1. 다음은 어느 빵집에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 크림빵의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 크림빵의 개수의 중앙값이 20, 최빈값이 28일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
크림빵의 개수	14	y	4	18	x	28	21

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

최빈값이 28이므로 $x = 28$ 또는 $y = 28$ 이다.
$x = 28$ 이라고 하면 4, 14, 18, 21, 28, 28, y에서 중앙값이 20이므로 $y = 20$이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은
$20 + 28 = 48$ 이다.

2. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.

② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.

④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.

⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

3. 세 수 a, b, c의 평균이 6일 때, 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

a, b, c의 평균이 6이므로 $\dfrac{a+b+c}{3}=6$

$\therefore a+b+c=18$

따라서 5개의 변량 $8, a, b, c, 4$의 평균은

$\dfrac{8+a+b+c+4}{5}=\dfrac{8+18+4}{5}=6$

4. 희영이네 반 학생 38 명의 몸무게의 평균이 58kg 이다. 2 명의 학생이 전학을 온 후 총 40 명의 학생의 몸무게의 평균이 58.5kg 이 되었다. 이때, 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은?

① 60kg ② 62kg ③ 64kg ④ 66kg ⑤ 68kg

해설

전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 합을 $x$kg 이라고 하면

$\frac{38\times58+x}{40}=58.5,\quad 2204+x=2340\quad \therefore\ x=136(\mathrm{kg})$

따라서 전학을 온 2 명의 학생의 몸무게의 평균은

$\frac{136}{2}=68(\mathrm{kg})$ 이다.

5. 다음은 성희네 반 학생 20 명의 수학 성적을 도수분포표로 나타낸 것이다. 20 명의 수학 성적의 평균이 65 점일 때, x 의 값은?

계급 (점)	도수 (명)
$30^{이상} \sim 40^{미만}$	3
$40^{이상} \sim 50^{미만}$	x
$50^{이상} \sim 60^{미만}$	1
$60^{이상} \sim 70^{미만}$	y
$70^{이상} \sim 80^{미만}$	4
$80^{이상} \sim 90^{미만}$	2
$90^{이상} \sim 100^{미만}$	2
합계	20

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

전체 학생 수가 20 이므로

$3+x+1+y+4+2+2=20$

$x+y=8 \cdots$ ㉠

20 명의 학생의 수학 성적의 평균이 65 점이므로

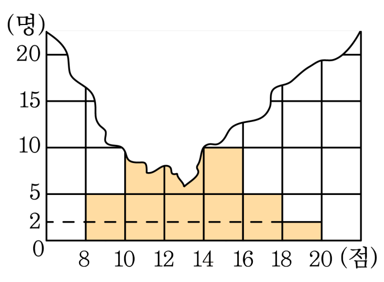
$\frac{35\times3+45\times x+55\times1+65\times y+75\times4}{20}+\frac{85\times2+95\times2}{20}=65$

$\frac{820+45x+65y}{20}=65,\ 45x+65y=480$

$9x+13y=96 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2,\ y=6$

6. 다음 히스토그램은 어느 반 학생 40 명의 미술 실기 점수를 나타낸 것인데, 일부가 찢어져 보이지 않는다. 미술 실기 점수가 10 점 이상 12 점 미만인 학생이 전체의 25 % 일 때, 전체 학생의 평균은?



① 13 점 ② 13.1 점 ③ 13.2 점

④ 13.3 점 ⑤ 13.4 점

해설

10 점 이상 12 점 미만 : $40 \times \frac{25}{100} = 10$(명)

12 점 이상 14 점 미만 : $40 - (5 + 10 + 10 + 5 + 2) = 8$(명)

$$\frac{9 \times 5 + 11 \times 10 + 13 \times 8 + 15 \times 10}{40} + \frac{17 \times 5 + 19 \times 2}{40} = \frac{532}{40} = 13.3(\text{ 점})$$

7. 다음의 표준편차를 순서대로 x, y, z 라고 할 때, x, y, z 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

X : 1 부터 200 까지의 짝수 Y : 1 부터 200 까지의 홀수 Z : 1 부터 400 까지의 4 의 배수

① $x = y = z$ ② $x < y = z$ ③ $x = y < z$
④ $x = y > z$ ⑤ $x < y < z$

해설

X, Y, Z 모두 변량의 개수는 100 개이다.
이때, X, Y 는 모두 2 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 의 표준편차는 같다.
한편, Z 는 4 만큼의 간격을 두고 떨어져 있으므로 X, Y 보다 표준편차가 크다.

8. 미현이네 반 30 명의 몸무게의 평균은 50 kg 이었다. 그런데 한명이 전학을 간 후 나머지 29 명의 몸무게의 평균이 50.3 kg 이었다. 이 때 전학간 학생의 몸무게를 소수 첫째자리까지 구하여라.

▶ 답 : kg

▷ 정답 : 41.3 kg

해설

30 명의 몸무게의 총합 : $50 \times 30 = 1500(\mathrm{kg})$

전학생 1 명을 뺀 29 명의 몸무게의 총합 : $50.3 \times 29 = 1458.7(\mathrm{kg})$

전학생 1 명의 몸무게 : $1500 - 1458.7 = 41.3(\mathrm{kg})$

9. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 중앙값은 반드시 한 개 존재 한다.

㉡ 최빈값은 없을 수도 있다.

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다.

㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉢ 자료의 개수가 짝수이면 중앙값은 없다. → 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.
㉣ 최빈값과 중앙값은 반드시 다르다. → 최빈값과 중앙값은 같을 수도 있다.

10. 50 개의 변량 $a_1, a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_{48},\ a_{49},\ a_{50}$ 에 대하여 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이고, $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2=1400$ 일 때, 이 변량들의 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}=200$ 이므로 평균은

$$\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50}}{50}=\frac{200}{50}=4$$

이므로 각 변량에 대한 편차는 $a_1-4,\ a_2-4,\ a_3-4,\ \cdots,\ a_{48}-4,\ a_{49}-4,\ a_{50}-4$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{1}{50}\{(a_1-4)^2+(a_2-4)^2+(a_3-4)^2+\cdots+(a_{48}-4)^2+(a_{49}-4)^2+(a_{50}-4)^2\}$$

$$=\frac{1}{50}\{(a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_{48}^2+a_{49}^2+a_{50}^2)-8(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{48}+a_{49}+a_{50})+4^2\times 50\}$$

$$=\frac{1400-8\times 200+16\times 50}{50}=12$$ 이다.

11. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$의 평균이 6일 때, 분산은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$\frac{3+5+9+6+x}{5} = 6$

$23 + x = 30$

$\therefore x = 7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$이므로 분산은

$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + 0^2 + 1^2}{5} = \frac{9+1+9+1}{5} = \frac{20}{5} = 4$

12. 세 수 a, b, c 의 평균이 8 이고 분산이 3 일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=8$$

$\therefore a+b+c=24 \cdots$ ㉠

또, a, b, c 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2}{3}=3$$

$(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2=9$

$\therefore a^2+b^2+c^2-16(a+b+c)+192=9$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-16(24)+192=9$

$a^2+b^2+c^2=201$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\dfrac{a^2+b^2+c^2}{3}=\dfrac{201}{3}=67$ 이다.

13. 다음 자료의 평균이 8이고 분산이 2일 때, $x^2 + y^2$의 값을 구하여라.

9	7	x	10	y

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

평균이 8이므로

$\frac{9+7+x+10+y}{5} = 8$

$26 + x + y = 40$

$\therefore x + y = 14 \cdots ㉠$

분산이 2이므로

$\frac{(9-8)^2 + (7-8)^2 + (x-8)^2}{5}$

$+ \frac{(10-8)^2 + (y-8)^2}{5}$

$= \frac{1+1+(x-8)^2+(10-8)^2+(y-8)^2}{5} = 2$

$(x-8)^2 + (y-8)^2 = 10 - 6 = 4$

$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 128 = 4$

위 식에 ㉠을 대입하면 $x^2 + y^2 - 16(14) + 128 = 4$

$\therefore x^2 + y^2 = 100$

14. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

① 12　　② 14　　③ 16　　④ 18　　⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$\frac{x+y+z}{3} = 5$

$\therefore x+y+z = 15 \cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$\frac{(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2}{3} = 3$

$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2 = 9$

$x^2-10x+25+y^2-10y+25+z^2-10z+25 = 9$

$x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+75 = 9$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-10\times 15+75 = 9$

$\therefore x^2+y^2+z^2 = 84$

따라서 $\frac{1}{2}x^2$, $\frac{1}{2}y^2$, $\frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$\frac{1}{3}\left(\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{2}\right) = \frac{1}{6}(x^2+y^2+z^2) = \frac{84}{6} = 14$ 이다.

15. 세 개의 변량 a, b, c 의 평균이 3 과 분산이 2 일 때, 변량 a^2, b^2, c^2, 5, 7 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 3 이므로

$\frac{a+b+c}{3} = 3$

$\therefore\ a+b+c=9 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, a, b, c 의 분산이 2 이므로

$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2}{3} = 2$

$(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=6$

$a^2-6a+9+b^2-6b+9+c^2-6c+9=6$

$a^2+b^2+c^2-6(a+b+c)+27=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$a^2+b^2+c^2-6\times 9+27=6$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=33$

따라서 a^2, b^2, c^2, 5, 7 의 평균은

$\frac{a^2+b^2+c^2+5+7}{5} = \frac{33+12}{5} = 9$ 이다.

16. 다섯 개의 변량 $1,\ 2,\ a,\ b,\ 3$ 의 평균이 2 이고, 분산이 4 일 때, $6,\ 8,\ \frac{1}{3}a^2,\ \frac{1}{3}b^2$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{3}$

해설

다섯 개의 변량 $1,\ 2,\ a,\ b,\ 3$ 의 평균이 2 이므로

$\frac{1+2+a+b+3}{5}=2,\quad a+b+6=10$

$\therefore a+b=4 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또, 분산이 4 이므로

$\frac{(1-2)^2+(2-2)^2+(a-2)^2}{5}$

$+\frac{(b-2)^2+(3-2)^2}{5}=4$

$\frac{1+0+a^2-4a+4+b^2-4b+4+1}{5}=4$

$\frac{a^2+b^2-4(a+b)+10}{5}=4$

$a^2+b^2-4(a+b)+10=20$

$\therefore a^2+b^2-4(a+b)=10 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore a^2+b^2=4(a+b)+10=4\times4+10=26$

따라서 $6,\ 8,\ \frac{1}{3}a^2,\ \frac{1}{3}b^2$ 의 평균은

$\frac{1}{4}\left(6+8+\frac{a^2}{3}+\frac{b^2}{3}\right)=\frac{1}{4}\left\{14+\frac{1}{3}(a^2+b^2)\right\}=\frac{17}{3}$ 이다.

17. 세 실수 $a,\ b,\ c$ 가 $a^2+b^2+c^2=24,\ a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 일 때, $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a+b,\ b+c,\ c+a$ 의 평균이 4 이므로

$\frac{2(a+b+c)}{3}=4,\ \ a+b+c=6$

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 에서

$a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$

$24=6^2-2(ab+bc+ca)$

$\therefore ab+bc+ca=6$ 따라서 $ab,\ bc,\ ca$ 의 평균은

$\frac{ab+bc+ca}{3}=\frac{6}{3}=2$ 이다.

18. 세 수 a, b, c 의 평균이 7 , 분산이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 47

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 7 이므로

$$\frac{a+b+c}{3}=7$$

$\therefore a+b+c=21 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, 세 수 a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-7)^2+(b-7)^2+(c-7)^2}{3}=4$$

$$\frac{a^2-14a+49+b^2-14b+49+c^2-14c+49}{3}$$

$=4$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+147=12$

$a^2+b^2+c^2-14(a+b+c)+135=0$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=14(a+b+c)-135 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하여 풀면

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=14\times 21-135=159 \quad \cdots\cdots$ ㉢

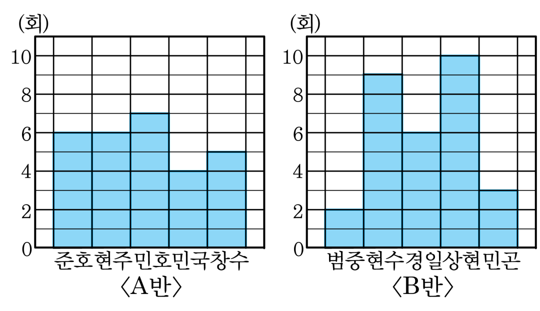
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$ 이므로 ㉠, ㉢에 의하여

$ab+bc+ca=141$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$\dfrac{ab+bc+ca}{3}=\dfrac{141}{3}=47$ 이다.

19. 다음은 A 반 학생 5 명과 B 반 학생 5 명의 턱걸이 횟수를 히스토그램으로 나타낸 것이다. 어느 반 학생의 성적이 더 고르다고 할 수 있는가?



▶ 답: 반

▷ 정답: A반

해설
A 반 학생들의 턱걸이 횟수가 평균을 중심으로 변량의 분포가 더 고르다.

20. 다음 중 [보기] 표준편차의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

보기

㉠ 1 부터 20 까지의 자연수
㉡ 1 부터 20 까지의 짝수
㉢ 1 부터 20 까지의 홀수

① ㉠ > ㉡ = ㉢　② ㉡ < ㉠ = ㉢　③ ㉠ < ㉡ = ㉢
④ ㉡ > ㉠ = ㉢　⑤ ㉠ = ㉡ = ㉢

해설

㉡ 와 ㉢ 의 표준편차는 같고, ㉠의 표준편차는 이들보다 크다.

21. 다음 표는 희숙이와 미희가 올해 본 수학 성적을 조사한 것이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르시오.

반	희숙	미희
평균(점)	86	85
표준편차	5	0

보기

㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다.

㉡ 미희는 항상 같은 점수를 받았다.

㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다.

㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다.

㉤ 미희는 85 점 아래로 받아 본적이 없다.

▶ 답 :

▶ 답 :

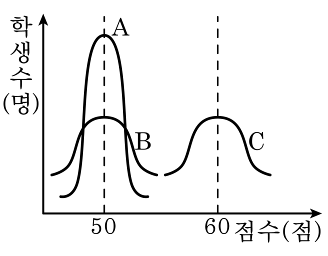
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ 희숙이는 미희보다 항상 성적이 높았다. ⇒ 희숙이는 표준편차가 5 이므로 85 점보다 낮은 점수를 받았을 수도 있다.
㉢ 희숙이의 성적이 더 고르다. ⇒ 미희 성적이 더 고르다.
㉣ 희숙이는 86 점 아래로 받아 본적이 없다. ⇒ 표준편차가 5 이므로 86 점 아래 점수도 받았다.

22. 다음은 A 반, B 반, C 반의 수학성적 분포에 관한 그래프이다. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라. (단, 점선을 중심으로 각각의 그래프는 대칭이다.)



보기

㉠ C 반 학생의 성적이 평균적으로 A 반 학생의 성적보다 좋다.
㉡ A 반 학생의 성적이 B 반 학생의 성적보다 더 고르다.
㉢ 고득점자는 A 반 학생보다 B 반 학생이 더 많다.
㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
㉤ 중위권 학생은 B 반 보다 A 반에 더 많다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉣ B 반 학생의 성적과 C 반 학생의 성적의 평균은 비슷하다.
⇒ C 반 학생의 평균이 더 높다.

23. 다음 표는 5 개의 학급 A, B, C, D, E에 대한 학생들의 수학 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	67	77	73	67	82
표준편차	2.1	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② B 학급의 학생의 성적이 D 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

③ 중위권 성적의 학생은 A 학급보다 C 학급이 더 많다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 E 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 C 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

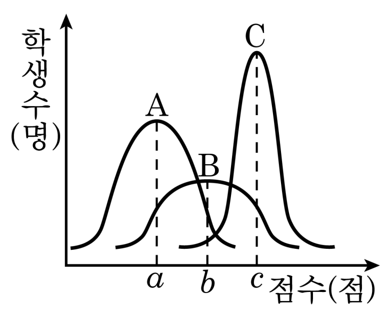
학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.1 = \sqrt{4.41}$	$\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{3} = \sqrt{\frac{10}{9}} = \sqrt{1.1}$	$\sqrt{4.4}$	$\sqrt{3}$

① B 학급의 학생의 성적이 A 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ C 학급의 학생의 성적이 평균적으로 D 학급의 학생의 성적보다 높은 편이다.

24. 다음 그림은 A, B, C 세 학급의 수학 성적을 나타낸 그래프이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은?



① B반 성적은 A반 성적보다 평균적으로 높다.

② 그래프에서 가장 많이 분포되어 있는 곳이 평균이다.

③ C반 성적이 가장 고르다.

④ 평균 주위에 가장 밀집된 반은 A반이다.

⑤ B반보다 A반의 성적이 고르다.

해설

평균 주위에 가장 밀집된 반은 C반이므로 C반 성적이 가장 고르다.

25. 다음 표는 S 중학교 5 개의 학급에 대한 학생들의 미술 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 다음 설명 중 옳지 않은 것은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

학급	A	B	C	D	E
평균(점)	77	77	73	70	82
표준편차	2.2	$2\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{10}}{2}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

① A 학급의 학생의 성적이 B 학급의 학생의 성적보다 더 고른 편이다.

② 고득점자는 A 학급보다 B 학급이 더 많다.

③ B 의 표준편차가 A 의 표준편차보다 크므로 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 B 이다.

④ 가장 성적이 고른 학급은 C 학급이다.

⑤ D 학급의 학생의 성적이 평균적으로 A 학급의 학생의 성적보다 낮은 편이다.

해설

표준편차를 근호를 이용하여 나타내면 다음과 같다.

학급	A	B	C	D	E
표준편차	$2.2 = \sqrt{4.84}$	$2\sqrt{2} = \sqrt{8}$	$\frac{\sqrt{10}}{2} = \sqrt{\frac{10}{4}} = \sqrt{2.5}$	$\sqrt{4.5}$	$\sqrt{5}$

③ 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 변량이 평균주위에 더 집중되는 것은 A 이다.

26. 10 개의 변량 $x_1, x_2, \cdots, x_{10}$ 의 평균이 6 이고 분산이 5 일 때, 다음 10 개의 변량의 평균과 분산을 구하여라.

$-3x_1 + 1, -3x_2 + 1, \cdots - 3x_{10} + 1$

▶ 답 :

▶ 답 :

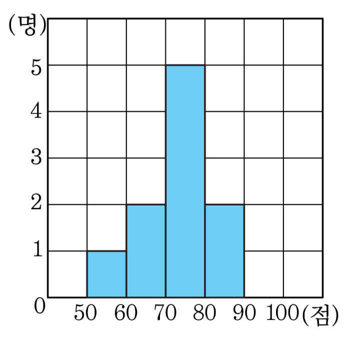
▷ 정답 : 평균 : -17

▷ 정답 : 분산 : 45

해설

(평균)$= -3 \cdot 6 + 1 = -17$,
(분산)$= (-3)^2 \cdot 5 = 45$

27. 다음 히스토그램은 학생 10명의 영어 성적을 나타낸 것이다. 이 자료의 분산은?



① 72 ② 74 ③ 76 ④ 78 ⑤ 80

해설

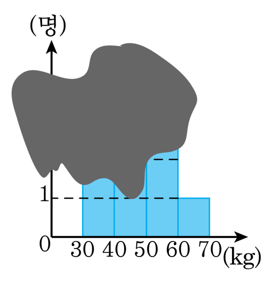
(평균)$= \dfrac{55\times1+65\times2+75\times5+85\times2}{10}=\dfrac{730}{10}=73$(점)

(분산)$=\dfrac{1}{10}\{(55-73)^2\times1+(65-73)^2\times2$

$+\dfrac{1}{10}\{(75-73)^2\times5+(85-73)^2\times2\}$

$=\dfrac{760}{10}=76$

28. 다음은 영웅이네 반 학생 10 명의 몸무게를 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 젖어 잉크가 번져 버렸다. 이때, 계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이고, 50kg 미만인 학생은 모두 5 명이다. 이 반 학생 10 명의 몸무게의 분산을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

계급값이 35 인 학생이 전체의 20% 이므로 $10 \times \frac{20}{100} = 2$(명)

50kg 미만인 학생은 모두 5 명이므로 $2 + x = 5$, $x = 3$

50kg 이상 60kg 미만의 도수는 $10 - (2 + 3 + 1) = 4$

학생들의 몸무게의 평균은

$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{35 \times 2 + 45 \times 3 + 55 \times 4 + 65 \times 1}{10}$$

$$= \frac{490}{10} = 49(\text{kg})$$

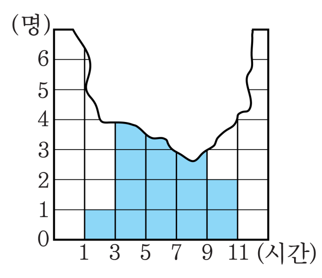
따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(35-49)^2\times2+(45-49)^2\times3+(55-49)^2\times4+(65-49)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{10}(392 + 48 + 144 + 256) = 84$$

이다.

29. 다음은 영웅이네 반 학생 20 명의 일주일 동안의 운동시간을 조사하여 나타낸 히스토그램인데 일부가 찢어졌다. 이때, 3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이고, 7 시간 미만인 학생은 모두 14 명이다. 이 반 학생 20 명의 운동시간의 분산을 구하여라.(단, 소수 첫째자리에서 반올림 한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

3 시간 이상 5 시간 미만인 학생이 전체의 30% 이므로 $20\times\frac{30}{100}=$ 6(명)

7 시간 미만인 학생은 14 명이므로 $1+6+x=14,\quad x=7$

7 시간 이상 9 시간 미만의 도수는 $20-(1+6+7+2)=4$

$$(\text{평균})=\frac{2\times1+4\times6+6\times7+8\times4+10\times2}{20}$$
$$=\frac{2+24+42+32+20}{20}$$
$$=\frac{120}{20}=6(\text{시간})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{20}\{(2-6)^2\times1+(4-6)^2\times6+(6-6)^2\times7+(8-6)^2\times4+(10-6)^2\times2\}$$

$=\frac{1}{20}(16+24+0+16+32)=4.4$(시간) 이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 4 이다.

30. 네 수 $5,\ 7,\ x,\ y$ 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, $5,\ 2x^2,\ 2y^2,\ 7$ 의 평균은?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

변량 $5,\ 7,\ x,\ y$ 의 평균이 4 이므로

$\dfrac{5+7+x+y}{4}=4,\quad x+y+12=16$

$\therefore x+y=4 \quad \cdots\cdots ㉠$

또한, 분산이 3 이므로

$\dfrac{(5-4)^2+(7-4)^2+(x-4)^2+(y-4)^2}{4}=3,$

$\dfrac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4}=3,$

$\dfrac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4}=3$

$x^2+y^2-8(x+y)+42=12$

$\therefore\ x^2+y^2-8(x+y)=-30 \quad \cdots\cdots ㉡$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$\therefore\ x^2+y^2=8(x+y)-30=8\times 4-30=2$

따라서 $5,\ 2x^2,\ 2y^2,\ 7$ 의 평균은

$\dfrac{5+2x^2+2y^2+7}{4}=\dfrac{12+2(x^2+y^2)}{4}=\dfrac{12+4}{4}=4$ 이다.

31. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20 명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$

② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$

③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$

④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$

⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

평균: $\frac{2\times1+2\times5+3\times8+4\times3+5\times2}{20}=2.9$

편차: $-1.9,\ -0.9,\ 0.1,\ 1.1,\ 2.1$

분산: $\frac{(-1.9)^2\times2+(-0.9)^2\times5+0.1^2\times8}{20}+\frac{1.1^2\times3+2.1^2\times2}{20}=1.19$

표준편차: $\sqrt{1.19}$

32. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
$55^{이상} \sim 65^{미만}$	3
$65^{이상} \sim 75^{미만}$	a
$75^{이상} \sim 85^{미만}$	1
$85^{이상} \sim 95^{미만}$	1
합계	8

① 60　② 70　③ 80　④ 90　⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$

$$= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{8}\{(60-70)^2\times3+(70-70)^2\times3+(80-70)^2\times1+(90-70)^2\times1\}$$

$$= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$$

이다.

33. 다음 도수분포표는 정섭이네 반 학생들의 턱걸이 기록을 나타낸 것이다. 턱걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 2

해설

평균:

$\frac{1+2\times3+3\times7+4\times5+5\times7+6\times9}{40}$

$+\frac{7\times4+8\times2+9+10}{40}=5$

편차: $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$

분산: $\frac{16+9\times3+4\times7+5}{40}$

$+\frac{9\times2+16+25}{40}=4$

표준편차:2

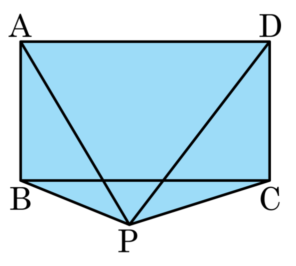
34. 세변의 길이가 각각 1, $\sqrt{3}, a$ 또는 1, $\sqrt{3}, b$ 이면 서로 다른 직각삼각형을 만들 수 있다.
이때 $b^2 - 2a^2$ 의 값을 구하면? (단, $a > b$)

① -10　② -8　③ -7　④ -6　⑤ -4

해설

나머지 한 변의 길이를 x 라고 하면
(i) $x > \sqrt{3}$ 일 때, $x = \sqrt{1^2 + 3} = 2$
$\therefore a = 2$
(ii) $\sqrt{3} - 1 < x \leq \sqrt{3}$ 일 때,
$x = \sqrt{3 - 1} = \sqrt{2}$
$b = \sqrt{2}$
$\therefore b^2 - 2a^2 = (\sqrt{2})^2 - 8 = -6$

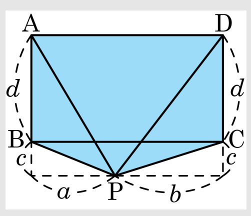
35. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다.
$\overline{PA}^2 = 23$, $\overline{PB}^2 = 7$, $\overline{PD}^2 = 27$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

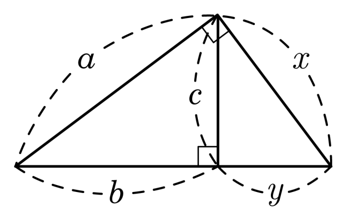
▷ 정답 : $\overline{PC} = \sqrt{11}$

해설



$\therefore \overline{PC} = \sqrt{11}$

36. 다음 그림에 대해 옳은 것의 개수는?



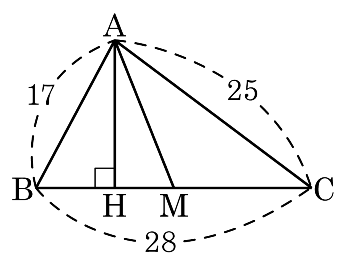
㉠ $a+y=b+x$	㉡ $b^2+c^2=a^2$
㉢ $a^2+b^2=x^2+y^2$	㉣ $x^2-c^2=y^2$
㉤ $c=\sqrt{b^2+a^2}$	

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡ 피타고라스 정리에 따라 옳다.
㉣피타고라스 정리에 따라 $c^2+y^2=x^2$ 이므로 $x^2-c^2=y^2$ 이다.
따라서 옳은 것은 2 개이다.

37. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AH}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$, $\overline{\mathrm{BM}} = \overline{\mathrm{MC}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 17$, $\overline{\mathrm{BC}} = 28$, $\overline{\mathrm{CA}} = 25$ 일 때, $\overline{\mathrm{AM}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $3\sqrt{29}$

해설

$\overline{\mathrm{BH}} = x$ 이면 $\overline{\mathrm{HC}} = 28 - x$

$\overline{\mathrm{AH}}^2 = 17^2 - x^2 = 25^2 - (28 - x)^2$

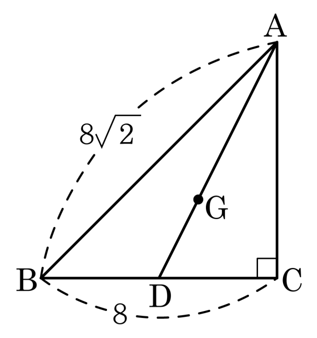
$56x = 448,\ x = 8$

$\overline{\mathrm{AH}} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$

$\overline{\mathrm{HM}} = \left(\frac{1}{2} \times 28\right) - 8 = 6$

$\therefore\ \overline{\mathrm{AM}} = \sqrt{\overline{\mathrm{AH}}^2 + \overline{\mathrm{HM}}^2} = \sqrt{261} = 3\sqrt{29}$

38. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 중선이고, 점 G 는 무게중심일 때,
$\overline{DG}$ 의 길이를 구하여라.

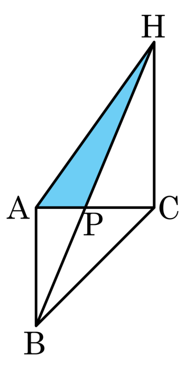


① $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{3}$

해설

삼각형 ABC 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AC}^2 = (8\sqrt{2})^2 - 8^2 = 8^2$
$\overline{AC} > 0$ 이므로 $\overline{AC} = 8$ 이다.
점 D 는 변 BC 를 이등분하므로 $\overline{CD} = 4$
따라서 삼각형 ACD 에서 피타고라스 정리에 따라 $\overline{AD}^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80$ 이다.
$\overline{AD} > 0$ 이므로 $\overline{AD} = 4\sqrt{5}$
$\overline{DG}$ 는 $\overline{AD}$ 의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이므로 $\overline{DG} = \frac{4\sqrt{5}}{3}$ 이다.

39. $\overline{AB}=\overline{AC}=12$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 변 AC 위에 $\overline{AP}=5$ 가 되도록 한 점 P 를 잡고, 선분 BP 의 연장선이 점 C 를 지나면서 변 AC 에 수직인 직선과 만나는 점을 H 라 할 때, 삼각형 APH 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

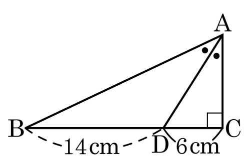
$\triangle APB=\frac{1}{2}\times5\times12=30$

$\angle BAC=\angle ACH=90°$ 이므로 $\overline{AB}\,//\,\overline{CH}$

$\therefore\ \triangle ABH=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times12=72$

$\therefore\ \triangle APH=\triangle ABH-\triangle APB=72-30=42$

40. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 교점을 D 라 할 때, $\overline{BD} = 14\text{cm}$, $\overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $3\sqrt{14}$ cm

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 14 : 6$,

$\overline{AB} : \overline{AC} = 7 : 3$ 이다.

$\overline{AB} = 7x$, $\overline{AC} = 3x$ $(x > 0)$ 라 하면

$(7x)^2 = (3x)^2 + 400$

$40x^2 = 400$

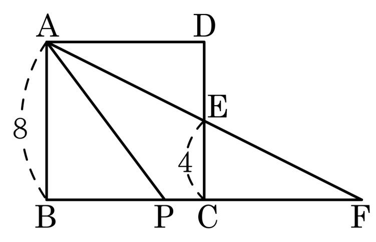
$x = \sqrt{10}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AC} = 3\sqrt{10}(\text{cm})$

따라서 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{AD} = \sqrt{(3\sqrt{10})^2 + 6^2} = 3\sqrt{14}(\text{cm})$ 이다.

41. 한 변의 길이가 8 인 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고 점 A 와 점 P 를 잇고 ∠PAD 의 이등분선이 $\overline{AE}$, $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 하자. $\overline{EC} = 4$ 일 때, $\overline{AP}$ 의 길이를 구하여라.



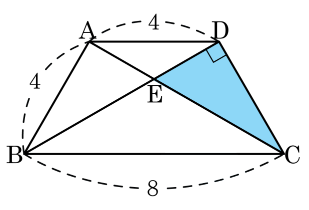
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

△ECF ∽ △ABF 이므로
$8 : 4 = (\overline{CF} + 8) : \overline{CF}$
$\therefore \overline{CF} = 8$
∠DAE = ∠CFE (엇각)
△APF 는 이등변삼각형
$\overline{AP} = \overline{PF} = x$ 라 하면 $\overline{BP} = 16 - x$
△ABP 에서
$x^2 = 8^2 + (16 - x)^2$
$\therefore x = 10$

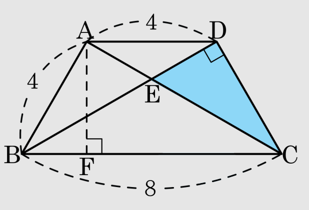
42. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{b\sqrt{3}}{a}$ 이다. 이 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.(단, a, b는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하면 $\overline{AF} = \sqrt{16-4} = 2\sqrt{3}$ 이다.

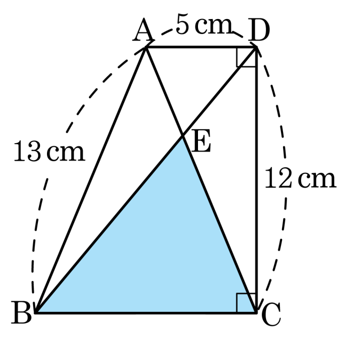
따라서 $\triangle ADC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

$\triangle ADE$ 와 $\triangle BCE$ 는 닮음이고 $\overline{AE} : \overline{EC} = 4 : 8 = 1 : 2$ 이다.
따라서 $\triangle AED$, $\triangle DEC$ 는 높이가 일정하고, 밑변의 길이가 $1 : 2$ 이므로 넓이의 비가 $1 : 2$ 이다.

$\triangle CDE$ 의 넓이는 $4\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ 이므로 $a = 3$, $b = 8$ 이다.

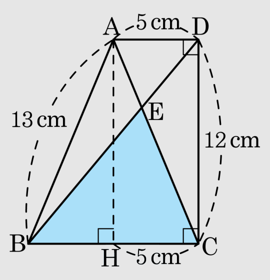
$\therefore b - a = 8 - 3 = 5$

43. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\angle C = \angle D = 90°$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\overline{AB} = 13\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이를 구하면?



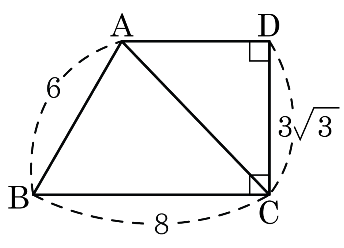
① 40cm^2 ② 50cm^2 ③ 60cm^2
④ 70cm^2 ⑤ 80cm^2

해설



$\overline{AH} = 12\text{cm}$
$\overline{BH} = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5(\text{cm})$
$\triangle EBC \backsim \triangle EDA$($\because$ AA닮음)
$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{BC} : \overline{AD} = 2 : 1$
$(\triangle EBC\text{의 넓이}) = \frac{2}{3} \times (\triangle DBC\text{의 넓이})$
$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 12$
$= 40(\text{cm}^2)$

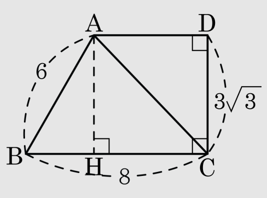
44. 가로의 길이가 8, 세로의 길이가 $3\sqrt{3}$ 인 직사각형의 한 부분을 직선으로 잘라내었더니 남은 사각형이 다음 그림과 같이 되었다. $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

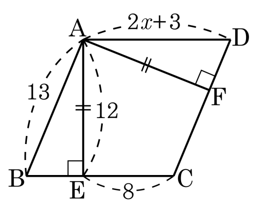
▷ 정답 : $2\sqrt{13}$

해설



점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 수선의 발을 H 라 하면,
$\overline{AH} = \overline{CD} = 3\sqrt{3}$
$\triangle ABH$ 에서 $6^2 = \overline{BH}^2 + (3\sqrt{3})^2$
$\therefore \overline{BH} = 3, \overline{CH} = 5$ 이므로
$\triangle AHC$ 에서 $\overline{AC}^2 = (3\sqrt{3})^2 + 5^2 = 52$
$\therefore \overline{AC} = 2\sqrt{13}$

45. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 한다. $\overline{AE}=\overline{AF}$, $\overline{AB}=13$, $\overline{AE}=12$, $\overline{EC}=8$ 일 때, $\overline{AD}=2x+3$ 이다. x 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

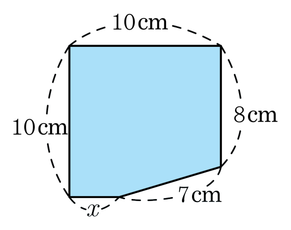
$\triangle$ABE 는 직각삼각형이므로

$\overline{BE}=\sqrt{13^2-12^2}=5$ 이다.

$\overline{BC}=5+8=13$ 이므로 □ABCD 는 마름모이다.

$\overline{AD}=2x+3=13$, $x=5$ 이다.

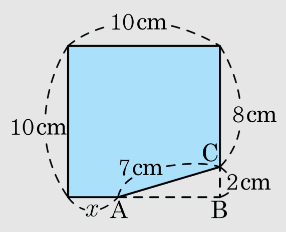
46. 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형을 그림과 같이 잘랐을 때, x 의 값은? (단, $\sqrt{5} = 1.7$)



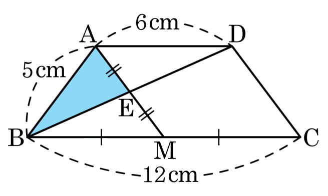
① 4.7 cm ② 4.9 cm ③ 5.1 cm
④ 5.3 cm ⑤ 5.5 cm

해설

자르기 전 정사각형을 그리면 그림과 같다. 잘려진 삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} = 5.1(\text{cm})$
따라서 $x = 10 - 5.1 = 4.9(\text{cm})$ 이다.



47. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M , $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 E 라고 할 때, $\overline{AE} = \overline{EM}$ 이 성립한다. $\triangle$AEB 의 넓이를 구하여라.

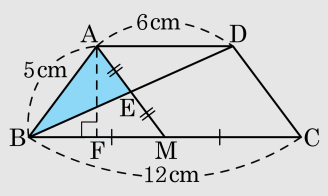


▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 6 cm^2

해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 하자.

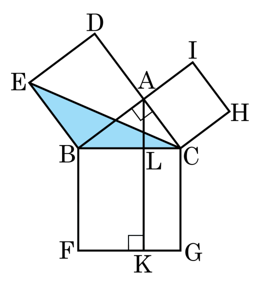


$\overline{BF} = 3\,cm$ 이므로 $\overline{AF} = 4\,cm$

따라서 $\triangle$ABM 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12(cm^2)$ 이다.

이 때, $\triangle$AEB 의 넓이는 $\triangle$ABM 의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 배이므로 $\triangle$AEB 의 넓이는 $6cm^2$ 이다.($\because \overline{AE} = \overline{EM}$)

48. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸을 때, $\triangle EBC$ 와 넓이가 같은 것을 보기에서 모두 찾아 기호로 써라.



보기

㉠ $\triangle ABL$	㉡ $\triangle ALC$	㉢ $\triangle ABF$
㉣ $\triangle EBA$	㉤ $\triangle BLF$	㉥ $\triangle ACH$
㉦ $\triangle LKG$	㉧ $\triangle ACH$	

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

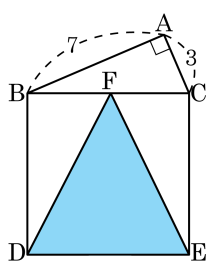
▷ 정답: ㉤

해설

삼각형의 합동조건과 평행선을 이용해서 $\triangle EBC$ 와 넓이가 같은 것을 찾아보면

$\triangle EBA$, $\triangle ABF$, $\triangle BLF$ 이다.

49. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\square$BDEC 는 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형이다. $\overline{AB} = 7$, $\overline{AC} = 3$ 이고, 점 F 는 $\overline{BC}$ 위의 한 점일 때, $\triangle$FDE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

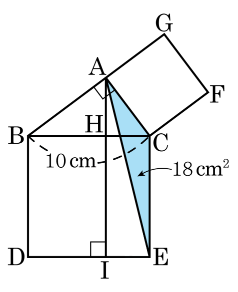
▷ 정답 : 29

해설

$\overline{BC} = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58}$

따라서 $\triangle FDE = \frac{1}{2}\square BDEC = \frac{1}{2} \times (\sqrt{58})^2 = 29$ 이다.

50. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 두 변 AC, BC 를 각각 한 변으로 하는 정사각형 ACFG 와 정사각형 BDEC 를 만들고, 점 A 에서 변 BC 에 수선을 그어 두 변 BC, DE 와 만난 점을 각각 H, I 라 할 때, $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$, $\triangle AEC = 18\,\text{cm}^2$ 이다. 사각형 BDIH 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략)



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\ \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $64\,\underline{\text{cm}^2}$

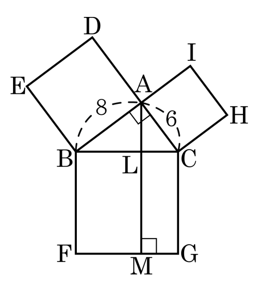
해설

$\triangle ACE = \frac{1}{2}\square CEIH$

따라서 $\square CEIH = 2\triangle ACE = 36\ (\text{cm}^2)$ 이고, $\square BCED = 10 \times 10 = 100\ (\text{cm}^2)$ 이다.

$\therefore\ \square BDIH = 100 - 36 = 64\ (\text{cm}^2)$

51. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{AM} \perp \overline{FG}$ 일 때, $\overline{FM}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6.4

해설

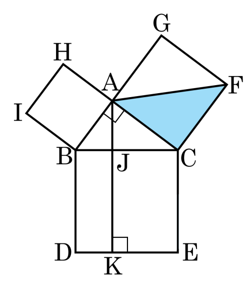
$\overline{BC} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$ 이다.

$\square ADEB = \square BFML$ 이므로

$64 = 10 \times \overline{FM}$ 이다.

따라서 $\overline{FM} = 6.4$ 이다.

52. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸다. 다음 중 $\triangle ACF$ 와 넓이가 같은 것은 모두 몇 개인가?



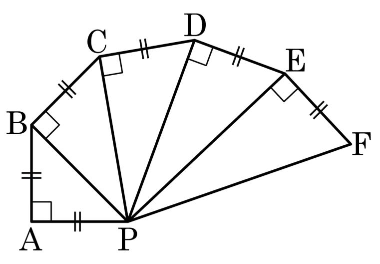
㉠ $\triangle ABC$	㉡ $\triangle BCF$	㉢ $\triangle ACK$
㉣ $\frac{1}{2}\square CEKJ$	㉤ $\triangle ACE$	㉥ $\triangle BCI$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\triangle ACF = \triangle BCF = \frac{1}{2}\square CEKJ = \triangle ACE$

53. $\overline{AP} = \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DE} = \overline{EF} = 2$ 일 때, 다음 그림에서 길이가 4 가 되는 선분은?

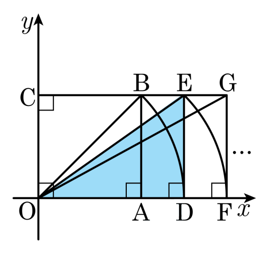


① $\overline{PB}$ ② $\overline{PC}$ ③ $\overline{PD}$ ④ $\overline{PE}$ ⑤ $\overline{PF}$

해설

$\overline{PB} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PC} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
$\overline{PD} = \sqrt{16} = 4$, $\overline{PE} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
이므로 길이가 4 인 선분은 $\overline{PD}$ 이다.

54. 다음 그림과 같이 □OABC 는 정사각형이고 두 점 D , F 는 각각 점 O 를 중심으로 하고, $\overline{OB}$, $\overline{OE}$ 를 반지름으로 하는 원을 그릴 때 x 축과 만나는 교점이다. △ODE 의 넓이가 $\sqrt{2}$ 일 때, 점 D 의 x 좌표는?

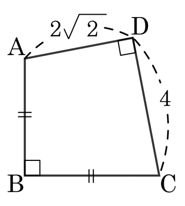


① 2　　② $\sqrt{2}$　　③ $\sqrt{3}$　　④ $\sqrt{5}$　　⑤ 4

해설

$\overline{OA}=x$라고 두면 △ODE의 넓이는 $\frac{1}{2}\times x\sqrt{2}\times x=\sqrt{2}$, $x^2=2$, $x=\sqrt{2}$이다. 따라서 점 D의 x좌표는 $x\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$이다.

55. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = 2\sqrt{2}$, $\overline{CD} = 4$ 이다. □ABCD 의 넓이는 ?

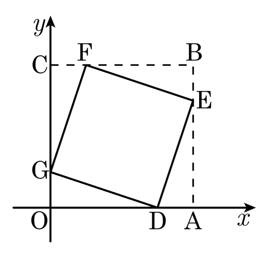


① $4 + 2\sqrt{2}$　② $5 + 3\sqrt{3}$　③ $2 + 6\sqrt{3}$
④ $6 + 4\sqrt{2}$　⑤ $4 + 6\sqrt{2}$

해설

$\overline{AC} = \sqrt{8 + 16} = 2\sqrt{6}$ 이고, △ABC는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ 이다.
따라서 □ABCD 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4 = 6 + 4\sqrt{2}$

56. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 있는 한 변의 길이가 $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ 인 정사각형 DEFG 가 있고, $\overline{\mathrm{OD}}$ 의 길이는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 길이보다 3 배 길다고 할 때, 점 D 와 점 F 를 지나는 그래프의 y 절편은?



① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$\overline{\mathrm{OD}} = 3\overline{\mathrm{AD}}$ 이므로 $\mathrm{D} = (a, 0)$ 이라고 하면

$\mathrm{G} = \left(0, \frac{1}{3}a\right)$

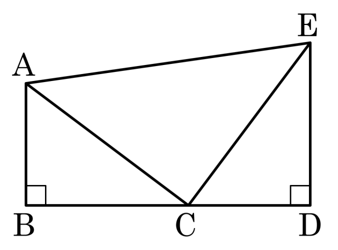
이를 피타고라스 정리에 대입하면

$\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2 = a^2 + \frac{a^2}{9} = \frac{10a^2}{9}$ 이 되어 $a = \sqrt{2}$가 성립한다.

$\mathrm{D}(\sqrt{2}, 0)$, $\mathrm{F}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{4\sqrt{2}}{3}\right)$를 지나는 함수의 식을 구하면 $f(x) = -2x + 2\sqrt{2}$ 이다.

그러므로 함수 f 의 y 절편은 $2\sqrt{2}$ 이다.

57. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이고 세 점 B, C, D 는 일직선 위에 있다. $\overline{AB} = 6cm$ 이고, $\triangle CDE$ 의 넓이가 24 일 때, 사다리꼴 ABDE 의 둘레의 길이는?

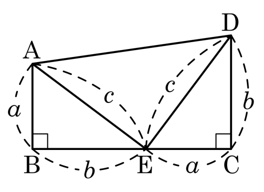


① $28 + 10\sqrt{2}$　② $12 + 8\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$
③ $48 + 10\sqrt{2}$　④ $12 + 8\sqrt{2} + 2\sqrt{21}$
⑤ $10 + 8\sqrt{2} + \sqrt{21}$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{BC} = \overline{DE}$ 이다.
$\triangle CDE$ 의 넓이가 24 이므로
$\triangle CDE = \frac{1}{2} \cdot \overline{CD} \cdot \overline{DE} = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \overline{DE} = 24$
$\therefore \overline{DE} = 8$
$\overline{AB} = \overline{CD} = 6$, $\overline{BC} = \overline{DE} = 8$
또, $\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 는 합동이므로
$\overline{AC} = \overline{CE}$ 이고 $\angle ACE = 90°$ 이므로 $\triangle ACE$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\overline{AC} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$ 이고, $\overline{AE} = 10\sqrt{2}$ 이다.
따라서 사다리꼴 둘레의 길이는
$6 + 6 + 8 + 8 + 10\sqrt{2} = 28 + 10\sqrt{2}$

58. 다음은 사다리꼴 ABCD 를 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 옳지 않은 것을 골라 기호로 써라.



> 사다리꼴의 넓이를 S 라고 할 때,
> ㉠ 사다리꼴 넓이 공식을 적용하면 $S = (a+b)^2$ 이고,
> ㉡ 세 개의 삼각형의 넓이의 합을 이용하면 $S = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$
> ㉢ 따라서 $\frac{1}{2}(a+b)^2 = \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}ab + \frac{1}{2}c^2$ 이다.
> ㉣ 이를 정리하면 $a^2 + b^2 = c^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

해설

사다리꼴 넓이 공식을 적용하면 $S = \frac{1}{2}(a+b)^2$

59. 자연수 a, b 에 대하여 세 변의 길이가 a, $a+50$, b 인 삼각형이 직각삼각형일 때, b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

b 가 가장 작은 값을 가질 때는 $a+50$ 이 빗변인 경우이다.
피타고라스 정리에 의해 $a^2+b^2=(a+50)^2$
$\therefore\ b=10\sqrt{a+25}$
그런데 b는 자연수이므로 $a+25$ 가 완전제곱수가 되어야 한다.
이때, $a+25$ 가 최소의 완전제곱수가 되는 경우는 $a+25=36$ 에서 $a=11$ 일 때이다.
따라서 b의 최솟값은 $10\sqrt{11+25}=60$ 이다.

60. 다음 중 직각삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은?

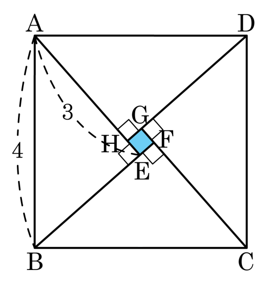
① 3, 4, 5 ② 5, 12, 13 ③ 1, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$

④ 4, 5, $\sqrt{41}$ ⑤ 2, 4, $2\sqrt{6}$

해설

⑤ $2^2+4^2=20 \neq \left(2\sqrt{6}\right)^2=24$

61. 다음 그림에서 4 개의 직각삼각형은 모두 합동이고, $\overline{AB} = 4$, $\overline{AE} = 3$ 일 때, 사각형 EFGH 의 넓이를 구하면?



① 9　　② $3 - \sqrt{7}$　　③ $9 - \sqrt{7}$

④ $16 - 2\sqrt{7}$　　⑤ $16 - 6\sqrt{7}$

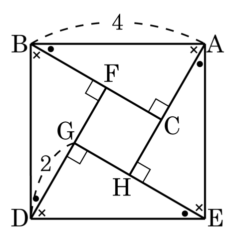
해설

$\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{4^2 - 3^2} = \sqrt{7}$

$\overline{\mathrm{EF}} = 3 - \sqrt{7}$

따라서 $\square\mathrm{EFGH} = (3 - \sqrt{7})^2 = 16 - 6\sqrt{7}$ 이다.

62. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 의 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AH} = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

② $\triangle ABC = 2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

③ $\overline{EH} = 2\,\mathrm{cm}$

④ $\overline{CF} = 2\,\mathrm{cm}$

⑤ $\square FGHC = (16 - 8\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$(RHA 합동)

④ $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 2\sqrt{3} - 2(\mathrm{cm})$

63. 각 변의 길이가 $7\,\mathrm{cm}$, $4\,\mathrm{cm}$, $a\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형이 되도록 색종이를 자를 때, a 의 값으로 알맞은 것을 모두 고르면?

① $\sqrt{33}$ ② $\sqrt{37}$ ③ $\sqrt{41}$ ④ $\sqrt{61}$ ⑤ $\sqrt{65}$

해설

(i) $a \geq 7$ 일 때
$a = \sqrt{49+16} = \sqrt{65}$
(ii) $a < 7$ 일 때
$a = \sqrt{49-16} = \sqrt{33}$

64. 세 변의 길이가 4 cm, 6 cm, a cm 인 삼각형이 둔각삼각형일 때, 자연수 a 의 최댓값은 ? (단, $a > 6$ 이다.)

① 3　② 4　③ 6　④ 9　⑤ 10

해설

둔각삼각형이 되려면
$4^2 + 6^2 < a^2$, $a^2 > 52$
$\therefore a > 2\sqrt{13}$
또한, 변의 성질에 의하여 $a < 10$
따라서 $2\sqrt{13} < a < 10$
a 는 자연수이므로 최댓값은 9

65. 다음 □안에 알맞은 말을 써넣어라.

각 변의 길이가 $a^2+4, 4a, a^2-4$ 인 삼각형은 $\boxed{}$삼각형이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 직각

해설

$a^2+4-4a=(a-2)^2$
$a^2-4\neq 0$이므로$a\neq\pm 2$
$(a-2)^2>0$
따라서 가장 긴 변의 길이는 a^2+4 이다.
$(a^2+4)^2=a^4+8a^2+16 \cdots$ ㉠
$(4a)^2+(a^2-4)^2$
$=16a^2+a^4-8a^2+16$
$=a^4+8a^2+16 \cdots$ ㉡
㉠ = ㉡이므로 직각삼각형이다.

66. 세 변의 길이가 각각 8 , 12 , a 인 삼각형이 있다. 이 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 의 값으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 5 ② 6 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$a > 12$ 일 때, $a < 20$ 이고, $a^2 > 8^2 + 12^2 = 208$, $a > 4\sqrt{13}$
$\therefore 20 > a > 4\sqrt{13} = 14.4222$
$a \le 12$ 일 때, $a > 4$ 이고, $12^2 > 8^2 + a^2$, $a < 4\sqrt{5}$ $\therefore 8.9442 = 4\sqrt{5} > a > 4$
$20 > a > 4\sqrt{13}$ 또는 $4\sqrt{5} > a > 4$
그러므로 14 는 될 수 없다.

67. 세 변의 길이가 각각 보기와 같은 삼각형 중에서 둔각삼각형인 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $2,\ 2,\ 2$	㉡ $3,\ 5,\ 7$	㉢ $3,\ 3,\ 3\sqrt{2}$
㉣ $2,\ \sqrt{10}, 4$	㉤ $9,\ 10,\ 14$	㉥ $4,\ 5,\ 6$
㉦ $5,\ 12,\ 14$	㉧ $7,\ 8,\ 10$	

① ㉡, ㉤, ㉥　② ㉡, ㉤, ㉦　③ ㉡, ㉣, ㉤, ㉦
④ ㉣, ㉦　⑤ ㉤, ㉧

해설

둔각삼각형은 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합보다 크다.
따라서, ㉡, ㉣, ㉤, ㉦이 둔각삼각형이다.

68. $\triangle ABC$ 의 세 변의 길이가 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 5\text{cm}$, $\overline{CA} = 7\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형
② $\angle A > 90°$ 인 둔각삼각형
③ $\angle B > 90°$ 인 둔각삼각형
④ $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형
⑤ 예각삼각형

해설

삼각형의 세 변 중 가장 긴 변은 $\overline{CA}$ 이다.
$7^2 > 3^2 + 5^2$ 이므로 $\angle B$ 가 둔각인 둔각삼각형이다.

69. $\angle A > 90°$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ 의 대변의 길이를 각각 a , b , c 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $c > a - b$　　② $a > c + b$　　③ $c^2 > b^2 + a^2$

④ $b^2 < c^2 + a^2$　　⑤ $a^2 < c^2 + b^2$

해설

①, ② 삼각형이 되려면

$c > a - b$, $a < c + b$

③ $\angle C < 90°$ 이므로 $c^2 < b^2 + a^2$

④ $\angle B < 90°$ 이므로 $b^2 < c^2 + a^2$

⑤ $\angle A > 90°$ 이므로 $a^2 > c^2 + b^2$

70. 세 변의 길이가 각각 $a-5$, $2a-9$, 15 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라. (단, 15는 가장 긴 변이 아니다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

길이는 양수이므로 $a-5>0$, $2a-9>0$

$\therefore\ a>5$

$(2a-9)-(a-5)=a-4>0$ ($\because\ a>5$)

$\therefore\ 2a-9>a-5$

$(2a-9)$ 가 가장 긴 변이므로 $(a-5)+15>2a-9$

$\therefore\ 5<a<19$

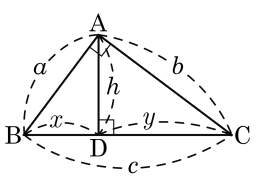
$(2a-9)^2=(a-5)^2+15^2$

$3a^2-26a-169=0$

$(3a+13)(a-13)=0$

$\therefore\ a=13$

71. 다음 그림의 $\triangle$ABC 에서 $\angle$BAC $= 90°$, $\overline{\mathrm{AD}} \perp \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것을 고르면?



① $h^2 = xy$ ② $b^2 = cy$

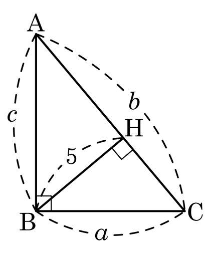
③ $a^2 = cx$ ④ $c^2 = ab$

⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

④ $c^2 = a^2 + b^2$

72. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a+b+c=10$, $\overline{BH} = 5\,cm$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?

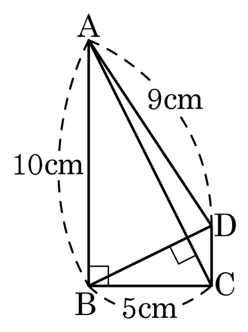


① $25\,cm^2$ ② $\frac{25}{2}\,cm^2$ ③ $\frac{25}{3}\,cm^2$
④ $5\,cm^2$ ⑤ $10\,cm^2$

해설

$(a+c) = 10-b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2 = (10-b)^2$
$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
$5b = ac \cdots (2)$
(1) 에 (2) 를 대입하면
$30b = 100$ 에서
$b = \frac{100}{30}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}(\,cm^2)$

73. 다음 그림을 보고 $\overline{CD}$ 의 길이를 고르면?

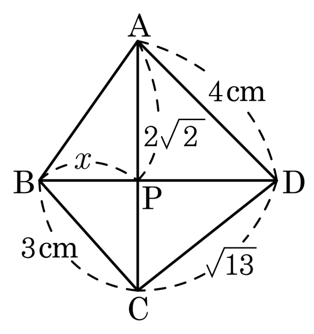


① $\sqrt{2}$cm ② $\sqrt{3}$cm ③ $\sqrt{5}$cm
④ $\sqrt{6}$cm ⑤ $\sqrt{7}$cm

해설

$\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BC}^2$
$100 + \overline{CD}^2 = 81 + 25$
$\overline{CD}^2 = 6 \quad \therefore \overline{CD} = \sqrt{6}(\text{cm})$

74. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



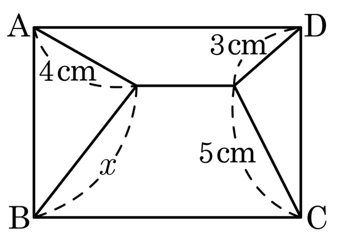
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm ④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$(\overline{AB})^2 + 13 = 16 + 9$, $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ cm

$x^2 + (2\sqrt{2})^2 = (2\sqrt{3})^2$ $\quad \therefore\ x = 2$ cm

75. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 선분이 한 변에 평행하게 놓여있다. 선분의 끝점과 꼭짓점 사이의 거리가 각각 다음과 같을 때, x 의 길이를 구하여라.

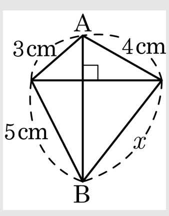


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\sqrt{2}$ cm

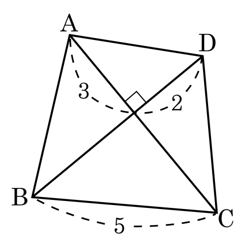
해설

두 삼각형 모양을 자른 후에 붙이면 다음과 같다.



그러므로 $x^2 + 3^2 = 4^2 + 5^2$, $x = 4\sqrt{2}$ (cm)

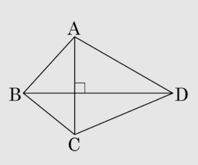
76. 다음 그림과 같이 □ABCD 의 두 대각선이 직교할 때, $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2$ 의 값은?



① 34　　② 35　　③ 36

④ 37　　⑤ 38

해설

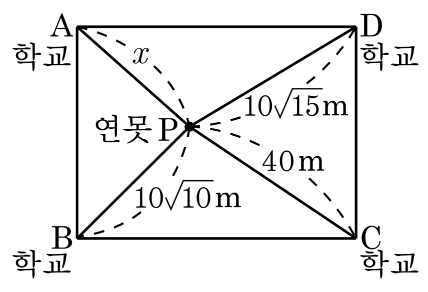


대각선이 수직인 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DA}^2$

$\overline{AD}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

$\therefore \overline{AB}^2+\overline{CD}^2=(\sqrt{13})^2+5^2=38$

77. 다음 그림과 같이 A, B, C, D 네 학교가 선으로 연결하면 직사각형이 된다. 연못에서 네 학교까지의 거리가 다음과 같을 때, A 학교에서 시속 9km 로 출발하여 연못에 도착하는데 걸리는 시간은 몇 초인가?



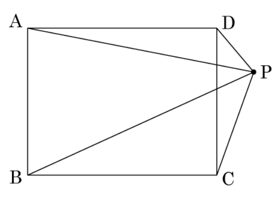
① 6 초　② 8 초　③ 10 초　④ 12 초　⑤ 14 초

해설

$x^2 + 40^2 = (10\sqrt{5})^2 + (10\sqrt{10})^2, x^2 = 900, x = 30\text{m}$ 이다.

$(\text{시간}) = \dfrac{(\text{거리})}{(\text{속력})}$ 이므로 구하는 시간은 $\dfrac{30}{9000} \times 60 \times 60 = 12$ (초) 이다.

78. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{PA} = 9$, $\overline{PB} = 10$, $\overline{PD} = 2$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



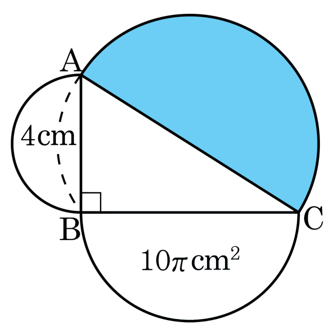
▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{23}$

해설

$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 이므로
$9^2 + \overline{PC}^2 = 10^2 + 2^2$
$\overline{PC}^2 = 104 - 81 = 23$
$\overline{PC} = \sqrt{23}$ ($\because \overline{PC} > 0$)

79. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$, $\overline{AB} = 4\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 반원을 그렸다. $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $10\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ $\pi\,\mathrm{cm}^2$

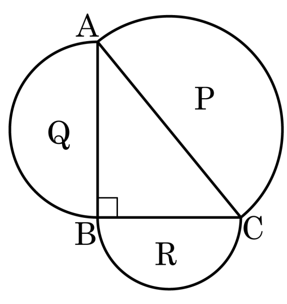
▷ 정답 : 12 $\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

반지름 r 인 원의 넓이는 $r^2\pi$ 이므로 지름이 4cm 인 반원의 넓이는 $2^2\pi \times \dfrac{1}{2} = 2\pi(\mathrm{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $10\pi + 2\pi = 12\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

80. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 를 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ $P^2 = Q^2 + R^2$　　㉡ $Q = P - R$

㉢ $P = 2(Q - R)$　　㉣ $P = Q + R$

㉤ $P = Q - R$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

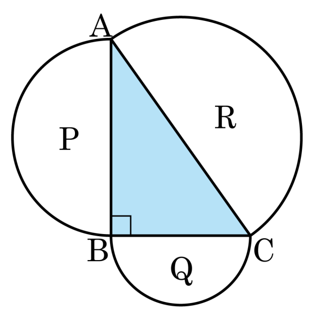
▷ 정답 : ㉣

해설

$P = Q + R$ 이므로 옳은 것은

㉡$Q = P - R$, ㉣ $P = Q + R$ 뿐이다.

81. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^{\circ}$ 인 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 세 변의 넓이를 각각 P , Q , R 이라 하자. $P = 16\pi \mathrm{cm}^2$, $R = 24\pi \mathrm{cm}^2$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



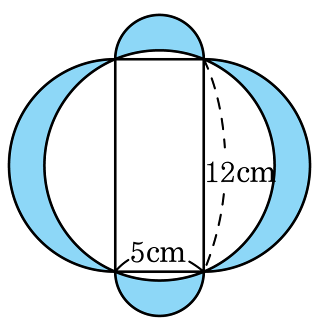
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $32\sqrt{2}$ cm^2

해설

$R = P + Q$ 이므로 $Q = 24\pi - 16\pi = 8\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.
따라서 P 와 Q 의 반지름을 각각 a, b 라고 할 때, $a^2 = 32, b^2 = 16$ 이므로 $2a = 8\sqrt{2}, 2b = 8$ 이 성립한다.
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \left(8\sqrt{2}\right) \times 8 = 32\sqrt{2}\ (\mathrm{cm}^2)$

82. 원에 내접하는 직사각형의 각 변을 지름으로 하는 반원을 그릴 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

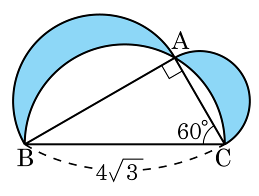
▷ 정답: $60\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

사각형의 넓이는 색칠한 부분의 넓이와 같다.

$\therefore 5 \times 12 = 60(\text{cm}^2)$

83. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 세 변을 지름으로 하는 반원을 각각 그린 것이다. 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $6\sqrt{3}$

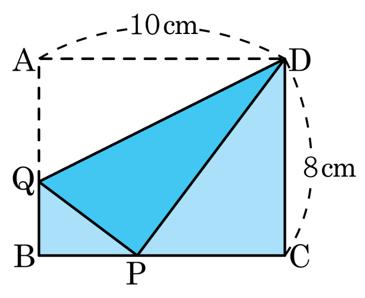
해설

색칠된 부분의 넓이는 $\triangle ABC$ 의 넓이와 같다.

$\overline{AC} = \dfrac{\overline{BC}}{2} = 2\sqrt{3}$, $\overline{AB} = \overline{BC} \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6$

$\therefore \triangle ABC \equiv \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$

84. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 10cm , 세로의 길이가 8cm 인 직사각형을 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 P 에 오도록 접었다. 이 때, $\triangle$DQP 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

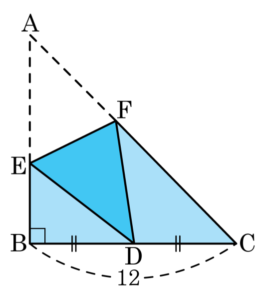
▷ 정답 : 25 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle$DPC 에서 $\overline{PC} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$
$\overline{AQ}$ 를 x 라고 하면, $\triangle$QBP 에서 $\overline{QB} = 8 - x$, $\overline{BP} = 4$, $\overline{QP} = x$
, $x^2 = (8 - x)^2 + 4^2$, $x = 5$

$\overline{QP} = 5\text{cm}$, $\overline{DP} = 10\text{cm}$, $\triangle QPD = \frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25(\text{cm}^2)$

85. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{BC} = 12$ 인 직각이등변 삼각형의 종이를 $\overline{EF}$ 를 접는 선으로 하여 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점 D 에 겹치게 접은 것이다. $\overline{BE}$ 의 길이를 x 로 놓을 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 x 에 관한 식으로 나타내면?



① x　　② $12 - x$　　③ $x - 12$

④ $2x$　　⑤ $2x - 6$

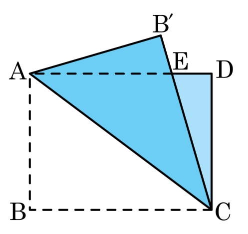
해설

$\overline{BE} = x$ 이면 $\overline{AE} = 12 - x$ 이다.

$\overline{AE} = \overline{ED}$ 이다.

따라서 $\overline{ED} = 12 - x$ 이다.

86. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle$AEC 의 넓이는 $\triangle$ECD 의 넓이의 몇 배인가?



① 2 배 ② 3 배 ③ $\frac{22}{7}$ 배

④ $\frac{25}{7}$ 배 ⑤ $\frac{25}{8}$ 배

해설

$\overline{ED} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ ($\because \triangle AEB' \equiv \triangle CED$)

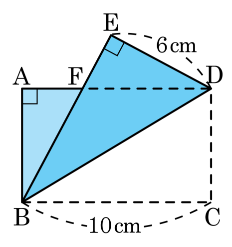
따라서 $\triangle$CDE 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \frac{7}{4}$

$\triangle$AEC , $\triangle$ECD 은 밑변의 길이만 다르므로 넓이의 비 또한 밑변의 길이의 비와 같다.

즉, $\triangle$AEC 의 넓이는 $\triangle$ECD 의 넓이의 $\frac{8-x}{x} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{25}{7}$ (배)

이다.

87. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{\mathrm{FD}}$ 의 길이는?



① $\frac{16}{5}$ ② $\frac{32}{5}$ ③ $\frac{34}{5}$ ④ 6 ⑤ 8

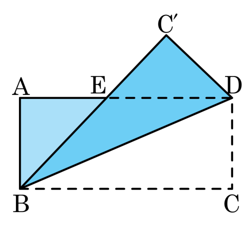
해설

$\triangle\mathrm{BAF} \equiv \triangle\mathrm{DEF}$ (ASA 합동), $\overline{\mathrm{FD}} = x$ 로 놓으면, $\overline{\mathrm{AF}} = 10 - x$, $\overline{\mathrm{BF}} = x$

$\triangle\mathrm{ABF}$ 에서, $x^2 = 6^2 + (10 - x)^2$

$\therefore\ x = \frac{34}{5}$

88. 다음 그림은 $\overline{\mathrm{BC}} = 7$, $\overline{\mathrm{AB}} = 3$ 인 직사각형 ABCD 를 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{\mathrm{C'E}} + \overline{\mathrm{AE}}$ 의 길이는?

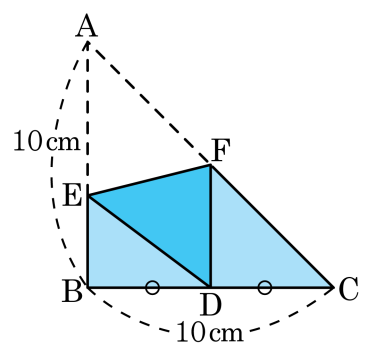


① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{27}{6}$ ③ $\frac{31}{7}$
④ $\frac{40}{7}$ ⑤ $\frac{55}{7}$

해설

$\overline{\mathrm{C'E}} = \overline{\mathrm{AE}}$ 이므로 구하고자 하는 것은 $2\overline{\mathrm{AE}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{AE}} = x$ 라고 하면 $\overline{\mathrm{BE}} = 7 - x$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABE}$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \frac{20}{7}$
따라서 $\overline{\mathrm{C'E}} + \overline{\mathrm{AE}} = 2 \times \frac{20}{7} = \frac{40}{7}$

89. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC} = 10$ 인 직각이등변삼각형 ABC 를 $\overline{EF}$ 를 기준으로 접어서 점 A 가 $\overline{BC}$ 의 중점에 위치하도록 하였다. 이때 $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



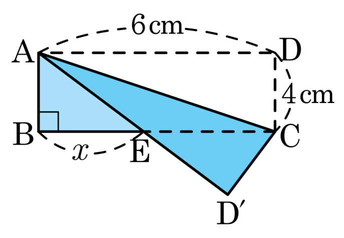
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{25}{4}$ cm

해설

$\overline{DE} = x$ 라 놓으면 $\overline{AE} = \overline{DE} = x$ 가 되고, $\overline{BE} = 10 - x$ 가 된다.
$\overline{BD} = 5\text{cm}$ ($\because$ $\overline{BC}$ 의 중점)
삼각형 EBD 에서 피타고라스 정리를 이용하면 $x^2 = 5^2 + (10-x)^2$
, $x = \frac{25}{4}$ (cm)

90. 가로의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$, 세로의 길이가 $2\,\mathrm{cm}$ 인 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 대각선 AC 를 접는 선으로 하여 접었을 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad \mathrm{cm}}$

▷ 정답 : $\underline{\frac{8}{3}\,\mathrm{cm}}$

해설

$\overline{\mathrm{EC}} = 6 - x$, $\overline{\mathrm{D'C}} = \overline{\mathrm{DC}} = 2(\,\mathrm{cm})$

$\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{DAC}(\because$ 엇각$) = \angle\mathrm{CAE}$

$\triangle\mathrm{AEC}$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EC}} = 6 - x$

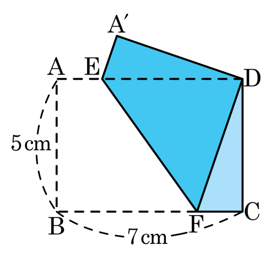
$\therefore \overline{\mathrm{ED'}} = x$

$\triangle\mathrm{ED'C}$ 에서 $\overline{\mathrm{EC}}^2 = \overline{\mathrm{ED'}}^2 + \overline{\mathrm{D'C}}^2$

$(6 - x)^2 = x^2 + 4$

$\therefore\ x = \frac{8}{3}(\,\mathrm{cm})$

91. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 점 B 가 점 D 에 오도록 접었다. $\overline{AB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle A'ED$ 의 넓이는?



① $\frac{22}{7}\,\text{cm}^2$
② $\frac{24}{7}\,\text{cm}^2$
③ $\frac{26}{7}\,\text{cm}^2$
④ $4\,\text{cm}^2$
⑤ $\frac{30}{7}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{A'E}$ 를 $x\,\text{cm}$ 라고 하면,

$\triangle A'ED$ 에서

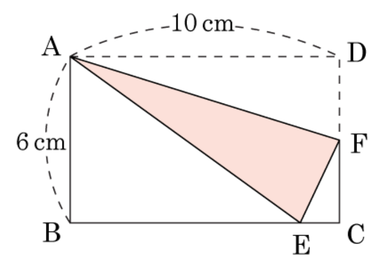
$5^2 + x^2 = (7 - x)^2$

$14x = 49 - 25$

$x = \frac{12}{7}(\text{cm})$

따라서 $\triangle A'ED$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 5 \times \frac{12}{7} = \frac{30}{7}(\text{cm}^2)$ 이다.

92. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{\mathrm{AE}} = 10\,\mathrm{cm}$

② $\overline{\mathrm{BE}} = 8\,\mathrm{cm}$

③ $\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{EAF}$

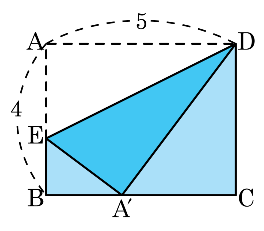
④ $\triangle\mathrm{ADF} \equiv \triangle\mathrm{AEF}$

⑤ $\angle\mathrm{AFE} = 90°$

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AE}} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BE}} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8(\mathrm{cm})$, $\angle\mathrm{DAF} = \angle\mathrm{EAF}$, $\overline{\mathrm{AF}}$ 는 공통이므로 $\triangle\mathrm{ADF} \equiv \triangle\mathrm{AEF}$ (SAS 합동)이다. $\angle\mathrm{AEF} = 90°$ 이므로 ⑤ 이다.

93. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\triangle A'BE$ 의 넓이는?



① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\overline{EB} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = 4 - x$

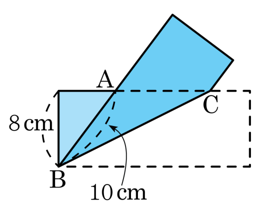
$\overline{AD} = \overline{A'D} = 5$ 이므로 $\overline{A'C} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\overline{A'C} = 3$, $\overline{BA'} = 2$ 이다.

$\triangle A'BE$ 에서 $(4 - x)^2 = x^2 + 2^2$

$8x = 12 \therefore x = \frac{3}{2}$

$\therefore \triangle A'EB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2}$

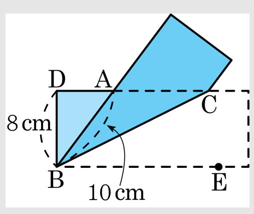
94. 다음 그림과 같이 폭이 8cm 인 종이 테이프를 접었더니 $\overline{AB}$ 의 길이가 10cm 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : $8\sqrt{5}$ cm

해설



$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 - \overline{BD}^2 = 10^2 - 8^2 = 36$ $\therefore$ $\overline{AD} = 6$(cm)

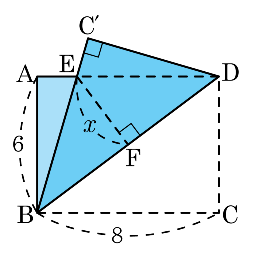
$\angle ABC = \angle CBE$, $\angle CBE = \angle ACB$ ($\because$ 엇각) $\therefore$ $\angle ABC = \angle ACB$

따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\therefore$ $\overline{AC} = \overline{AB} = 10$(cm)

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BC}^2 = \overline{BD}^2 + \overline{CD}^2 = 8^2 + (6+10)^2 = 64 + 256 = 320$

$\therefore$ $\overline{BC} = \sqrt{320} = 8\sqrt{5}$(cm) ($\because$ $x > 0$)

95. 가로, 세로의 길이가 각각 8, 6 인 직사각형 ABCD 를 그림과 같이 BD 를 접는 선으로 하여 접었을 때, $\overline{\mathrm{EF}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

$\triangle$DBC 에서

$\overline{\mathrm{BD}} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$,

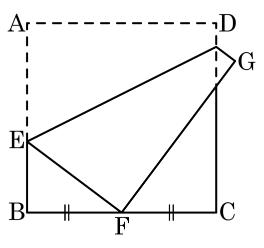
$\overline{\mathrm{BF}} = 5$

$\triangle\mathrm{EBF} \backsim \triangle\mathrm{DBC}$ ($\because$ AA 닮음), $\overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{EF}} : \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로

$5 : 8 = x : 6$

$\therefore\ x = \frac{15}{4}$

96. 한 변의 길이가 10인 정사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접을 때, $\triangle$EBF 의 넓이를 구하여라. (단, 점 F 는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{75}{8}$

해설

$\overline{\mathrm{EB}} = x$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{EF}}$ 이므로

$\overline{\mathrm{EF}} = 10 - x$ 이다.

$\triangle$EBF 에서

$(10 - x)^2 = x^2 + 5^2$

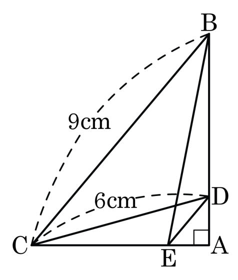
$100 - 20x + x^2 = x^2 + 25$

$20x = 75$

$\therefore\ x = \frac{15}{4}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{EBF} = \frac{1}{2} \times 5 \times \frac{15}{4} = \frac{75}{8}$

97. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.(단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

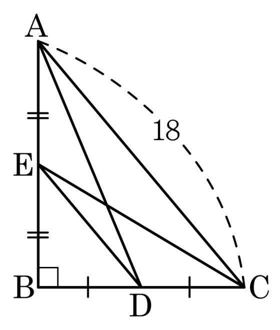
해설

$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(9^2 - \overline{AC}^2)\right\}$,

$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(6^2 - \overline{AC}^2)\right\}$

$\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 9^2 - 6^2 = 45$

98. 다음 그림에서 $\angle B = 90°$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 18$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 405

해설

$\overline{BE} = x,\ \overline{BD} = y$ 라고 두자.

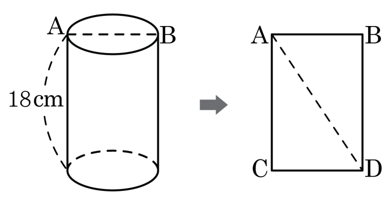
$\triangle ABC$ 에서

$18^2 = (2x)^2 + (2y)^2,\ x^2 + y^2 = 81$ 이 된다.

$\overline{AD}^2 = (2x)^2 + y^2,\ \overline{CE}^2 = x^2 + (2y)^2$

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= 5x^2 + 5y^2 = 5(x^2 + y^2)\\ &= 5 \cdot 81 = 405\end{aligned}$$

99. 다음 그림과 같은 밑면의 넓이가 $36\pi\,\mathrm{cm}^2$ 인 원통 모양의 치즈를 지름 $\overline{AB}$ 에서 똑바로 잘라내니 단면이 직사각형 모양이 되었다. 단면적의 대각선의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

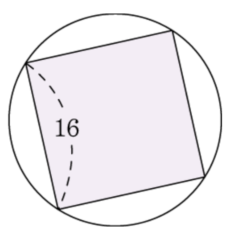
▷ 정답: $6\sqrt{13}$ cm

해설

밑면의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 반지름이 6cm 이다. 따라서 $\overline{AB} = 12\,\mathrm{cm}$

높이가 18cm 이므로 $\triangle ACD$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AD} = \sqrt{18^2 + 12^2} = 6\sqrt{13}(\,\mathrm{cm})$

100. 동그란 접시위에 다음과 같이 접시에 내접하도록 정사각형 모양의 식빵을 잘라 놓으려고 한다. 식빵의 한 변의 길이를 16 으로 잘라야 할 때, 접시의 지름이 최소한 몇이어야 하는가?



① $15\sqrt{2}$ ② $15\sqrt{3}$ ③ $16\sqrt{2}$ ④ $16\sqrt{3}$ ⑤ $17\sqrt{2}$

해설

$2x^2 = 256$
$x^2 = 128$
$x = 8\sqrt{2}$
(접시의 지름) $= 8\sqrt{2} \times 2 = 16\sqrt{2}$