}^2 + \overline{EC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 9^2 = 108$,

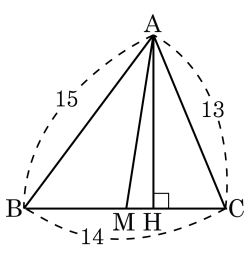
$\therefore \overline{AC} = 6\sqrt{3}$

△DHC 에서

$\overline{DH}^2 = \overline{DC}^2 - \overline{HC}^2 = 6^2 - (3\sqrt{3})^2 = 9$,

$\therefore \overline{DH} = 3$

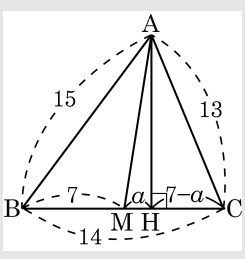
48. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\overline{AH} - \overline{MH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



$\overline{MH} = a$ 라 할 때,

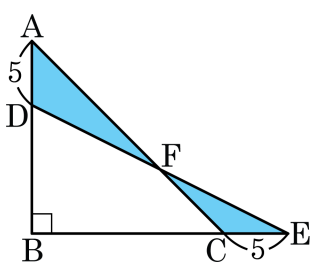
$15^2 - (7+a)^2 = 13^2 - (7-a)^2$

$225 - (49 + 14a + a^2) = 169 - (49 - 14a + a^2)$, $28a = 56$, $a = 2$

따라서 $\overline{MH} = a = 2$, $\overline{AH} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$

이므로 $\overline{AH} - \overline{MH} = 10$

49. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{CE} = 5$ 일 때, $\triangle ADF$ 의 넓이와 $\triangle ECF$ 의 넓이의 차를 구하여라.



▶ 답:

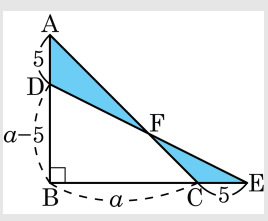
▷ 정답: 12.5

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = a$ 라 하면

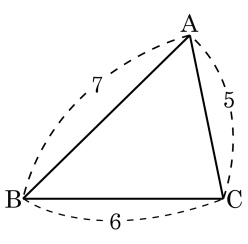
$\triangle ADF = \triangle ABC - \square DBCF$

$\triangle ECF = \triangle DBE - \square DBCF$



$$\begin{aligned}\triangle ADF - \triangle ECF &= \triangle ABC - \triangle DBE \\ &= \frac{1}{2}a^2 - \frac{1}{2}(a+5)(a-5) \\ &= \frac{25}{2} = 12.5\end{aligned}$$

50. 다음 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.

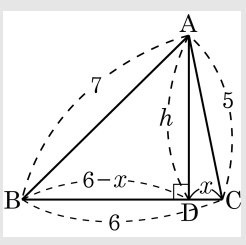


▶ 답:

▷ 정답: $6\sqrt{6}$

해설

△ABC 의 점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선을 그어 그 교점을 D 라 하고, 다음 그림과 같이 $\overline{AD} = h$, $\overline{DC} = x$ 라 하자.



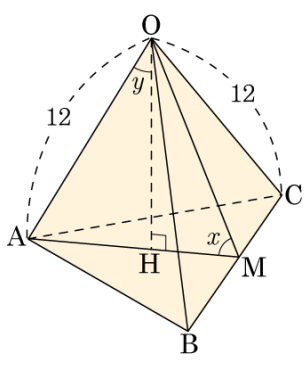
△ADC 에서 $h^2 = 5^2 - x^2$, △ADB 에서 $h^2 = 7^2 - (6-x)^2$ 이므로

$5^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2$ $\therefore\ x = 1$

$\therefore\ h = \sqrt{5^2 - 1^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

$\therefore\ \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 6 = 6\sqrt{6}$

51. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 12 인 정사면체의 한 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OMH = x$, $\angle AOH = y$ 라 할 때, $\sin x \times \tan y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$\overline{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \overline{AC} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$

$\overline{AH} = \overline{AM} \times \frac{2}{3} = 6\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = 4\sqrt{3}$

$\overline{HM} = 2\sqrt{3}$

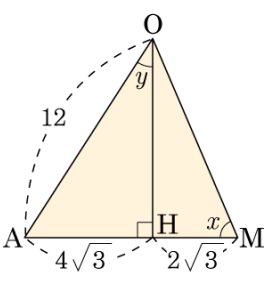
$\overline{OM} = \overline{AM} = 6\sqrt{3}$

$\overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}$

$\therefore \sin x \times \tan y = \frac{\overline{OH}}{\overline{OM}} \times \frac{\overline{AH}}{\overline{OH}}$

$= \frac{4\sqrt{6}}{6\sqrt{3}} \times \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{6}}$

$= \frac{2}{3}$



52. $\tan A = 3$ 일 때, $\dfrac{\sin A\cos A + \sin A}{\cos^2 A + \cos A}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$ ② $\dfrac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ $\sqrt{3}$

해설

$\tan A = 3$ 이면 $\dfrac{\sin A}{\cos A} = 3$ 이다.

따라서 $\sin A = 3\cos A$ 이다.

따라서

$$\frac{\sin A\cos A + \sin A}{\cos^2 A + \cos A} = \frac{3\cos^2 A + 3\cos A}{\cos^2 A + \cos A} = 3$$ 이다.

53. $45° \le A < 90°$ 이고 $\sqrt{(\sin A + \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2} = \frac{30}{17}$ 을 만족하는 A 에 대해서 $\cos A \times \tan A$ 의 값을 구하여라.

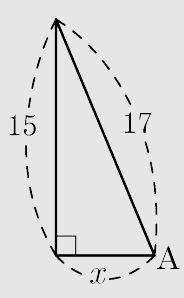
▶ 답:

▷ 정답: $\frac{15}{17}$

해설

$45° \le A < 90°$ 이므로 $0 < \cos A \le \sin A$

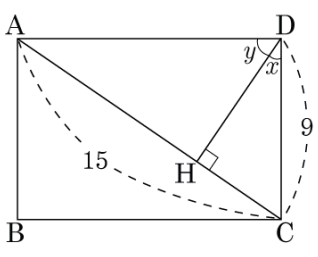
$\therefore \sqrt{(\sin A + \cos A)^2} + \sqrt{(\cos A - \sin A)^2}$
$= \sin A + \cos A - \cos A + \sin A$
$= 2\sin A = \frac{30}{17}$
$\therefore \sin A = \frac{15}{17}$



그림에서 $x = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ 이므로
$\cos A = \frac{8}{17}, \tan A = \frac{15}{8}$

$\therefore \cos A \times \tan A = \frac{8}{17} \times \frac{15}{8} = \frac{15}{17}$

54. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\cos x$의 값을 구하여라.



▶ 답:

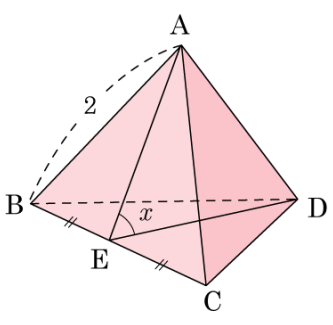
▷ 정답: $\cos x = \frac{4}{5}$

해설

$x + y = 90°$, $\angle DAC + y = 90°$이므로 $\angle DAC = x$이다.
이 때, $\overline{AD} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$이므로

$\cos x = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$이다.

55. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$\overline{BE} = 1$ 이고 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$,

$\overline{ED} = \sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{3}$

$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ 이다.

56. 삼각형의 세 내각의 크기의 비가 $1 : 2 : 3$ 이고, 세 각 중 가장 작은 각의 크기를 $\angle A$ 라고 할 때, $\sin A : \cos A : \tan A$ 는?

① $3\sqrt{3} : 3 : 2\sqrt{3}$ ② $3 : 2\sqrt{3} : 3\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3} : 3 : 3\sqrt{3}$

④ $3 : 3\sqrt{3} : 2\sqrt{3}$ ⑤ $3 : \sqrt{3} : 2\sqrt{3}$

해설

삼각형의 세 내각의 크기의 비가 $1 : 2 : 3$ 이므로
각의 크기는 각각 $k°$, $2k°$, $3k°$ (k 는 자연수) 이다.
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$k° + 2k° + 3k° = 6k° = 180°$ 이다.
$k° = 30°$ 이다.
따라서 $\sin 30° = \frac{1}{2}$, $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$ 이므로
$\sin A : \cos A : \tan A = 3 : 3\sqrt{3} : 2\sqrt{3}$ 이다.

57. 이차방정식 $2x^2 - ax + 1 = 0$ 의 한 근이 $\sin 60° - \sin 30°$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{3}$

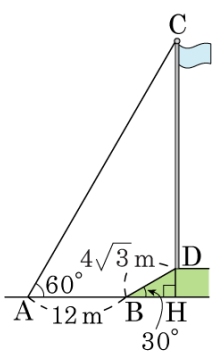
해설

$\sin 60° - \sin 30° = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 이므로 $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ 을 주어진 식의 x 에 대입하면

$2\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a + 1 = 0$, $\left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)a = 3 - \sqrt{3}$

따라서 $a = \frac{2(3-\sqrt{3})}{\sqrt{3}-1} = 2\sqrt{3}$

58. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기 C 를 올려다 본 각이 60° 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 12 m 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{BD}$ 의 길이가 $4\sqrt{3}$ m 이고 오르막의 경사가 30° 일 때, 국기 게양대의 높이 $\overline{CD}$ 는?



① $6\sqrt{3}$ (m)　② $16\sqrt{3}$ (m)

③ $20\sqrt{3}$ (m)　④ $68\sqrt{3}$ (m)

⑤ $70\sqrt{3}$ (m)

해설

$\overline{AH} = 12 + 4\sqrt{3}\cos 30°$

$= 12 + 4\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 18$ (m)

$\overline{DH} = 4\sqrt{3}\sin 30° = 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3}$ (m)

$\overline{CH} = \overline{AH} \cdot \tan 60 = 18\sqrt{3}$ (m)

$\therefore\ \overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH} = 18\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$ (m)

59. $\cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cos^2 3^\circ + \cdots + \cos^2 89^\circ + \cos^2 90^\circ$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{89}{2}$

해설

$\cos^2 89^\circ = \sin^2 1^\circ$

$\cos^2 88^\circ = \sin^2 2^\circ$

$\vdots$

$\cos^2 46^\circ = \sin^2 44^\circ$

$\therefore$ (준식) $= \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cdots + \cos^2 44^\circ$

$+ \sin^2 44^\circ + \cdots + \sin^2 2^\circ + \sin^2 1^\circ$

$+ \cos^2 45^\circ + \cos^2 90^\circ$

$= 1 \times 44 + \dfrac{1}{2} + 0$

$= \dfrac{89}{2}$

60. $\sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \sin^2 3^\circ + \cdots + \sin^2 89^\circ + \sin^2 90^\circ$ 의 값을 구하여라.

① 45 ② $\frac{91}{2}$ ③ 46 ④ $\frac{93}{2}$ ⑤ 47

해설

$\sin^2 1^\circ = \cos^2 89^\circ$

$\sin^2 2^\circ = \cos^2 88^\circ$

$\vdots$

$\sin^2 44^\circ = \cos^2 46^\circ$

$\therefore$ (준식) $= \cos^2 1^\circ + \cos^2 2^\circ + \cdots + \cos^2 44^\circ$

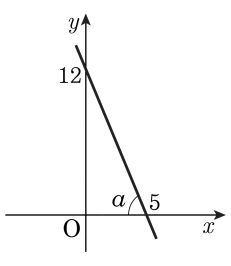
$+ \sin^2 44^\circ + \cdots + \sin^2 2^\circ + \sin 1^\circ$

$+ \sin^2 45^\circ + \sin^2 90^\circ$

$= 1 \times 44 + \frac{1}{2} + 1$

$= \frac{91}{2}$

61. 직선 $12x+5y-60=0$ 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a \times \cos a \times \tan a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{144}{169}$

해설

직선 $12x+5y-60=0 \Rightarrow y=-\frac{12}{5}x+12$ 이므로

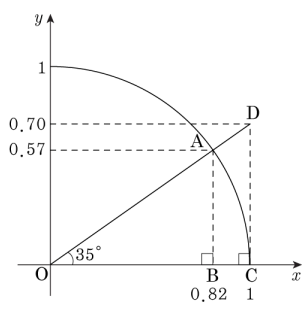
$\tan\theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})| = \frac{12}{5}$

이고,

밑변이 5, 높이가 12 이므로 빗변은 $\sqrt{5^2+12^2}=13$ 이다.

따라서 $\sin a = \frac{12}{13}, \cos a = \frac{5}{13}$ 이므로 $\sin a \times \cos a \times \tan a = \frac{12}{13} \times \frac{5}{13} \times \frac{12}{5} = \frac{144}{169}$ 이다.

62. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① $\sin 35° = \cos 55°$

② $\tan 35° = \tan 55°$

③ $\sin 55° = 0.82$

④ $\sin 35° = 0.70$

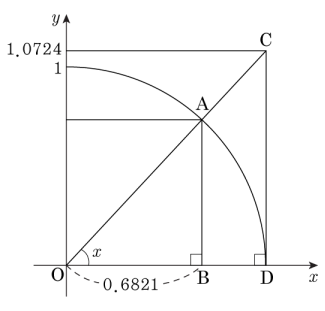
⑤ $\cos 55° = \cos \angle ODC$

해설

② $\tan 35° = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = 0.70, \tan 55° = \dfrac{\overline{OC}}{\overline{CD}} = \dfrac{1}{0.70}$ 이므로 $\tan 35° \neq \tan 55°$

④ $\sin 35° = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}} = \dfrac{\overline{AB}}{1} = 0.57$

63. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $\overline{BD}$ 의 길이는?



① -0.724 ② -0.6821 ③ 0.3903

④ 0.3179 ⑤ 0.6821

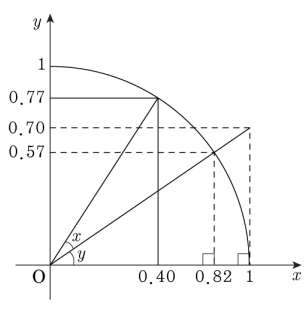
해설

$\overline{BD} = \overline{OD} - \overline{OB}$

$\overline{AO} = 1,\ \cos x = \dfrac{\overline{BO}}{\overline{AO}} = \dfrac{\overline{BO}}{1} = 0.6821$

$\therefore \overline{BD} = 1 - \cos x = 1 - 0.6821 = 0.3179$

64. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 중 <u>틀린</u> 것은?



① $\sin(x+y)=0.77$ ② $\sin y=0.82$

③ $\cos y=0.82$ ④ $\cos(x+y)=0.40$

⑤ $\tan y=0.70$

해설

② $\sin y=0.57$

65. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 의 한 근이 $2\sin 90° - 3\cos 0°$ 일 때, a 의 값을 구하면?

① -10 ② -6 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

해설

이차방정식 $ax^2 - 2x + 8 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면, $a \times (-1)^2 - 2 \times (-1) + 8 = 0$

$a + 2 + 8 = 0,\ a = -10$

66. 다음 보기중 옳은 것의 기호를 모두 쓰시오.

보기

㉠ $\sin 30° < \cos 30°$　　㉡ $\sin 37° < \cos 37°$

㉢ $\tan 35° > \tan 40°$　　㉣ $\sin 36° > \cos 36°$

㉤ $\sin 54° < \cos 54°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

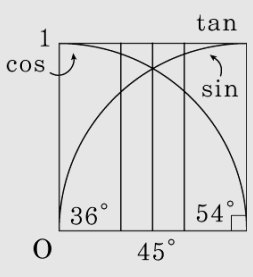
▷ 정답 : ㉡

해설

㉢ $\tan 35° < \tan 40°$

㉣ $\sin 36° < \cos 36°$

㉤ $\sin 54° > \cos 54°$

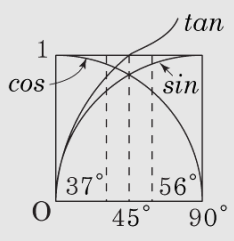


67. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

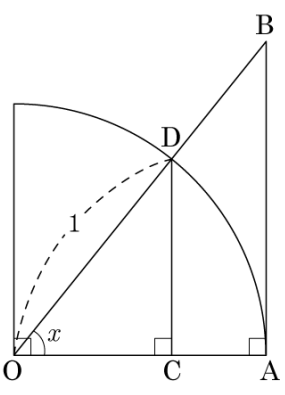
① $\sin 45° = \cos 45°$
② $\cos 48° > \cos 38°$
③ $\tan 35° < \tan 40°$
④ $\sin 37° < \cos 37°$
⑤ $\sin 56° < \cos 56°$

해설

② $\cos 48° < \cos 38°$
③ $\tan 35° < \tan 40°$
④ $\sin 37° < \cos 37°$
⑤ $\sin 56° > \cos 56°$



68. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\overline{OC} = 0.59$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



각도	사인	코사인	탄젠트
53°	0.80	0.60	1.33
54°	0.81	0.59	1.38
55°	0.82	0.57	1.43
56°	0.83	0.56	1.48

① 0.57 ② 1.38 ③ 0.59 ④ 0.82 ⑤ 0.81

해설

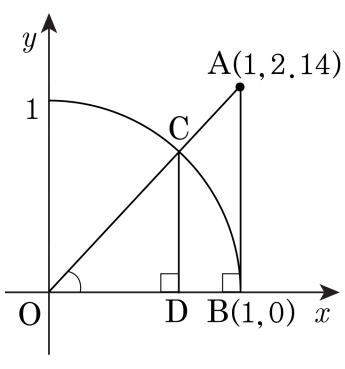
$\cos x° = \dfrac{\overline{OC}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{OC}}{1}$, $\overline{OC} = 0.59$ 이므로

$x° = 54°$

$\sin 54° = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = 0.81$ 이므로

$\therefore \overline{CD} = 0.81$

69. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 표를 이용하여 $100\times\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이를 구하여라.



〈삼각비의 표〉

x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
63°	0.89	0.45	1.96
64°	0.90	0.44	2.05
65°	0.90	0.42	2.14
66°	0.91	0.41	2.25

▶ 답:

▷ 정답: 90

해설

$\overline{\mathrm{OB}}=1,\ \overline{\mathrm{AB}}=2.14$

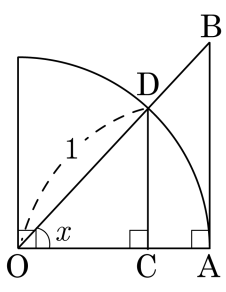
$\angle\mathrm{AOB}=x$ 라 할 때,

$\tan x=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{OB}}}=2.14$ 이므로 $x=65°$

이 때, $\overline{\mathrm{OC}}=1$ 이므로 $\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{OC}}\times\sin 65°=0.90$

따라서 $100\times\overline{\mathrm{CD}}=90$ 이다.

70. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 $\overline{OC} = 0.59$ 일 때, $\overline{AB} + \overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



x	$\sin x$	$\cos x$	$\tan x$
53°	0.80	0.60	1.33
54°	0.81	0.59	1.38
55°	0.82	0.57	1.43
56°	0.83	0.56	1.48

① 2.25 ② 1.38 ③ 2.19 ④ 1.93 ⑤ 0.81

해설

$\overline{OC} = 0.59$ 이므로 $x = 54°$ 이다.
$\overline{CD} = 1 \times \sin 54° = 1 \times 0.81 = 0.81$
$\overline{AB} = 1 \times \tan 54° = 1 \times 1.38 = 1.38$
$\overline{AB} + \overline{CD} = 1.38 + 0.81 = 2.19$

71. 삼각비를 이용하여 직각삼각형 ABC 의 넓이를 나타낸 것은?

① $\frac{a^2 \sin A \tan A}{2}$ ② $a \cos A \tan A$

③ $a \sin A \cos A$ ④ $a^2 \sin A \cos A$

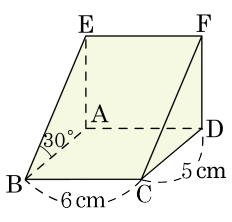
⑤ $\frac{a^2 \sin A \cos A}{2}$

해설

$\overline{BC} = a \times \sin A$, $\overline{AC} = a \times \cos A$ 이므로

(△ABC 의 넓이)$= \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BC} = \frac{a^2 \sin A \cos A}{2}$

72. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$, $\angle ABE = 30$ 인 삼각기둥이 있다. 이 삼각기둥의 모든 모서리의 합은?



① $30\left(2+\sqrt{3}\right)\text{cm}$ ② $(28+10\sqrt{3})\,\text{cm}$

③ $2\left(13-5\sqrt{3}\right)\text{cm}$ ④ $2\left(13+5\sqrt{3}\right)\text{cm}$

⑤ $30\left(\sqrt{3}-1\right)\text{cm}$

해설

$\overline{AE} = \tan 30° \times \overline{AB} = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 5 = \frac{5\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

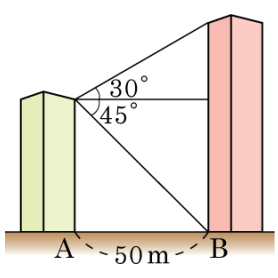
$\overline{BE} = \frac{\overline{AB}}{\cos 30°} = \frac{5}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{10}{\sqrt{3}} = \frac{10\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{EF} = 6\,\text{cm}$

$\overline{AB} = \overline{CD} = 5\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{DF} = \frac{5\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$

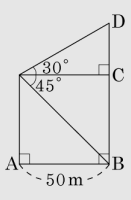
$\overline{BE} = \overline{CF} = \frac{10\sqrt{3}}{3}\,\text{cm}$ 따라서 모든 모서리의 합은 $18 + 10 + \frac{10\sqrt{3}}{3} + \frac{20\sqrt{3}}{3} = 28 + 10\sqrt{3}(\text{cm})$ 이다.

73. 다음 그림과 같이 간격이 50m 인 두 건물 A 건물 옥상에서 B 건물을 올려다 본 각도는 30° 이고, 내려다 본 각도는 45° 일 때, B 건물의 높이는?



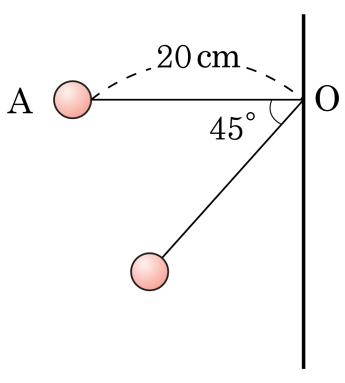
① $50(\sin 30° + \sin 45°)$ m
② $50(\tan 30° + \tan 45°)$ m
③ $50(\cos 30° + \cos 45°)$ m
④ $50(\sin 30° + \tan 45°)$ m
⑤ $50(\cos 30° + \tan 45°)$ m

해설



$\overline{DC} = 50\tan 30°$, $\overline{BC} = 50\tan 45°$
따라서 $\overline{DB} = \overline{DC} + \overline{CB}$
$= 50\tan 30° + 50\tan 45°$
$= 50(\tan 30° + \tan 45°\,\text{m})$ 이다.

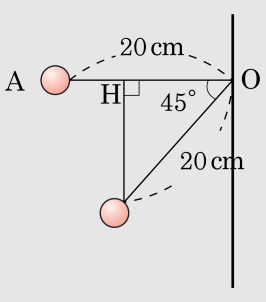
74. 실의 길이가 20cm 인 구슬이 $\overline{OA}$ 와 다음과 같은 각을 이룬다고 할 때, 점 A 로 부터 몇 cm 아래에 있겠는가?



① $16\sqrt{2}$ cm ② $14\sqrt{2}$ cm ③ $12\sqrt{2}$ cm

④ $10\sqrt{2}$ cm ⑤ $8\sqrt{2}$ cm

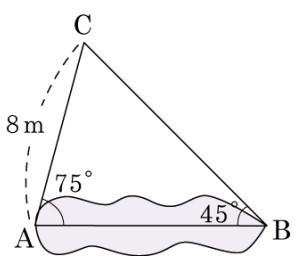
해설



$\cos 45° = \dfrac{\overline{OH}}{20} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ cm

$\therefore \overline{OH} = 10\sqrt{2}$ cm

75. 다음 그림과 같은 호수의 폭 $\overline{AB}$ 를 구하기 위하여 호수의 바깥쪽에 점 C 를 정하고 필요한 부분을 측량하였더니 $\overline{AC} = 8\text{m}$, $\angle BAC = 75°$, $\angle ABC = 45°$ 였다. 이 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답: m

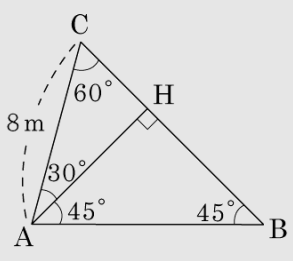
▷ 정답: $4\sqrt{6}\,\text{m}$

해설

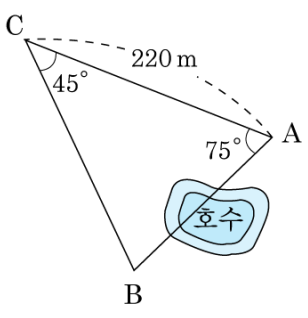
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = \overline{AC}\sin 60° = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 $\triangle ABH$ 에서

$\overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\sin 45°} = 4\sqrt{3} \times \sqrt{2} = 4\sqrt{6}\,(\text{m})$ 이다.

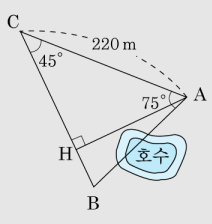


76. 그림과 같은 공원에서 A 지점과 C 지점 사이의 거리를 계산하였더니 220m이다. A 지점과 B 지점 사이의 거리는?



① $\frac{211\sqrt{6}}{3}$ m ② $\frac{215\sqrt{6}}{3}$ m
③ $\frac{217\sqrt{6}}{3}$ m ④ $\frac{219\sqrt{6}}{3}$ m
⑤ $\frac{220\sqrt{6}}{3}$ m

해설

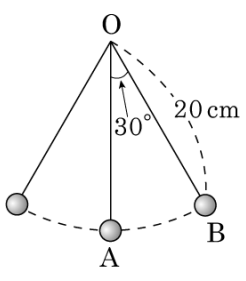


$\overline{CH} = 220 \times \sin 45° = 220 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 110\sqrt{2}(\text{m})$

$\therefore \overline{CH} = \overline{AH}$

$\therefore \overline{AB} = \frac{\overline{AH}}{\cos 30°} = \frac{220\sqrt{6}}{3}(\text{m})$

77. 다음 그림과 같이 실의 길이가 20 cm 인 추가 있다. $\angle AOB = 30°$ 일 때, 이 추가 A 를 기준으로 몇 cm 의 높이에 있는지 구하면?



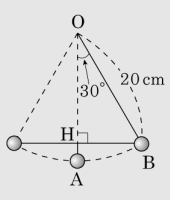
① $(20 - 10\sqrt{3})$ cm ② $(20 - 10\sqrt{2})$ cm

③ $(20 - 5\sqrt{3})$ cm ④ $(20 - \sqrt{30}$ cm

⑤ 5 cm

해설

다음 그림에서 구하는 높이는 $\overline{AH}$ 이다.

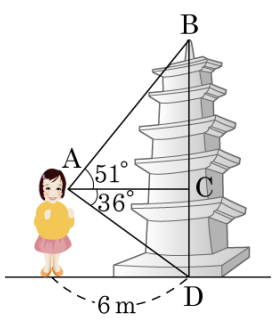


$\overline{OA} = \overline{OB} = 20$ cm 이므로

$\overline{AH} = \overline{OA} - \overline{OH} = 20 - 20\cos 30°$

$= 20 - 20 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20 - 10\sqrt{3}$(cm)

78. 태희는 석탑에서 6m 떨어진 곳에서 석탑을 올려다 본 각의 크기가 51°, 내려다 본 각의 크기가 36° 였다. 이 석탑 전체의 높이를 구하여라. (단, $\tan 51° = 1.2$, $\tan 36° = 0.7$)



① 9.2 (m) ② 10 (m)

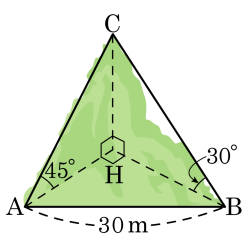
③ 11.4 (m) ④ 12.6 (m)

⑤ 13.2 (m)

해설

$\overline{BC} = 6\tan 51° = 6 \times 1.2 = 7.2\,(\text{m})$
$\overline{CD} = 6\tan 36° = 6 \times 0.7 = 4.2\,(\text{m})$
$\therefore\ \overline{BD} = \overline{BC} + \overline{CD} = 7.2 + 4.2 = 11.4\,(\text{m})$

79. 산의 높이 $\overline{CH}$ 를 측정하기 위하여 수평면 위에 거리가 30m 가 되도록 두 점 A, B 를 잡고, 필요한 부분을 측정한 결과가 다음 그림과 같을 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하면?



① 12 ② 13 ③ 14

④ 15 ⑤ 16

해설

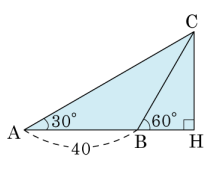
$\overline{CH}$ 의 길이를 x 라 하면 $\overline{CH} = \overline{AH} = x$

$$\overline{BH} = \frac{x}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}x$$

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{\overline{BH}^2 + \overline{AH}^2} \\ &= \sqrt{3x^2 + x^2} \\ &= 2x \\ &= 30\,(\mathrm{m})\end{aligned}$$

$\therefore\ x = 15\,(\mathrm{m})$

80. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $20\sqrt{3}$ ② $200\sqrt{3}$ ③ $400\sqrt{3}$

④ $600\sqrt{3}$ ⑤ $800\sqrt{3}$

해설

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\tan 30°}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 60°}$

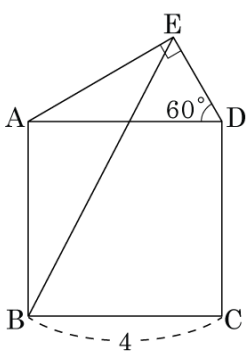
$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°}$

$h\left(\dfrac{1}{\tan 30°} - \dfrac{1}{\tan 60°}\right) = 40$, $h\left(\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right) = 40$

$\therefore h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $40 \times 20\sqrt{3} \times \dfrac{1}{2} = 400\sqrt{3}$

81. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형 ABCD의 한 변 AD를 빗변으로 하는 직각삼각형 AED에서 $\angle D = 60°$일 때, $\triangle ABE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

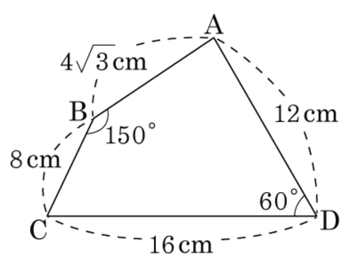
$\sin 60° = \dfrac{\overline{AE}}{\overline{AD}} = \dfrac{\overline{AE}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore \overline{AE} = 2\sqrt{3}$

$\angle EAB = 30° + 90° = 120°$이므로

$\triangle ABE = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \sin 60°$

$= \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6$

82. 다음 그림과 같은 □ABCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm^2

▷ 정답 : $56\sqrt{3}$ cm^2

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times \sin 30°$

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 \times \frac{1}{2} = 8\sqrt{3}\ (cm^2)$

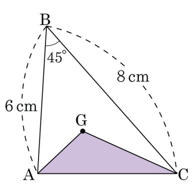
$\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 12 \times 16 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 48\sqrt{3}\ (cm^2)$

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD$

$= 8\sqrt{3} + 48\sqrt{3} = 56\sqrt{3}\ (cm^2)$

83. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$의 무게중심일 때, $\triangle AGC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $4\sqrt{2}\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 45^\circ\\ &= \frac{1}{2}\times 8\times 6\times \frac{\sqrt{2}}{2}\\ &= 12\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

따라서

$$\triangle AGC = \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{3}\times 12\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$$

84. $0° \le A \le 45°$일 때, $\sqrt{(\cos A - \sin A)^2} - \sqrt{(\sin A - \cos A)^2}$을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

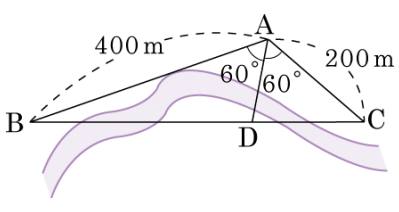
해설

$0 \le A \le 45°$일 때 $\cos A \ge \sin A$이므로

$\cos A - \sin A + (\sin A - \cos A)$

$= \cos A - \sin A + \sin A - \cos A = 0$

85. 다음 그림은 A 지점에서 강 건너에 있는 D 지점까지의 거리를 구하기 위한 것이다. $\overline{AB} = 400\,\text{m}$, $\overline{AC} = 200\,\text{m}$, $\angle BAD = \angle CAD = 60°$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{400}{3}$ m

해설

$\overline{AD} = x$ 라 하면

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로

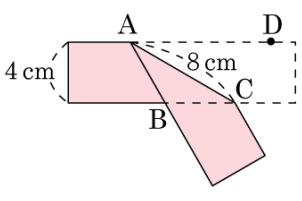
$\frac{1}{2} \times 400 \times 200 \times \sin 120°$

$= \frac{1}{2} \times 400 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 200 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$6x = 800$

$\therefore\ x = \frac{400}{3}\ (\text{m})$

86. 다음 그림과 같이 폭이 4cm 인 종이 테이프를 선분 AC 에서 접었다. $\overline{AC} = 8$cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $\frac{4\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}^2$
② $\frac{8\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}^2$
③ $\frac{16\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\,\mathrm{cm}^2$
⑤ $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3}\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\sin C = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ 이므로 $\angle C = 30°$ 이다.

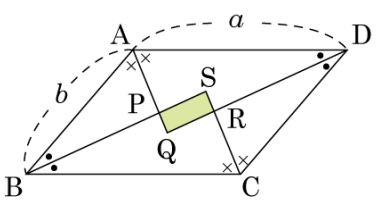
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이고 $\angle ABC = 120°$, $\angle ABH = 60°$ 이므로

(단, 점 H는 점 A 에서 수직으로 내린 점)

$\overline{BC} = \overline{AB} = \frac{4}{\sin 60°} = \frac{8\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm})$ 이다.

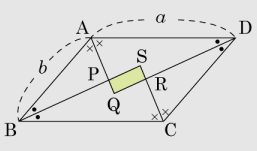
따라서 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times \frac{8\sqrt{3}}{3} \times \sin(180° - 120°) = \frac{16\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

87. $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b(a > b)$ 인 평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 비는 2 : 1 이다. 다음 그림과 같이 네 각의 이등분선이 만드는 사각형 PQRS 의 넓이를 구하면?



① $\frac{\sqrt{3}}{2}(a-b)^2$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{4}(a+b)^2$
④ $\frac{\sqrt{3}}{4}(b-a)^2$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{4}(a-b)^2$

해설



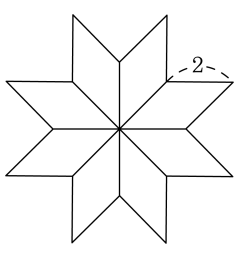
$\angle A = \angle C = 120°$, $\angle B = \angle D = 60°$ 이므로 $\square PQRS$ 는 직사각형이다.

$\overline{PS} = \overline{BS} - \overline{BP}$
$= a \cdot \cos 30° - b \cdot \cos 30°$
$= \frac{\sqrt{3}}{2}(a-b)$

$\overline{PQ} = \overline{AQ} - \overline{AP}$
$= a \times \cos 60° - b \times \cos 60°$
$= \frac{1}{2}(a-b)$

$\therefore S = \overline{PS} \times \overline{PQ} = \frac{\sqrt{3}}{4}(a-b)^2$ 이다.

88. 다음 그림은 여덟 개의 합동인 마름모로 이루어진 별모양이다. 마름모의 한 변의 길이가 2일 때, 별의 넓이의 제곱값은?



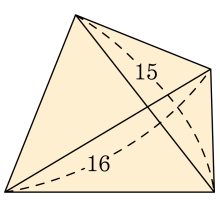
① $16\sqrt{2}$ ② 128 ③ $128\sqrt{2}$

④ 512 ⑤ $512\sqrt{2}$

해설

$360° \div 8 = 45°$ 이므로 마름모 한 개의 넓이는 $2 \times \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sin 45° = 2\sqrt{2}$ 이다.
따라서, 별의 넓이는 $2\sqrt{2} \times 8 = 16\sqrt{2}$
$\therefore (16\sqrt{2})^2 = 512$ 이다.

89. 다음 그림과 같이 두 대각선의 길이가 각각 15, 16인 사각형의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 120

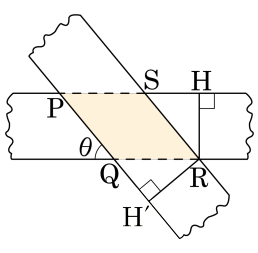
해설

$S = \frac{1}{2} \times 15 \times 16 \times \sin\theta = 120\sin\theta$

이때 $\theta = 90°$일 때, 최대이므로 최댓값은 $\sin 90°$일 때이다.

따라서 S의 최댓값은 120이다.

90. 다음 그림과 같이 폭이 1로 일정한 두 종이 테이프가 θ의 각을 이루며 겹쳐 있을 때, $\square PQRS$의 넓이를 구하여라.



㉠ $\dfrac{1}{\sin\theta}$	㉡ $\dfrac{1}{\sin^2\theta}$	㉢ $\sin\theta$
㉣ $\dfrac{1}{1-\cos\theta}$	㉤ $\dfrac{1}{(1-\cos\theta)^2}$	

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

점 R 에서 $\overleftrightarrow{PS}$, $\overleftrightarrow{PQ}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면 $\triangle QRH'$에서 $\angle RQH' = \theta$이므로

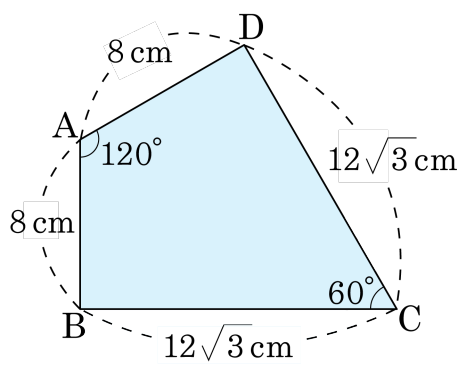
$\overline{QR} = \dfrac{\overline{RH'}}{\sin\theta} = \dfrac{1}{\sin\theta}$이다. 또, $\triangle SRH$에서

$\angle RSH = \theta$이므로 $\overline{SR} = \dfrac{\overline{RH}}{\sin\theta} = \dfrac{1}{\sin\theta}$

$\therefore \square PQRS = \overline{QR} \times \overline{SR} \times \sin\theta$

$= \dfrac{1}{\sin\theta} \times \dfrac{1}{\sin\theta} \times \sin\theta = \dfrac{1}{\sin\theta}$

91. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 의 넓이는?



① $110\sqrt{3}\text{cm}^2$ ② $120\sqrt{3}\text{cm}^2$ ③ $130\sqrt{3}\text{cm}^2$

④ $124\sqrt{3}\text{cm}^2$ ⑤ $150\sqrt{3}\text{cm}^2$

해설

점 B 와 점 D 를 연결하면

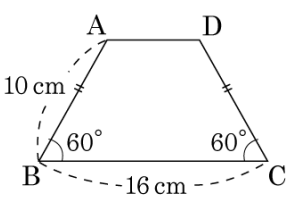
(□ABCD 의 넓이)= △ABD + △BCD

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \sin 120° + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 8 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 12\sqrt{3} \times 12\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 16\sqrt{3} + 108\sqrt{3} = 124\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

92. 다음 사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $55\sqrt{3}\underline{\text{cm}^2}$

해설

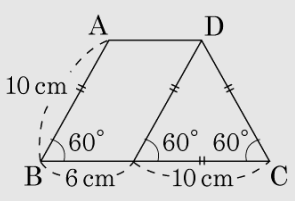
(넓이)

$= 10 \times 6 \times \sin 60° + \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \sin 60°$

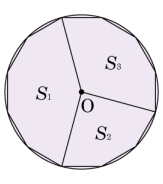
$= 10 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 10 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 30\sqrt{3} + 25\sqrt{3}$

$= 55\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

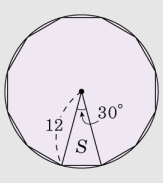


93. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 인 원에 내접하는 정십이각형의 넓이 $S_2 + S_3 - S_1$ 은?



① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 108

해설



정십이각형은 그림처럼 두 변이 12 이고 그 끼인 각이 30° 인 이등변삼각형 12 개로 이루어져 있다.

$S = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 30° = 36$

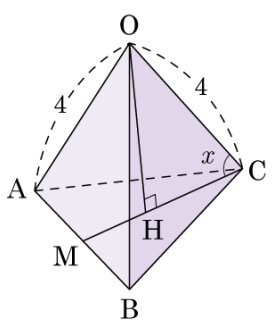
$S_1 = S \times 5 = 180$

$S_2 = S \times 3 = 108$

$S_3 = S \times 4 = 144$

따라서 $S_2 + S_3 - S_1 = 108 + 144 - 180 = 72$ 이다.

94. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 4 인 정사면체의 한 꼭지점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $\overline{AB}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle OCH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $\sqrt{3}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

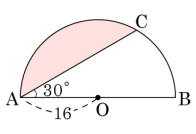
$\overline{CM} = 4 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$

$\overline{CH} = 2\sqrt{3} \times \dfrac{2}{3} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$\overline{OH} = \sqrt{4^2 - \left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\dfrac{32}{3}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \tan x = \dfrac{\overline{OH}}{\overline{CH}} = \dfrac{\dfrac{4\sqrt{6}}{3}}{\dfrac{4\sqrt{3}}{3}} = \sqrt{2}$

95. 그림과 같이 반지름의 길이가 16 인 반원에서 $\angle BAC = 30°$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



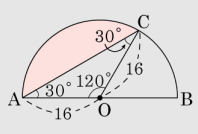
▶ 답:

▷ 정답: $\frac{256}{3}\pi - 64\sqrt{3}$

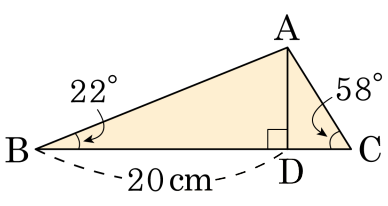
해설

$16 \times 16 \times \pi \times \frac{120°}{360°} - \frac{1}{2} \times 16 \times 16 \times \sin(180° - 120°)$

$= \frac{256}{3}\pi - 64\sqrt{3}$



96. 다음 그림에서 △ABC 의 넓이를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



x	sin	cos	tan
22°	0.37	0.93	0.40
58°	0.85	0.53	1.60

▶ 답:

▷ 정답: 100

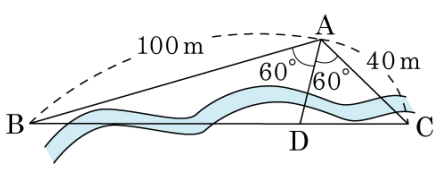
해설

△ABD 에서 $\overline{AD} = \overline{BD}\tan B = 20\tan 22° = 20\times 0.40 = 8(\text{cm})$

△ACD 에서 $\overline{CD} = \dfrac{\overline{AD}}{\tan 58°} = \dfrac{8}{1.6} = 5(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\triangle ABC = \dfrac{1}{2}\times(20+5)\times 8 = 100(\text{cm}^2)$ 이다.

97. 다음 그림은 A 지점에서 강 건너에 있는 D 지점까지의 거리를 구하기 위한 것이다. $\overline{AB} = 100\,\text{m}$, $\overline{AC} = 40\,\text{m}$, $\angle BAD = \angle CAD = 60°$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : m

▷ 정답 : $\frac{200}{7}$ m

해설

$\overline{AD} = x$ 라 하면

$\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ 이므로

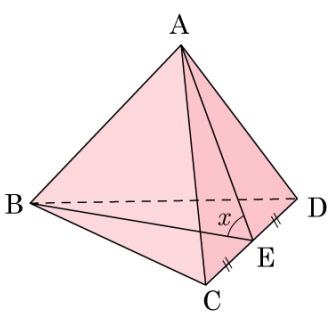
$\frac{1}{2} \times 100 \times 40 \times \sin 120°$

$= \frac{1}{2} \times 100 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2} \times 40 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$14x = 400$

$\therefore\ x = \frac{200}{7}\ (\text{m})$

98. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 4 인 정사면체 A – BCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AEB$ 를 x 라고 할 때, $\sin x \times \cos x$ 의 값이 $\frac{b\sqrt{2}}{a}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 서로소)



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{CE} = 2$ 이고 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{EB}$, $\overline{EB} = 2\sqrt{3}$

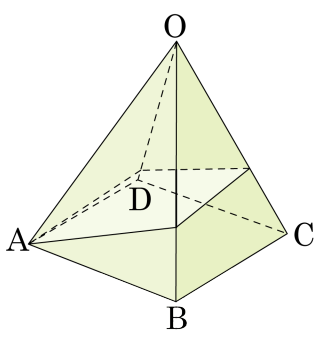
$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$, $\overline{AE} = 2\sqrt{3}$

$\overline{AH} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$

$\sin x \times \cos x = \frac{\frac{4\sqrt{6}}{3}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{\frac{24\sqrt{2}}{9}}{12} = \frac{2\sqrt{2}}{9}$ 이다.

$\therefore\ a+b = 9+2 = 11$

99. 다음과 같이 $\overline{OA} = 10$ 인 정사각뿔의 한 꼭짓점 A 에서 옆면을 따라 모서리 OB, OC, OD 를 거쳐 다시 A 로 돌아오는 가장 짧은 경로의 길이를 구하여라. (단, $\angle OBA = 75°$)



▶ 답:

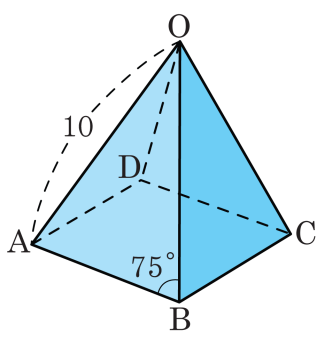
▷ 정답: $10\sqrt{3}$

해설

정사각뿔의 옆면은 합동인 4 개의 이등변삼각형으로 이루어지고
$\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30°$ 이므로
구하는 최단거리는 두 변의 길이가 10 이고, 그 끼인 각이 120° 인 이등변삼각형의 가장 긴 변의 길이와 같다.

$\therefore\ 2 \times 10 \times \sin 60° = 2 \times 10 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 10\sqrt{3}$

100. 다음과 같은 정사각뿔에서 삼각형 OAB 의 무게중심에서 삼각형 OCD 의 무게중심까지 겉면을 따라 이동할 수 있는 가장 짧은 거리를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $\frac{10}{3}\sqrt{3}$

해설

$\angle OBA = 75°$ 이므로 $\angle AOB = 180 - 2 \times 75 = 30°$ 이고, 삼각형 OAB 의 무게중심을 P, 삼각형 OCD 의 무게중심을 Q 라 할 때, 전개도에서 $\angle POQ = 60°$ 이므로 $\triangle OPQ$ 는 정삼각형이 된다. 따라서 구하는 거리는 점 O 에서 P 까지의 거리이다.

$\therefore \frac{\sqrt{3}}{2} \times 10 \times \frac{2}{3} = \frac{10}{3}\sqrt{3}$