1. 다음 표는 A, B, C, D, E 다섯 반의 학생들의 음악 실기 점수의 평균과 표준편차를 나타낸 것이다. 학생들 간의 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은? (단, 각 학급의 학생 수는 모두 같다.)

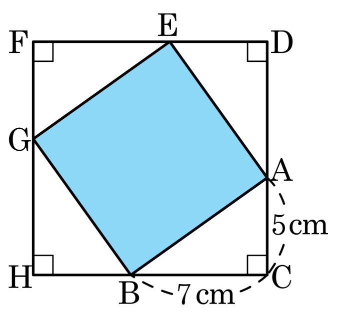
이름	A	B	C	D	E
평균(점)	72	85	83	77	81
표준편차(점)	1.6	2.1	1.5	2.4	1.1

① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 집중된다. 따라서 음악 실기 점수의 격차가 가장 작은 반은 표준편차가 가장 작은 E이다.

2. 다음 그림의 □FHCD 는 △ABC 와 합동인 직각삼각형을 이용하여 만든 사각형이다. □BAEG 의 넓이를 구하여라.



① $71\,\mathrm{cm}^2$ ② $72\,\mathrm{cm}^2$ ③ $73\,\mathrm{cm}^2$
④ $74\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $75\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{7^2+5^2} = \sqrt{49+25} = \sqrt{74}$

$\square\mathrm{BAEG} = (\sqrt{74})^2 = 74\ (\mathrm{cm}^2)$

3. 넓이가 $36\sqrt{3}\text{cm}^2$ 인 정삼각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

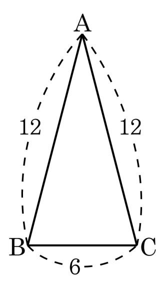
정삼각형의 한 변의 길이를 $a\text{cm}$ 라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 36\sqrt{3}$

$a^2 = 144$

$\therefore\ a = 12(\text{cm})$

4. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



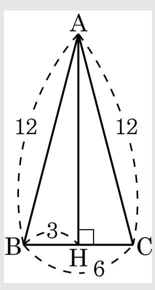
① $12\sqrt{3}$　　② $15\sqrt{3}$　　③ $9\sqrt{15}$

④ 36　　⑤ $10\sqrt{15}$

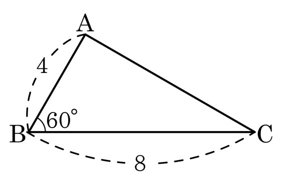
해설

점 A 에서 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\overline{AH} = \sqrt{12^2 - 3^2} = 3\sqrt{15}$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 3\sqrt{15} = 9\sqrt{15}$ 이다.



5. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① $4\sqrt{3}$ ② 8 ③ $6\sqrt{3}$

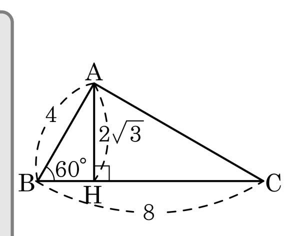
④ $7\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

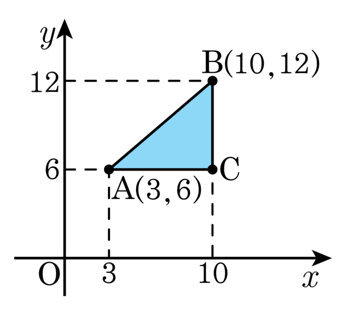
점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 $\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} : \overline{AB} = \overline{AH} : 4 = \sqrt{3} : 2$

$\therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 2\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$



6. 다음 좌표평면 위의 두 점 $A(3,6)$, $B(10,12)$ 사이의 거리를 구하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



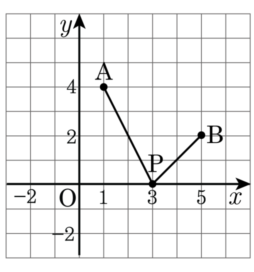
(두 점 A, B 사이의 거리)$=\overline{AB}$
$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2+\overline{BC}^2\\ &=(10-3)^2+(12-6)^2\\ &=49+36\\ &=85\end{aligned}$$
$\therefore \overline{AB}=\boxed{}$

① $3\sqrt{5}$ ② 6 ③ $6\sqrt{7}$ ④ 8 ⑤ $\sqrt{85}$

해설

(두 점 A, B 사이의 거리)$=\overline{AB}$
$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{AC}^2+\overline{BC}^2\\ &=(10-3)^2+(12-6)^2\\ &=49+36=85\end{aligned}$$

7. 좌표평면 위의 두 점 A$(1,\ 4)$, B$(5,\ 2)$ 와 x 축 위의 임의의 점 P 에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최솟값을 구하면?



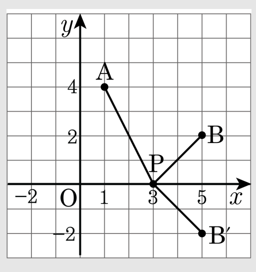
① $\sqrt{13}$　② 2　③ 3

④ $2\sqrt{6}$　⑤ $2\sqrt{13}$

해설

점 B 를 x 축에 대해 대칭이동한 점을 B′ 이라 하면 B′$(5, -2)$, $\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$ 의 최단 거리$=\overline{\mathrm{AB'}}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB'}} = \sqrt{4^2+6^2} = 2\sqrt{13}$ 이다.



8. 가로, 세로의 길이가 5 인 직육면체의 대각선의 길이가 $3\sqrt{6}$ 일 때, 이 직육면체의 높이의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

높이를 x 라 하면 직육면체의 대각선 길이는 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 이므로

$\sqrt{5^2+5^2+x^2} = 3\sqrt{6}$

$x^2 = 4$

$x > 0$ 이므로 $x = 2$ 이다.

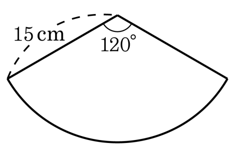
9. 모선의 길이가 $8\,\mathrm{cm}$ 인 원뿔의 밑면의 둘레의 길이가 $6\pi\,\mathrm{cm}$ 일 때, 원뿔의 높이를 구하여라.

▶ 답: ______ cm

▷ 정답: $\sqrt{55}$ cm

해설
밑면의 둘레가 $6\pi\,\mathrm{cm}$ 이므로 반지름의 길이는 $3\,\mathrm{cm}$ 가 된다.
높이 $= \sqrt{8^2 - 3^2} = \sqrt{55}(\,\mathrm{cm})$

10. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 15 cm 인 원에서 중심각의 크기가 120 ° 인 부채꼴을 오려서 원뿔의 옆면을 만들때, 이 원뿔의 높이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $10\sqrt{2}$ cm

해설

밑면의 반지름의 길이를 y cm라고 하면,

$2\pi r = 2\pi \times 15 \times \dfrac{120}{360} = 10\pi$

$\therefore r = 5(\mathrm{cm})$

$\mathrm{h} = \sqrt{15^2 - 5^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

11. 다음은 어느 빵집에서 월요일부터 일요일까지 매일 판매된 크림빵의 개수를 나타낸 것이다. 하루 동안 판매된 크림빵의 개수의 중앙값이 20, 최빈값이 28일 때, 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합을 구하여라.

요일	월	화	수	목	금	토	일
크림빵의 개수	14	y	4	18	x	28	21

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

최빈값이 28이므로 $x = 28$ 또는 $y = 28$ 이다.
$x = 28$ 이라고 하면 4, 14, 18, 21, 28, 28, y에서 중앙값이 20 이므로 $y = 20$이다.
따라서 화요일과 금요일에 판매된 개수의 합은
$20 + 28 = 48$ 이다.

12. 철수의 4 회에 걸친 수학 성적이 80, 82, 86, 76 이다. 다음 시험에서 몇 점을 받아야 평균이 84 점이 되겠는가?

① 90 점 ② 92 점 ③ 94 점 ④ 96 점 ⑤ 98 점

해설

다음에 받아야 할 점수를 x 점이라고 하면

(평균)$= \dfrac{80+82+86+76+x}{5} = 84$

$\dfrac{324+x}{5} = 84$

$324 + x = 420$

$\therefore x = 96$(점)

13. 5개의 변량 $3, 5, 9, 6, x$ 의 평균이 6 일 때, 분산은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$\frac{3+5+9+6+x}{5}=6$

$23+x=30$

$\therefore x=7$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, 0, 1$ 이므로 분산은

$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+0^2+1^2}{5}=\frac{9+1+9+1}{5}=\frac{20}{5}=4$

14. 다음 표는 5 명의 학생의 키를 나타낸 것이다. 평균이 175cm 이고 분산이 3.2 일 때, 준호와 성준이의 키를 구하여라.(단, 준호의 키가 성준의 키보다 더 크다.)

학생	규호	준호	규철	성준	영훈
키 (cm)	176	x	174	y	172

▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : 준호 : 177 cm

▷ 정답 : 성준 : 176 cm

해설

$\dfrac{176 + x + 174 + y + 172}{5} = 175$, $x + y = 353$ 이다.

$\dfrac{1 + (x - 175)^2 + 1 + (y - 175)^2 + 9}{5} = 3.2$, $(x - 175)^2 + (y - 175)^2 = 5$ 이다.

두 식을 연립해서 풀면, $x = 177$, $y = 176$ 이다.

15. 다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x, y, 8 의 평균이 6 이므로

$\dfrac{5+7+x+y+8}{5} = 6, \quad x+y+20=30$

$\therefore x+y=10 \cdots\cdots$ ㉠

또, 분산이 5 이므로

$\dfrac{(5-6)^2+(7-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2}{5}$

$+\dfrac{(8-6)^2}{5} = 5$

$\dfrac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5} = 5$

$\dfrac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5} = 5$

$x^2+y^2-12(x+y)+78=25$

$\therefore x^2+y^2-12(x+y)=-53 \quad \cdots\cdots$ ㉡

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2=12(x+y)-53=12\times10-53=67$

$\therefore \ x^2+y^2=67 \quad \cdots\cdots$ ㉢

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy, \quad 10^2=67+2xy, \ 2xy=33$

$\therefore 2xy=33$

16. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림 한다.)

계급	도수
$3^{\text{이상}} \sim 5^{\text{미만}}$	3
$5^{\text{이상}} \sim 7^{\text{미만}}$	3
$7^{\text{이상}} \sim 9^{\text{미만}}$	2
$9^{\text{이상}} \sim 11^{\text{미만}}$	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

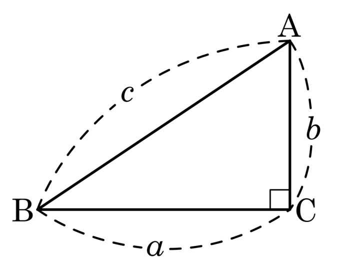
$$(\text{평균}) = \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\}\text{ 의 총합}}{(\text{도수})\text{의 총합}}$$
$$= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{10}$$
$$= \frac{12 + 18 + 16 + 20}{10} = 6.6(\text{회})$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\frac{1}{10}\{(4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2\}$$
$$= \frac{1}{10}(27 + 3 + 2 + 18) = 5$$

17. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형에서 세 변의 길이가 각각 a , b , c 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $b^2 = c^2 - a^2$　　② $a = \sqrt{c^2 - b^2}$

③ $a^2 = (c+b)(c-b)$　　④ $b = \sqrt{a^2 + c^2}$

⑤ $c = \sqrt{a^2 + b^2}$

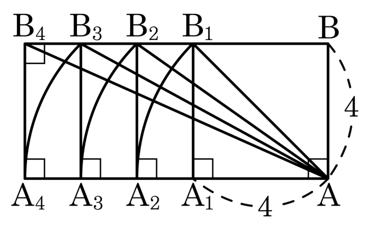
해설

$c^2 = a^2 + b^2$ 이므로

③ $a^2 = c^2 - b^2 = (c+b)(c-b)$

④ $b = \sqrt{c^2 - a^2}$

18. 한 변의 길이가 4cm 인 정사각형 □AA_1B_1B 가 있다. 점 A 를 중심으로 하여 $\overline{AB_1}$, $\overline{AB_2}$, $\overline{AB_3}$ 을 반지름으로 하는 호를 그릴 때, $\overline{AA_4}$ 의 길이는?



① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

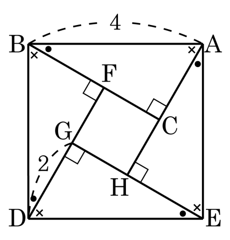
해설

$\overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 4\sqrt{2}$

$\overline{AA_3} = \overline{AB_2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\overline{AA_4} = \overline{AB_3} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$

19. 다음 그림은 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ABDE 의 각 꼭짓점에서 수선 AH, BC, DF, EG 를 그어 직각삼각형을 만든 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{AH} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

② $\triangle ABC = 2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $\overline{EH} = 2\,\text{cm}$

④ $\overline{CF} = 2\,\text{cm}$

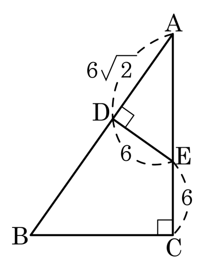
⑤ $\square FGHC = (16 - 8\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC \equiv \triangle BDF \equiv \triangle DEG \equiv \triangle EAH$(RHA 합동)

④ $\overline{CF} = \overline{BC} - \overline{BF} = 2\sqrt{3} - 2(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADE$ 가 모두 직각삼각형이고 $\overline{AD} = 6\sqrt{2}$, $\overline{CE} = \overline{DE} = 6$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① $3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$
④ $3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$

해설

$\triangle ADE$ 에서

$\overline{AE} = \sqrt{6^2 + \left(6\sqrt{2}\right)^2} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$

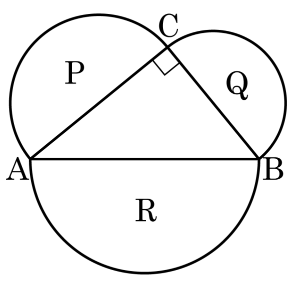
$\triangle ADE$ 와 $\triangle ACB$ 는 닮음이므로

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{ED} : \overline{AD}$

$x : (6 + 6\sqrt{3}) = 6 : 6\sqrt{2}$

$\therefore\ x = \dfrac{6 + 6\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} + 3\sqrt{6}$

21. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 P , Q , R 라고 할 때, $Q = 12\pi \text{cm}^2$, $R = 30\pi \text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설

$P + Q = R$ 에서 $P + 12\pi = 30\pi$

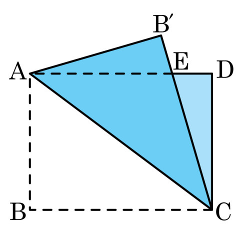
$\therefore P = 18\pi \, \text{cm}^2$

반원의 넓이가 $18\pi \, \text{cm}^2$ 이므로 원의 넓이는 $36\pi \, \text{cm}^2$

따라서 원의 반지름은 $6 \, \text{cm}$ 이고 지름은 $12 \, \text{cm}$ 이다.

$\therefore \overline{AC} = 12 \, \text{cm}$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 인 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AC}$ 를 접는 선으로 하여 접었다. $\triangle AEC$ 의 넓이는 $\triangle ECD$ 의 넓이의 몇 배인가?



① 2 배 ② 3 배 ③ $\frac{22}{7}$ 배

④ $\frac{25}{7}$ 배 ⑤ $\frac{25}{8}$ 배

해설

$\overline{ED} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = \overline{EC} = 8 - x$ ($\because \triangle AEB' \equiv \triangle CED$)

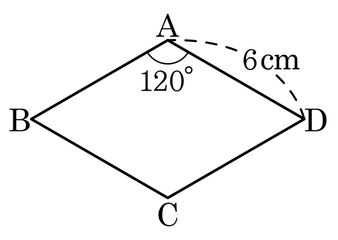
따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $x = \frac{7}{4}$

$\triangle AEC$, $\triangle ECD$ 은 밑변의 길이만 다르므로 넓이의 비 또한 밑변의 길이의 비와 같다.

즉, $\triangle AEC$ 의 넓이는 $\triangle ECD$ 의 넓이의 $\frac{8-x}{x} = \frac{\frac{25}{4}}{\frac{7}{4}} = \frac{25}{7}$ (배)

이다.

23. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 6 cm 인 마름모의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

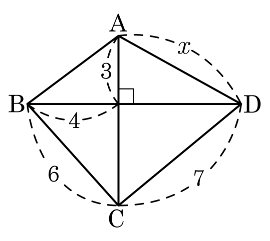
▷ 정답 : $18\sqrt{3}$ cm^2

해설

$\triangle$ABC 는 한 변의 길이가 6cm 인 정삼각형이므로 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 6^2 = 9\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

따라서 마름모의 넓이는 $2 \times 9\sqrt{3} = 18\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

24. 다음 그림에서 두 대각선이 서로 직교할 때, $\overline{\mathrm{AD}}$의 길이를 구하면?



① $\sqrt{23}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{31}$

④ $\sqrt{38}$ ⑤ $3\sqrt{5}$

해설

피타고라스 정리에 의해

$\overline{\mathrm{AB}} = 5$

$5^2 + 7^2 = x^2 + 6^2$

$25 + 49 = x^2 + 36$

$\therefore x = \sqrt{38}$

25. 대각선의 길이가 15 인치인 LCD 모니터를 구입하였다. 모니터 화면의 가로, 세로의 비가 4 : 3 일 때, 모니터의 가로와 세로의 길이를 더하여라.

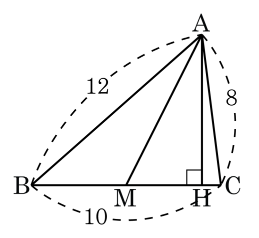
▶ 답: ________ 인치

▷ 정답: 21인치

해설

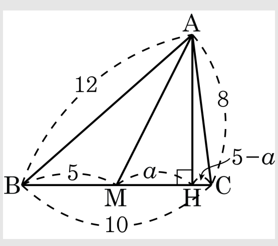
가로의 길이를 $4x$ 라고 하면 세로의 길이는 $3x$ 이고
피타고라스 정리에 따라
$(4x)^2 + (3x)^2 = 15^2$
$25x^2 = 225$
$x^2 = 9$
$x > 0$ 이므로 $x = 3$
따라서 가로의 길이는 12 인치, 세로의 길이는 9 인치이므로
가로와 세로의 길이의 합은 21 인치이다.

26. 다음 그림의 삼각형 ABC 에서 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BC}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 M 은 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점일 때, $\overline{\mathrm{MH}}+\overline{\mathrm{AH}}$ 의 길이는?



① $\sqrt{7}$　② $2+\sqrt{7}$　③ $3+2\sqrt{7}$
④ $4+3\sqrt{7}$　⑤ $5+\sqrt{7}$

해설



$\overline{\mathrm{MH}}=a$

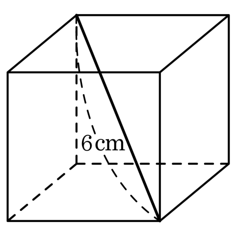
$12^2-(5+a)^2=8^2-(5-a)^2$

$144-(25+10a+a^2)=64-(25-10a+a^2),\ 20a=80,\ a=4$

따라서 $\overline{\mathrm{MH}}=a=4,\ \overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{8^2-1^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$

이므로 $\overline{\mathrm{MH}}+\overline{\mathrm{AH}}=4+3\sqrt{7}$

27. 다음 그림과 같이 대각선의 길이가 $6\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체의 부피 V를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^3}$

▷ 정답 : $24\sqrt{3}\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

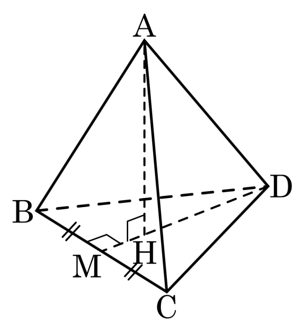
해설

한 모서리의 길이를 a 라 하면

$\sqrt{3}a = 6,\ a = 2\sqrt{3}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \mathrm{V} = (2\sqrt{3})^3 = 24\sqrt{3}\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$

28. 다음 그림은 한 모서리의 길이가 12cm 인 정사면체이다. 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고 $\overline{AH}$ 는 정사면체의 높이일 때, △AMH 의 넓이를 구하여라.



① $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ ② $13\sqrt{2}\text{cm}^2$ ③ $14\sqrt{2}\text{cm}^2$
④ $15\sqrt{2}\text{cm}^2$ ⑤ $16\sqrt{2}\text{cm}^2$

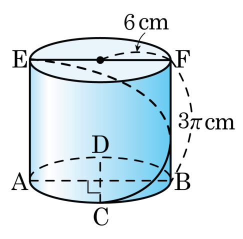
해설

$\overline{AH} = \dfrac{\sqrt{6}}{3} \times 12 = 4\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{MH} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 12 \times \dfrac{1}{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$(\therefore$ △AMH의 넓이$) = \dfrac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 4\sqrt{6} = 12\sqrt{2}$

29. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 3π cm 인 원기둥에서 밑면의 지름 AB 와 수직인 지름 CD 에 대하여 점 C 에서 점 E 까지 원기둥의 옆면을 따라 오른쪽으로 올라갈 때의 최단 거리를 구하여라. (단, $\overline{AB} /\!/ \overline{EF}$)

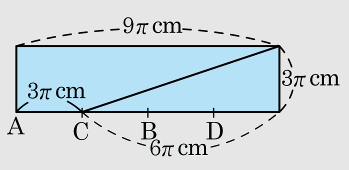


▶ 답 : ______ cm

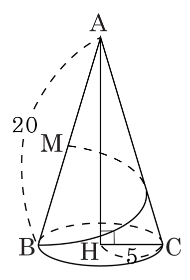
▷ 정답 : $3\sqrt{10}\pi$ cm

해설

$\sqrt{(3\pi)^2 + (9\pi)^2}$ =
$3\sqrt{10}\pi$ (cm)



30. 다음 그림과 같이 모선의 길이가 20 이고, 밑면의 반지름의 길이가 5 인 원뿔이 있다. 모선 AB 의 중점을 M 이라 하고, 점 B 로부터 원뿔의 옆면을 따라 한 바퀴 돌아 점 M 으로 갈 때, 최단거리를 구하여라.

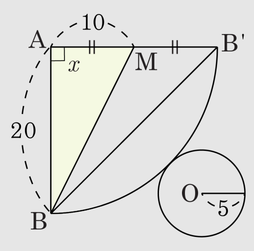


▶ 답 :

▷ 정답 : $10\sqrt{5}$

해설

전개도를 그려, 부채꼴의 중심각을 x 라 하면,
$2\pi \times 20 \times \dfrac{x}{360°} = 2\pi \times 5 \quad \therefore\ x = 90°$
최단거리 $\overline{MB} = \sqrt{10^2 + 20^2} = 10\sqrt{5}$



31. 변량 $x_1, x_2, + \cdots + x_n$ 의 평균이 4이고 표준편차가 3일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \cdots, 3x_n - 5$ 의 평균 m과 표준편차 n의 합 $m+n$을 구하면?

① 10　② 12　③ 14　④ 16　⑤ 18

해설

$\dfrac{x_1, x_2, + \cdots + x_n}{n} = 4$

$\dfrac{(3x_1 - 5) + (3x_2 - 5) + \cdots + (3x_n - 5) +}{n}$

$= \dfrac{3(x_1 + x_2 + \cdots + x_n) - 5n}{n}$

$= 3 \cdot 4 - 5 = 12 - 5 = 7 = m$

$\dfrac{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \cdots + (x_n - 4)^2}{n} = 3^2 = 9$ 일 때,

$\dfrac{(3x_1 - 5 - 7)^2 + (3x_2 - 5 - 7)^2}{n}$

$+ \dfrac{+ \cdots + (3x_n - 5 - 7)^2}{n}$

$= \dfrac{\left\{3(x_1 - 4)^2\right\} + \left\{3(x_2 - 4)^2\right\} + \cdots + \left\{3(x_n - 4)^2\right\}}{n}$

$= \dfrac{9\left\{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \cdots + (x_n - 4)^2\right\}}{n}$

$= 9 \cdot 9 = 81$

따라서 표준편차 $n = \sqrt{81} = 9$이다.

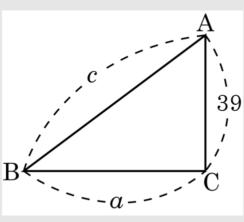
따라서 $m + n = 7 + 9 = 16$이다.

32. 세 변의 길이가 모두 자연수이고 가장 짧은 변의 길이가 39 인 직각삼각형의 넓이의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

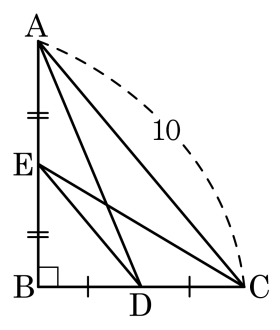
▷ 정답 : 1014

해설



위의 그림의 $\overline{AB}$ 를 빗변으로 하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$ 라 하자.
(단, a, c 는 자연수이다.)
$c^2 = 39^2 + a^2$, $c^2 - a^2 = 39^2$
$(c-a)(c+a) = 3^2 \times 13^2$
그런데 $\triangle ABC$ 의 넓이, 즉 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times a \times 39$ 가 최소가 되려면 a 의 값이 최소가 되어야 한다.
따라서 $c+a > c-a$ 인 경우를 순서쌍 $(c+a,\ c-a)$ 로 나타내어 보면
$$(c+a,\ c-a) = (13^2,\ 3^2),\ (13^2 \times 3,\ 3),\ (13 \times 3^2,\ 13),\ (13^2 \times 3^2,\ 1)$$
이때, a 의 값이 최소가 되는 경우는
$c + a = 13 \times 3^2$, $c - a = 13$ 이다.
$\therefore\ a = 52,\ c = 65$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이의 최솟값은
$\frac{1}{2} \times 52 \times 39 = 1014$ 이다.

33. 다음 그림에서 $\angle B = 90^\circ$ 이고, D, E 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\overline{AC} = 10$ 일 때, $\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 125

해설

$\overline{BE} = x,\ \overline{BD} = y$ 라고 하면

$\overline{AB} = 2x,\ \overline{BC} = 2y$

$(2x)^2 + (2y)^2 = 100$

$4x^2 + 4y^2 = 100$

$4(x^2 + y^2) = 100 \qquad \therefore\ x^2 + y^2 = 25$

$\overline{ED} = \sqrt{x^2 + y^2} = 5$ 이므로

$$\begin{aligned}\overline{AD}^2 + \overline{CE}^2 &= \overline{ED}^2 + \overline{AC}^2 \\ &= (\sqrt{x^2 + y^2})^2 + 10^2 \\ &= x^2 + y^2 + 100 \\ &= 25 + 100 \\ &= 125\end{aligned}$$