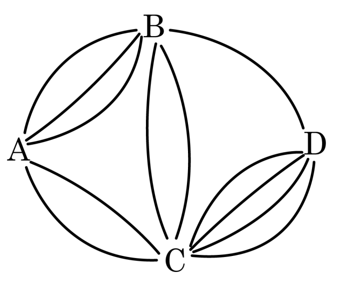
1. 3만원을 가지고 블라우스 한 벌과 치마 한 벌을 사기 위해 쇼핑을 나갔다. 쇼핑몰을 한 번 돌고나니 3가지의 블라우스(각각 1만 5천원, 1만 8천원, 2만 2천원)가 맘에 들었고, 3가지의 치마(각각 8천원, 1만원, 1만 3천원)가 맘에 들었다. 가지고 있는 현금으로 살 수 있는 방법의 가짓수는?

① 1가지 ② 3가지 ③ 6가지
④ 8가지 ⑤ 9가지

해설

블라우스와 치마를 차례로 (A, B, C) , (a, b, c)로 두면, 각각의 가격의 합이 가지고 있는 돈(3 만원)을 넘지 않는 경우는 Aa, Ab, Ac, Ba, Bb, Ca의 6 가지이다.

2. A, B, C, D 네 지점 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점을 한번 밖에 지나 갈 수 없다고 할 때, A에서 D로 가는 길의 수를 구하면 ?



① 11가지 ② 24가지 ③ 28가지
④ 32가지 ⑤ 39가지

해설

A → B → D : $3 \times 1 = 3$(가지)
A → C → D : $2 \times 4 = 8$(가지)
A → B → C → D : $3 \times 2 \times 4 = 24$(가지)
A → C → B → D : $2 \times 2 \times 1 = 4$(가지)
따라서 A에서 D로 가는 경우의 수는
$3 + 8 + 24 + 4 = 39$(가지)이다.

3. 네 곳의 학원을 세 명의 학생이 선택하는 경우의 수를 구하면?

① 12가지 ② 24가지 ③ 27가지
④ 64가지 ⑤ 81가지

해설

학생 한 명이 선택할 수 있는 학원이 네 곳이므로 $4\times4\times4=64$(가지)이다.

4. 동전 2 개와 주사위 2 개를 동시에 던질 때, 적어도 하나의 동전은 뒷면이 나오고 주사위는 모두 홀수의 눈이 나올 경우의 수는?

① 16 가지　② 20 가지　③ 24 가지　④ 25 가지　⑤ 27 가지

해설

적어도 하나의 동전이 뒷면이 나오는 경우는 (뒤, 뒤), (앞, 뒤), (뒤, 앞) 의 3 가지이고, 주사위에서 홀수가 나오는 경우는 각각 1, 3, 5 의 3 가지이므로 $3 \times 3 \times 3 = 27$ (가지) 이다.

5. A, B, C, D 네 사람을 일렬로 세울 때, A를 B보다 앞에 세우는 경우의 수는?

① 6　② 12　③ 18　④ 20　⑤ 24

해설

A가 맨 앞에 서는 경우는 $A\times\times\times$: $3\times2\times1=6$(가지)
A가 두 번째에 서는 경우는 $\underline{\times}A\times\times$: $2\times2\times1=4$(가지)(밑줄 친 부분에 B는 올 수 없다.)
A가 세 번째에 서는 경우는 $\times\times A\underline{\times}$: $2\times1=2$(가지)(밑줄 친 부분이 B 의 위치이다.)

따라서 구하는 경우의 수는 $6+4+2=12$

6. 4 장의 카드의 앞면과 뒷면에 각각 0 과 1, 2 와 3, 4 와 5, 6 과 7 이라는 숫자가 적혀 있다. 이 4 장의 카드를 한 줄로 늘어놓아 4 자리 정수를 만들 때의 경우의 수를 구하면?

① 48 가지 ② 120 가지 ③ 240 가지
④ 336 가지 ⑤ 720 가지

해설

0 과 1 이 적힌 카드에서 1 이 나온 경우 : $4\times3\times2\times1\times2^3 = 192$(가지)
0 과 1 이 적힌 카드에서 0 이 나온 경우 : $3\times3\times2\times1\times2^3 = 144$(가지)
(2^3 은 2 와 3, 4 와 5, 6 과 7 카드가 뒤집어 지는 경우)
따라서 4 자리 정수가 만들어지는 경우의 수는 $192 + 144 = 336$(가지) 이다.

7. 점 P가 수직선의 원점 위에 놓여 있다. 동전 한 개를 5번 던져 앞면이 나오면 오른쪽으로 1만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1만큼 움직이기로 할 때, 점 P의 위치가 3일 확률은 얼마인가?

① $\frac{5}{32}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{12}$ ④ $\frac{3}{8}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

모든 경우의 수는 : $2^5 = 32$(가지)
앞 : a, 뒤 : $5 - a$로 놓으면
$a - (5 - a) = 3$에서 $a = 4$이다.
a가 4일 경우의 수는
(HHHHT), $\cdots$ (THHHH): 5가지
$\therefore \frac{5}{32}$

8. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 세 사람이 모두 다른 것을 낼 확률 : $\frac{2}{9}$

② 비길 확률 : $\frac{1}{9}$

③ 승부가 결정될 확률 : $\frac{2}{3}$

④ A만 이길 확률 : $\frac{1}{9}$

⑤ A가 이길 확률 : $\frac{1}{3}$

해설

① $\frac{3}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

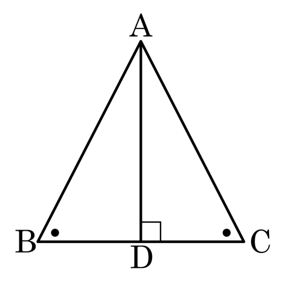
② $\left(\frac{3}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{3}{3}\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\right)=\frac{1}{3}$

③ $1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$

④ $\frac{3}{27}=\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{3}{27}\times 3=\frac{1}{3}$

9. 다음은 이등변삼각형의 어떤 성질을 보인 것인가?

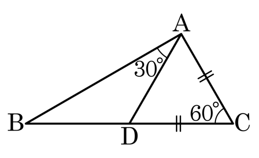


꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 하면
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 에서
$\angle B = \angle C$
$\angle ADB = \angle ADC \cdots$ ㉠
삼각형의 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로
$\angle BAD = \angle CAD \cdots$ ㉡
$\overline{AD}$ 는 공통 $\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의하여
$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$ (ASA 합동) 이므로
$\overline{AB} = \overline{AC}$
따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다.

① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
② 세 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
③ 두 변의 길이가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.
④ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변의 중점을 잇는다.
⑤ 이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변과 수직으로 만난다.

해설
① 두 밑각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.

10. 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 일 때, <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?



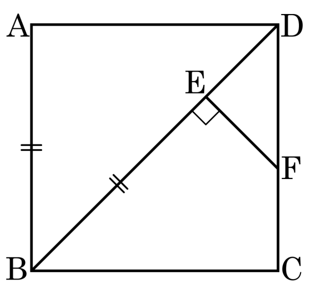
㉠ $\angle ADC = 50°$ ㉡ $\angle A = 90°$ ㉢ $\angle ABD = 40°$ ㉣ $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형 ㉤ $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉠, ㉢
④ ㉠, ㉤　⑤ ㉢, ㉤

해설

$\triangle ADC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로
$\angle CAD = \angle CDA = \frac{1}{2} \times (180° - 60°) = 60°$
따라서 $\triangle ADC$ 는 정삼각형이다.
$\angle BAC = 30° + 60° = 90°$
따라서 $\triangle ABC$ 에서 $\angle ABC = \angle ABD = 30°$ 이다.
$\angle BAD = \angle ABD = 30°$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
$\triangle ADC$ 는 정삼각형이고 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{CD} = \overline{AD} = \overline{BD}$
따라서 $\overline{AC}$ 가 5cm 일 때, $\overline{BD}$ 는 5cm 이다.

11. 다음 그림과 같이 한 변이 3 인 정사각형 ABCD 가 있다. 대각선 BD 위에 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{BE}}$ 가 되도록 점 E 를 잡고, E 를 지나 $\overline{BD}$ 에 수직인 직선이 $\overline{\mathrm{CD}}$ 와 만나는 점을 F 라 할 때, $3\overline{\mathrm{DF}} + \overline{\mathrm{DE}} + \overline{\mathrm{EF}} + \overline{\mathrm{CF}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

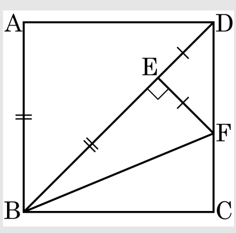
해설

$\angle\mathrm{EDF} = \angle\mathrm{EFD} = 45°$ 이므로 $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EF}}$ $\cdots$ ①,

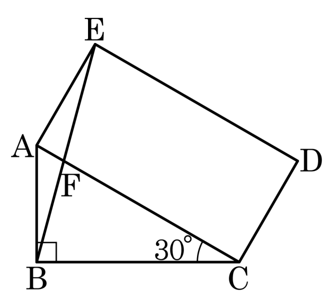
$\triangle\mathrm{BEF} \equiv \triangle\mathrm{BCF}$(RHS합동) 이므로 $\overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CF}}$ $\cdots$ ②

$\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{CF}}$

$\therefore 3\overline{\mathrm{DF}} + \overline{\mathrm{DE}} + \overline{\mathrm{EF}} + \overline{\mathrm{CF}} = 3\overline{\mathrm{DF}} + 3\overline{\mathrm{CF}} = 9$



12. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30^\circ$ 일 때, $\angle DEF$ 와 $\angle EFC$ 의 크기의 차는?



① 30°　② 32°　③ 34°　④ 36°　⑤ 38°

해설

$\overline{AC}$ 의 중점 O 를 잡으면 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심으로 $\overline{AE} = \overline{AO} = \overline{OC} = \overline{OB}$ 이다.

$\angle BAC = 60^\circ$ 이므로

$\angle EAB = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$

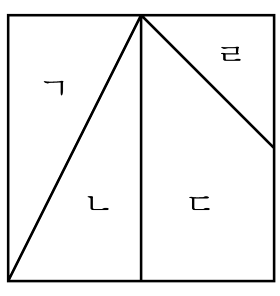
$\angle ABE = \angle AEB = (180^\circ - 150^\circ) \div 2 = 15^\circ$

$\angle DEF = 90^\circ - 15^\circ = 75^\circ$

$\angle EFC = 90^\circ + 15^\circ = 105^\circ$

$\therefore \angle EFC - \angle DEF = 105^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

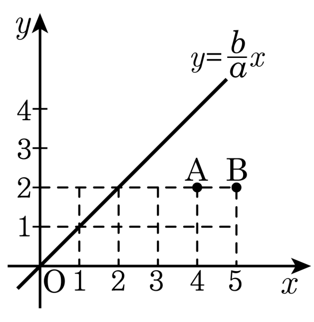
13. 다음 그림과 같은 모양에 세 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 칠해도 되지만 인접하는 부분은 서로 다른 색을 칠할 때, 칠하는 방법의 수를 구하여라.



① 20가지 ② 24가지 ③ 28가지
④ 32가지 ⑤ 36가지

해설
ㄱ에 칠할 수 있는 경우의 수 : 3가지
ㄴ에 칠할 수 있는 경우의 수 : 2가지
ㄷ에 칠할 수 있는 경우의 수 : 2가지
ㄹ에 칠할 수 있는 경우의 수 : 2가지
$\therefore 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 24$

14. 다음 그림과 같이 두 점 A(4, 2), B(5, 2) 와 직선 $y = \frac{b}{a}x$ 가 있다. 주사위 두 개를 던져서 나온 눈의 수를 차례로 a, b 라고 할 때, 직선 $y = \frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 않는 경우의 수를 구하여라.



▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 32 가지

해설

A(4, 2), B(5, 2) 의 각 점을 $y = \frac{b}{a}x$ 에 각각 대입을 하면 선분 AB 와 만나는 경우는 $\frac{2}{5} \leq \frac{b}{a} \leq \frac{1}{2}$ 을 만족해야 한다.

따라서 (a, b) 의 경우의 수는

(2, 1), (4, 2), (5, 2), (6, 3) 으로 4 가지이다.

따라서 직선 $y = \frac{b}{a}x$ 와 선분 AB 가 만나지 않는 경우의 수는 전체 36 가지에서 4 가지를 제외한 32 가지이다.

15. 다음과 같은 규칙으로 주사위를 한 번 던져 점수를 얻는 게임을 한다. 이 게임에서 세 번 연속 주사위를 던져 6 점을 얻는 경우의 수를 구하여라.

㉠ 3 으로 나누어 떨어지는 수가 나오면 3 점
㉡ 3 으로 나누어 2 가 남는 수가 나오면 2 점
㉢ 3 으로 나누어 1 이 남는 수가 나오면 1 점

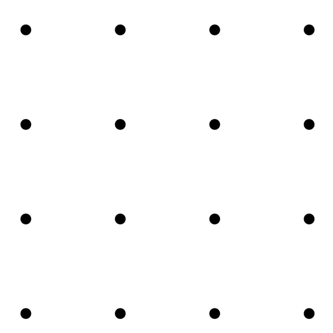
▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 18 가지

해설

주사위를 한 번 던졌을 때 점수를 얻는 경우의 수는 다음과 같다.
3 점 (3 또는 6), 2 점 (2 또는 5), 1 점 (1 또는 4)
세 번 연속하여 주사위를 던져 6 점을 얻는 경우는
(1) (3, 2, 1) 점을 얻는 경우
세 번 시행하여 3 점, 2 점, 1 점이 각각 한 번씩 나오는 경우의 수는 (3, 2, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 4), (3, 4, 2), (3, 5, 1), (3, 1, 5), (3, 5, 4), (3, 4, 5), (6, 2, 1), (6, 1, 2), (6, 2, 4), (6, 4, 2), (6, 5, 1), (6, 1, 5), (6, 5, 4), (6, 4, 5) : 16 가지
(2) (2, 2, 2) 점을 얻는 경우
세 번 시행하여 세 번 모두 2 점이 나오는 경우로
(2, 2, 2), (5, 5, 5) : 2 가지
따라서 (1), (2) 에 따라 모든 경우의 수는 $16 + 2 = 18$ (가지) 이다.

16. 다음 그림과 같이 일정한 간격으로 16 개의 점이 있다. 이 점 중 임의의 두 점을 연결하여 만든 서로 다른 직선의 개수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 62 개

해설

서로 다른 두 점이 한 직선을 결정하므로 16 개의 점을 이어서 만들어지는 직선의 수는

$\frac{16 \times 15}{2} = 120$(개) 이다.

이 중 동일한 직선 위의 세 점을 이은 4 가지 경우는 중복되므로 중복되는 직선의 개수는 $4 \times (3 - 1) = 8$ 이다.

네 점을 이은 10 가지 경우는 중복되므로 중복되는 직선의 개수는 $10 \times (6 - 1) = 50$(개) 이다.

따라서 구하는 직선의 개수는 $120 - 8 - 50 = 62$(개) 이다.

17. A, B, C, D 4개의 동전을 동시에 던질 때, 다음 중 확률이 $\frac{15}{16}$ 가 되는 것을 모두 고르면?

① 4개 모두 앞면이 나올 확률
② 앞면이 1개만 나올 확률
③ 앞면이 3개 이하 나올 확률
④ 뒷면이 3개만 나올 확률
⑤ 뒷면이 적어도 1개 나올 확률

해설
① 4개 모두 앞면이 나오는 경우는 1가지이므로
구하는 확률은 $\frac{1}{16}$
② 앞면이 한 개만 나오는 경우는 4가지이므로
$\frac{1}{16} = \frac{1}{4}$
③ $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$
④ 앞면이 한 개만 나오는 경우와 같으므로
$\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$
⑤ 앞면이 3개 이하가 나오는 경우와 같으므로
$1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$

18. 0부터 5까지의 숫자가 적힌 6장의 카드에서 3장을 뽑아 3 자리 정수를 만들 때, 그 수가 320 미만일 확률은?

① $\frac{11}{25}$ ② $\frac{12}{25}$ ③ $\frac{11}{30}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{49}{120}$

해설

모든 경우의 수 : $5 \times 5 \times 4 = 100$(가지)
백의 자리 숫자가 3 인 경우
i) 십의 자리 숫자가 1 인 경우 : 4 가지
ii) 십의 자리 숫자가 0 인 경우 : 4 가지
백의 자리 숫자가 2 인 경우 : $5 \times 4 = 20$(가지)
백의 자리 숫자가 1 인 경우 : $5 \times 4 = 20$(가지)
$\therefore \frac{4+4+20+20}{5 \times 5 \times 4} = \frac{48}{100} = \frac{12}{25}$

19. 두자리 자연수 중 2 개의 자연수를 선택했을 때, 두 수의 합이 3 의 배수일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

10 부터 99 까지의 자연수 중 2 개를 뽑는 경우의 수는 $\frac{90\times89}{2}=$ 4005 (개)

(1) 3 의 배수와 3 의 배수인 자연수를 더한 경우

10 부터 99 까지의 자연수 중 3 의 배수 30 개 중 두 개를 뽑는 경우의 수는

$\frac{30\times29}{2}=435$ (개)

(2) $3n+1$ 인 자연수와 $3n+2$ 인 자연수 두 개를 더한 경우

10 부터 99 까지의 자연수 중 $3n+1$ 인 자연수는 30 개, $3n+2$ 인 자연수는 30 개이고 각각 한 개씩 뽑는 경우의 수는 $30\times30=900$ (개)

(1), (2)에 의해서 경우의 수는 $435+900=1335$ (개)

따라서 구하는 확률은 $\frac{1335}{4005}=\frac{267}{801}=\frac{1}{3}$ 이다.

20. A 주머니에는 흰 공 4 개, 검은 공 5 개가 들어 있고, B 주머니에는 흰 공 3 개, 검은 공 2 개가 들어 있다. A, B 두 주머니에서 임의로 각각 1 개씩 공을 꺼낼 때, 같은 색의 공을 꺼낼 확률은?

① $\frac{4}{9}$ ② $\frac{22}{45}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{11}{20}$ ⑤ $\frac{37}{50}$

해설

(i) 두 개 모두 흰 공일 확률은 $\frac{4}{9}\times\frac{3}{5}=\frac{4}{15}$

(ii) 두 개 모두 검은 공일 확률은 $\frac{5}{9}\times\frac{2}{5}=\frac{2}{9}$

(i), (ii) 에서 구하는 확률은 $\frac{4}{15}+\frac{2}{9}=\frac{22}{45}$

21. 1부터 1000까지의 자연수 중에서 하나를 선택할 때, 숫자 0을 적어도 1개는 포함하는 수를 고를 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{181}{1000}$

해설

1부터 1000까지의 자연수의 개수는 1000개이고

(1) 숫자 0을 한 개도 포함하지 않는 한 자리 자연수 : 9개

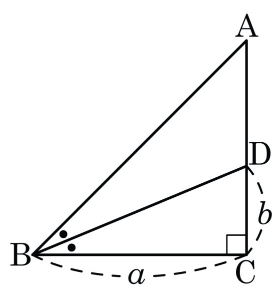
(2) 숫자 0을 한 개도 포함하지 않는 두 자리 자연수 : $9\times9 = 81$개

(3) 숫자 0을 한 개도 포함하지 않는 세 자리 자연수 : $9\times9\times9 = 729$개

숫자 0을 적어도 한 개 포함하는 경우는 모든 경우의 수에서 (1), (2), (3)의 경우의 수를 뺀 것이므로

구하는 확률은 $1-\frac{9+81+729}{1000} = \frac{181}{1000}$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 직각이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 는 $\angle$B 의 이등분선이다. $\overline{\mathrm{BC}} = a, \overline{\mathrm{CD}} = b$ 일 때, $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 길이를 구하여라.

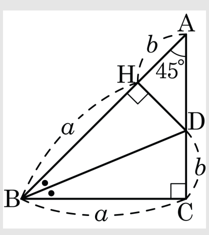


▶ 답 :

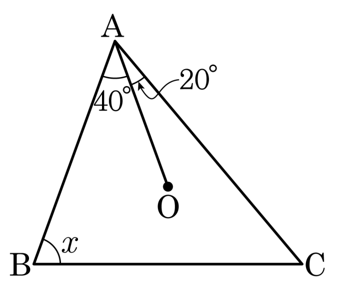
▷ 정답 : $a + b$

해설

점 D 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
$\triangle$BCD ≡ $\triangle$BHD (RHA 합동)
$\overline{\mathrm{DH}} = \overline{\mathrm{DC}} = b$
$\overline{\mathrm{BH}} = \overline{\mathrm{BC}} = a$
$\triangle$HDA 는 직각이등변삼각형이므로
$\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{DH}} = b$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}} = a + b$



23. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 의 외심이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

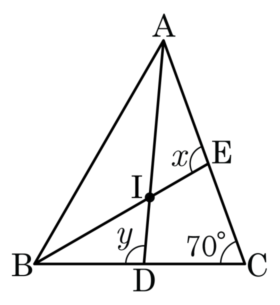


① 20° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

보조선 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 그으면
$\angle$OAC $=$ $\angle$OCA $=$ 20° , $\angle$OBC $=$ $\angle$OCB 이고 삼각형의 세 내각의 합이 180° 이므로 $\angle$OBC $= \angle$OCB $=$ 30°
따라서 $x = 40° + 30° = 70°$ 이다.

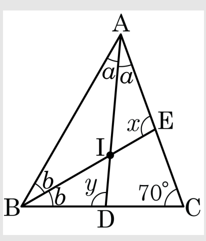
24. 다음 그림의$\triangle ABC$ 에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 70°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



① 175°　② 185°　③ 195°　④ 205°　⑤ 215°

해설

오른쪽 그림과 같이



$\angle IAB = \angle IAC = \angle a$, $\angle IBA = \angle IBC = \angle b$ 라 하면

$\triangle ABC$ 에서 $2\angle a + 2\angle b + 70° = 180°$

$\therefore \angle a + \angle b = 55°$

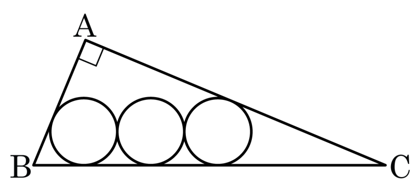
$\triangle BCE$ 에서 $\angle x = \angle b + 70°$, $\triangle ADC$ 에서

$\angle y = \angle a + 70°$

$\therefore \angle x + \angle y = (\angle b + 70°) + (\angle a + 70°)$

$= \angle a + \angle b + 140° = 55° + 140° = 195°$

25. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 5$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{BC} = 13$ 인 직각삼각형 ABC 에 반지름의 길이가 같은 세 원이 내접해 있다. 원의 반지름의 길이를 구하여라.

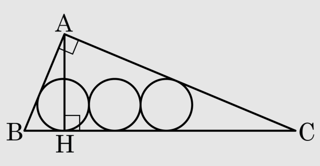


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{26}{21}$

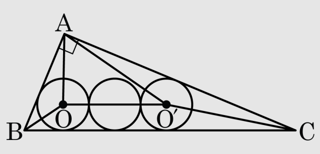
해설

점 A 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면



$\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times 13 \times \overline{AH}$ $\quad \therefore \overline{AH} = \frac{60}{13}$

직각삼각형 ABC 를 그림과 같이 원 O 와 원 O′ 의 중심을 기준으로 세 개의 삼각형과 1 개의 사다리꼴로 분할하면



$\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle AO'C + \square OBCO' + \triangle AOO'$

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\begin{aligned}\frac{1}{2} \times 5 \times 12 \times = & \frac{1}{2} \times 5 \times r + \frac{1}{2} \times 12 \times r \\ & + \frac{1}{2} \times (4r + 13) \times r \\ & + \frac{1}{2} \times 4r \times \left(\frac{60}{13} - r\right)\end{aligned}$$

$$60 = 5r + 12r + 4r^2 + 13r + \frac{240}{13}r - 4r^2$$

$$\therefore \ r = \frac{26}{21}$$