

1. 다음 중 360 의 소인수를 모두 구한 것은?

① 1, 2, 3

② 2, 3

③ 2

④ 3, 5

⑤ 2, 3, 5

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.

2. $3^3 \times 5^2$ 의 약수가 아닌 것은?

- ① 3
- ② 5
- ③ $3^2 \times 5$
- ④ $3^2 \times 5^2$
- ⑤ 3×5^3

해설

$3^3 \times 5^2$ 의 약수

	1	5	5^2
1	1	5	5^2
3	3	3×5	3×5^2
3^2	3^2	$3^2 \times 5$	$3^2 \times 5^2$
3^3	3^3	$3^3 \times 5$	$3^3 \times 5^2$

3. 두 수 a, b 의 최대공약수가 12일 때, a, b 의 공약수의 개수는?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 24

해설

a, b 의 공약수는 최대공약수 12의 약수와 같다.
12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12이므로 6개이다.

4. 두 자연수 $2^a \times 3 \times 5$ 와 $2^2 \times 3^b \times c$ 의 최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 $a = 3, b = 2, c = 7$ 이다.
 $\therefore a + b + c = 12$

5. 다음 각 수를 나열한 것을 보고 공통인 수를 찾으면?

7, 14, 21, 28, ...
21, 42, 63, 84, ...

- ① 7, 14, 21, 28
- ② 7, 14, 21, 28, ...
- ③ 21, 42, 63, 84
- ④ 21, 42, 63, 84, ...
- ⑤ 147, 294, 441, 588, ...

해설

첫 번째 줄의 수는 7의 배수이고 두 번째 줄의 수는 21의 배수이다.
따라서 공통인 수를 찾으면 7과 21의 공배수, 즉 21의 배수를 찾으면 된다.

6. 어떤 수와 28 의 최대공약수는 14 이고 최소공배수는 84 일 때, 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$\begin{aligned}(\text{어떤수}) \times 28 &= 14 \times 84 \\ \therefore (\text{어떤수}) &= 42\end{aligned}$$

7. $10^a = 1000$, $\frac{1}{10^b} = 0.01$ 을 만족하는 두 자연수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$

이므로 $a = 3$ 이다.

$$\frac{1}{10^1} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$\frac{1}{10^2} = \frac{1}{10 \times 10} = \frac{1}{100} = 0.01$$

이므로 $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 3 + 2 = 5 \text{ 이다.}$$

8. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 소수는 약수가 2 개인 수이다.
- ㉢ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.
- ㉣ a, b 가 소수이면 $a \times b$ 도 소수이다.

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
㉢ 자연수는 1, 소수, 합성수로 이루어져 있다.
㉣ a, b 가 소수일 때, $a \times b$ 의 약수는 1, $a, b, a \times b$ 이므로 $a \times b$ 는 소수가 아니다.
따라서 옳은 것은 ㉡이다.

9. 72 에 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱을 만들려고 한다. 이때, 곱할 수 있는 가장 작은 두 자리의 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$72 \times n = 2^3 \times 3^2 \times n = m^2$ 이라 하면

가장 작은 $n = 2$ 이므로

따라서 n 은

$$n = 2 \times 1^2 = 2$$

$$n = 2 \times 2^2 = 8$$

$$n = 2 \times 3^2 = 18$$

$$n = 2 \times 4^2 = 32$$

그러므로 가장 작은 두 자리의 자연수 n 은 18 이다.

10. 자연수 672 의 약수의 개수와 $2^2 \times a^n \times 11^3$ 의 약수의 개수가 같을 때, n 의 값을 구하여라. (단, a 는 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$672 = 2^5 \times 3 \times 7$
(약수의 개수) = 24(개)
 $(2 + 1) \times (n + 1) \times (3 + 1) = 24$
 $\therefore n = 1$

11. 세 수 48, 72, $2^3 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는?

① 2×3^2

② $2^3 \times 3$

③ $2^2 \times 3^2$

④ $2^2 \times 3^2$

⑤ 2×3^2

해설

$48 = 2^4 \times 3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, $2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 $2^3 \times 3$

12. 세 자연수 a, b, c 에 대하여 $a : b : c = 2 : 3 : 7$ 이 성립하고 세 자연수의 최소공배수가 546 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 156

해설

세 자연수를 $2 \times x, 3 \times x, 7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 7 \times x} \\ \underline{2 \qquad 3 \qquad 7} \end{array}$$

$$x \times 2 \times 3 \times 7 = 546$$

$$x = 13$$

따라서 세 자연수는 26, 39, 91 이므로 세 자연수의 합은 156 이다.

13. 3, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가?

① 28 개 ② 29 개 ③ 30 개 ④ 31 개 ⑤ 32 개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6 의 공배수)+2 인 수이므로
3, 5, 6 의 최소공배수 30 이다.
30 의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, $\dots$, 990 이다.
따라서 구하는 수는 122, 152, $\dots$, 992 이다.
 $122 = 30 \times 4 + 2$, $992 = 30 \times 33 + 2$
 $\therefore 33 - 3 = 30$ (개)

14. 두 수 $3^a \times 5^2 \times 7$, $3^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수는 $3^2 \times 5^2$, 최소공배수는 $3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$3^a = 3^2$ 이므로 $a = 2$,
 $5^b = 5^2$ 이므로 $b = 2$,
 $c = 11$ 이므로 $a + b + c = 15$ 이다.

15. $96a = b^3$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 a, b 를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 18$

▷ 정답 : $b = 12$

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3 의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$

16. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

소인수가 1 개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로

$2^{11}, 3^{11}, \dots$

소인수가 2 개일 때, $12=4 \times 3=6 \times 2$

$2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$

$2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$

소인수가 3 개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$

$2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$

따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.

$\therefore 84 - 60 = 24$

17. 진아와 태호는 각각 5 일, 3 일마다 한강시민공원으로 자전거를 타러 간다. 4 월 1 일 일요일에 함께 자전거를 타러 갔다면 다음에 두 번째로 함께 자전거를 타러 가는 날은 무슨 요일인지 구하여라.

▶ 답 : 요일

▷ 정답 : 화요일

해설

5 와 3 의 최소공배수는 15 이므로 두 사람은 15 일마다 함께 자전거를 탄다.

4 월 1 일 일요일 이후 두 번째로 함께 자전거를 타는 날은 30 일 후인 5 월 1 일 화요일이다.

18. 가로 12cm, 세로 16cm 인 직사각형 모양의 카드로 한 번의 길이가 2m 보다 작은 정사각형을 만들 때, 만들 수 있는 가장 큰 정사각형의 한 번의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 192cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 12 와 16 의 공배수 중 200 보다 작은 자연수이다. 12 와 16 의 최소공배수는 48 이고, 48 의 배수 중 200 보다 작은 자연수는 48, 96, 144, 192 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 192 cm 이다.

19. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.
 x 는 1 이상이고 150 이하이고, $f(x) = 3$ 일 때, x 의 값의 개수는?

① 6개 ② 5개 ③ 4개 ④ 3개 ⑤ 2개

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3개인 수는
(소수)²이므로
150 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$ 의 5개

20. 68 을 어떤 두 자리 자연수 n 으로 나누면 5 가 남고, 109 를 n 으로 나누면 4 가 남는다. 자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다. p 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 21

해설

68 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 $5 \rightarrow n$ 은 5 보다 크고, 63 의 약수이다.

109 를 n 으로 나누면 나머지가 $4 \rightarrow n$ 은 4 보다 크고, 105 의 약수이다.

위 두 조건을 만족하는 n 의 값은 $n = 21$,

자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다는 것은 p 가 1 을 제외한 n 의 약수이다.

$\therefore p = 3, 7, 21$