1. 10 원짜리 동전 4 개, 100 원짜리 동전 5 개, 500 원짜리 동전 6 개를 써서 지불할 수 있는 금액은 몇 가지인가? (단, 0 원을 지불하는 것은 제외한다.)

① 160 가지 ② 170 가지 ③ 174 가지

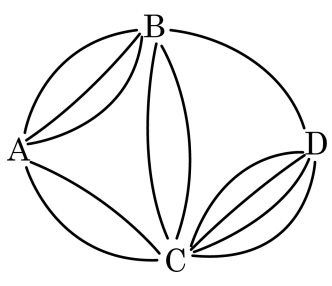
④ 175 가지 ⑤ 179 가지

해설

100 원짜리 동전 5 개로 지불할 수 있는 금액이 500 원짜리 동전 1 개와 같으므로, 500 원짜리 6 개를 100 원짜리 30 개로 간주한다. 따라서 구하고자 하는 경우의 수는 10 원짜리 4 개, 100 원짜리 35 개로 지불할 수 있는 금액의 가지 수이다.

$\therefore 5 \times 36 - 1 = 179$(가지)

2. A, B, C, D 네 지점 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점을 한번 밖에 지나 갈 수 없다고 할 때, A 에서 D 로 가는 길의 수를 구하면 ?



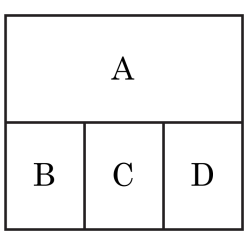
① 11 가지 ② 24 가지 ③ 28 가지

④ 32 가지 ⑤ 39 가지

해설

A → B → D : $3 \times 1 = 3$(가지)
A → C → D : $2 \times 4 = 8$(가지)
A → B → C → D : $3 \times 2 \times 4 = 24$(가지)
A → C → B → D : $2 \times 2 \times 1 = 4$(가지)
따라서 A 에서 D 로 가는 경우의 수는
$3 + 8 + 24 + 4 = 39$(가지) 이다.

3. 다음 그림의 A, B, C, D에 4가지 색을 서로 같은 색이 이웃하지 않도록 칠하는 경우의 수는? (단, A → B → C → D 순서대로 칠하고, 같은 색을 여러 번 사용해도 됨)



① 4가지 ② 12가지 ③ 36가지

④ 40가지 ⑤ 48가지

해설

A에 칠할 수 있는 색은 4가지이고, B에 칠할수 있는 색은 3가지, C와 D에 칠할 수 있는 색은 2가지이므로, $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$(가지)

4. 다음 그림과 같이 생긴 자물쇠가 있다. 이 자물쇠 앞면의 여섯 개의 알파벳 중에서 순서대로 알파벳 네 개를 누르면 열리도록 설계하려고 한다. 자물쇠의 비밀번호로 만들 수 있는 총 경우의 수는?

① 30 ② 42 ③ 120 ④ 360 ⑤ 720

해설

여섯 개의 알파벳 중에 네 개를 선택하여 일렬로 세우는 경우의 수는 $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ (가지) 이다.

5. 남학생 3 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 어느 남학생끼리도 이웃하지 않고, 어느 여학생끼리도 서로 이웃하지 않도록 세우는 경우의 수는?

① 12 가지 ② 24 가지 ③ 48 가지

④ 60 가지 ⑤ 72 가지

해설

남학생끼리 이웃하지 않고, 여학생끼리도 서로 이웃하지 않도록 세우는 경우는 남학생과 여학생을 번갈아 가며 세우는 것이다. (남, 여, 남, 여, 남, 여), (여, 남, 여, 남, 여, 남) 의 두 경우에서 각각 남학생과 여학생을 세우는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지) 이다. 따라서 (남, 여, 남, 여, 남, 여) 로 세우는 경우는 $6 \times 6 = 36$ (가지) 이고 (여, 남, 여, 남, 여, 남) 의 경우도 36 가지이므로 구하는 경우의 수는 72 가지이다.

6. 1 에서 5 까지의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 뽑아 세 자리의 정수를 만들었을 때, 3 의 배수인 정수의 경우의 수는?

① 9 가지 ② 10 가지 ③ 12 가지

④ 16 가지 ⑤ 24 가지

해설

3 의 배수가 되기 위해서는 각 자릿수의 합이 3 의 배수가 되어야 한다. 주어진 수를 더하여 3 의 배수를 만들 수 있는 경우는 $(1,\ 2,\ 3), (2,\ 3,\ 4), (1,\ 3,\ 5), (3,\ 4,\ 5)$ 이다.
각각의 숫자로 3 의 배수를 만들면 $(3 \times 2 \times 1) \times 4 = 24$ (가지) 이다.

7. 세 개의 주머니에 각각 0과 1, 1과 2, 2와 3의 숫자가 적힌 구슬이 들어있다. 두 개의 주머니를 선택하여 한 주머니에서 구슬을 하나씩 꺼내어 두 자리 정수를 만드는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 18 가지

해설

세 개의 주머니를 각각 A = (0, 1) , B = (1, 2) , C = (2, 3) 라 하자.
A, B 가 선택된 경우 나올 수 있는 두 자리 정수는 11, 12, 21, 10, 20
B, C 가 선택된 경우 나올 수 있는 두 자리 정수는 12, 13, 21, 22, 23, 31, 32
C, A 가 선택된 경우 나올 수 있는 두 자리 정수는 12, 13, 21, 31, 20, 30
따라서 구하고자 하는 경우의 수는 $5 + 7 + 6 = 18$ (가지)이다.

8. A 주머니에는 1, 4, 7이 적힌 구슬이 들어 있고, B 주머니에는 3, 6, 8이 적힌 구슬이 들어 있다. 각각의 주머니에서 구슬을 한 개씩 꺼냈을 때, 구슬에 적힌 수의 합이 홀수가 될 경우의 수는?

① 4 가지 ② 5 가지 ③ 6 가지

④ 7 가지 ⑤ 8 가지

해설

두 수가 홀수가 되는 경우는
$(1,6), (1,8), (4,3), (7,6), (7,8)$
$\therefore$ 5 가지

9. 다음 사건 중 그 확률이 1인 것을 모두 고르면?

① 동전 1개를 던질 때, 앞면이 나올 확률

② 동전 1개를 던질 때, 앞면과 뒷면이 동시에 나올 확률

③ 주사위 1개를 던질 때, 눈의 수가 6이하인 수가 나올 확률

④ 주사위 1개를 던질 때, 눈의 수가 7이상인 수가 나올 확률

⑤ 노란 구슬이 5개 들어있는 주머니에서 구슬 1개를 꺼낼 때, 노란 구슬이 나올 확률

해설

① $\dfrac{\text{앞면이 나올 확률}}{\text{모든 경우의 수}} = \dfrac{1}{2}$

② 절대 일어날 수 없는 사건의 확률이므로, 0

③ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\dfrac{6}{6} = 1$

④ 절대 일어날 수 없는 사건의 확률이므로, 0

⑤ 반드시 일어나는 사건의 확률이므로, $\dfrac{5}{5} = 1$

10. 주머니 속에 흰 구슬과 보라색 구슬을 합하여 10 개가 있다. 이 중에서 하나를 꺼냈다가 다시 넣은 후 또 하나를 꺼냈을 때, 두 번 중 적어도 한 번은 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{51}{100}$ 이다. 이 때, 보라색 구슬의 수는?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

두 번 중 적어도 한 번은 흰 구슬이 나오는 사건의 확률이 $\frac{51}{100}$ 이므로 보라색 구슬이 m 개 들어 있다고 할 때, 모두 보라색 구슬이 나올 확률은 $\frac{m}{10} \times \frac{m}{10} = 1 - \frac{51}{100} = \frac{49}{100}$

$\therefore\ m = 7$

그러므로 보라색 구슬은 7 개이다.

11. 천하장사 씨름 대회의 결승전에서는 5번의 시합에서 3번을 먼저 이기면 천하장사가 된다. 지금까지 2번의 시합에서 A가 2승을 하였다고 할 때, A가 천하장사가 될 확률은 B가 천하장사가 될 확률의 몇 배인가? (단, 두 사람이 한 게임에서 이길 확률이 서로 같다.)

① 2배 ② 4배 ③ 6배 ④ 7배 ⑤ 8배

해설

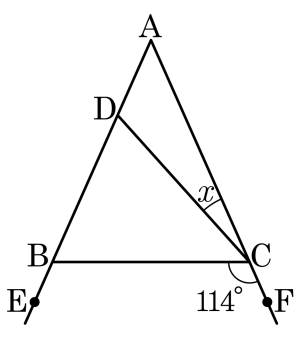
A가 이기는 경우는 3회째 이기거나, 4회째 이기거나, 5회째 이기는 방법이 있다. 5회까지 3경기를 지면 B가 먼저 3승이 되어 A가 지게 된다.

A가 이길 확률은 $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{7}{8}$

B가 이길 확률은 $1-\frac{7}{8}=\frac{1}{8}$

따라서 A가 이길 확률이 B가 이길 확률의 7배이다.

12. 다음 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $18°$ ② $24°$ ③ $30°$ ④ $36°$ ⑤ $42°$

해설

$\triangle ABC$에서
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$
$\triangle CDB$에서
$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$
따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$이다.

13. A, B, C 의 알파벳이 적힌 문자 카드가 3 장, 1 부터 9 까지의 자연수가 적힌 숫자 카드가 9 장, ★, ♦ 가 그려진 그림 카드가 2 장이 있다. 이 중에서 문자 카드 1 장, 숫자 카드 2 장, 그림 카드 1 장을 골라서 (문자, 작은 숫자, 큰 숫자, 그림) 순서로 만들 수 있는 조합은 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 216 가지

해설

문자 카드를 고르는 방법의 수는 3 가지
숫자 카드를 고르는 방법의 수는 9 장에서 순서를 생각하지 않고 2 장을 고르는 경우의 수이므로 $\frac{9\times 8}{2} = 36$ 가지
그림 카드를 고르는 방법의 수는 2 가지
따라서 구하고자 하는 조합의 수는 $3\times 36\times 2 = 216$ (가지) 이다.

14. 주사위를 두 번 던져서 처음 나온 눈의 수를 x , 나중에 나온 눈의 수를 y 라 할 때, $x \le y$ 일 확률은?

① $\frac{3}{12}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{12}$

해설

($x \le y$ 인 경우의 수) $= 6+5+4+3+2+1 = 21$

따라서 구하는 확률은 $\frac{21}{36} = \frac{7}{12}$ 이다.

15. 주사위를 세 번 던질 때, 마지막에 나온 눈의 수가 처음 두 번까지 나온 눈의 수의 합과 같을 확률을 구하면?

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{5}{72}$

해설

(모든 경우의 수) $= 6 \times 6 \times 6 = 216$ (가지)
마지막에 나온 눈의 수가 처음 두 번까지 나온 눈의 수의 합과 같은 경우
(112), (123), (134), (145), (156), (213), (224), (235), (246), (314), (325), (336), (415), (426), (516) 의 총 15 가지
따라서 $\frac{15}{216} = \frac{5}{72}$

16. 어느 계단의 중간에 있는 지현이는 동전을 던져서 앞면이 나오면 2 칸 올라가고, 뒷면이 나오면 1 칸 내려가기로 하였다. 동전을 네 번 던졌을 때, 지현이가 원래 위치보다 위쪽에 있을 확률을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{11}{16}$

해설

지현이가 원래 위치보다 아래쪽에 있을 경우는 다음의 두 가지 경우이다.

(1) 원래 위치보다 한 칸 아래에 있을 때, 앞면이 1 번, 뒷면이 3 번 나와야 하므로

(앞, 뒤, 뒤, 뒤) (뒤, 앞, 뒤, 뒤) (뒤, 뒤, 앞, 뒤) (뒤, 뒤, 뒤, 앞)

의 4 가지이므로 확률은 $\frac{4}{16}$

(2) 원래 위치보다 네 칸 아래에 있을 때, 뒷면이 4 번 나오므로

(뒤, 뒤, 뒤, 뒤) 의 1 가지이고 확률은 $\frac{1}{16}$

(1), (2) 에서 지현이가 원래 위치보다 아래쪽에 있을 확률은

$\frac{1}{16} + \frac{4}{16} = \frac{5}{16}$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{5}{16} = \frac{11}{16}$ 이다.

17. 주사위를 한 번 던졌을 때 나온 눈의 수를 x라 하면, $x+6<12$가 될 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

해설

주사위를 한 번 던졌을 때 나온 눈의 수 중에서
$x+6<12$를 만족하는 수 x는 $1, 2, 3, 4, 5$중의 하나이다.
주사위를 한 번 던지면 나오는 경우의 수는 6가지이고,
x가 될 수 있는 경우의 수는 5가지이므로
구하는 확률은 $\frac{5}{6}$이다.

18. 숫자 1, 2, 3, 4 가 적힌 정사면체 주사위 2 개를 던졌을 때, 밑면에 적힌 숫자의 합이 6 이상이거나 곱이 4 이하인 경우 상품을 얻는 게임이 있을 때, 3 회 이전에 상품을 탈 수 있는 확률을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{511}{512}$

해설

정사면체 주사위 2 개를 던졌을 때, 밑면에 적힌 숫자의 합이 6 이상이거나 곱이 4 이하인 경우의 확률을 구하면

(1) 합이 6 이상인 경우

(2, 4), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4) 이므로 $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$

(2) 곱이 4 이하인 경우

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (4, 1) 이므로 $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

(1), (2) 에 의하여 상품을 탈 수 있는 확률은 $\frac{3}{8} + \frac{1}{2} = \frac{7}{8}$ 이다.

3 회 이전에 상품을 탈 수 있는 확률은

1) 1 회에 상품을 타는 경우 : $\frac{7}{8}$

2) 2 회에 상품을 타는 경우 : $\frac{1}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{64}$

3) 3 회에 상품을 타는 경우 : $\frac{1}{8} \times \frac{1}{8} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{512}$

따라서 1), 2), 3) 에 의하여 3 회 이전에 상품을 타는 확률은 $\frac{7}{8} + \frac{7}{64} + \frac{7}{512} = \frac{511}{512}$ 이다.

19. 양궁 선수 A 가 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{3}{5}$ 이고, A, B 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{4}{5}$ 이다. B, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률이 $\frac{6}{7}$ 일 때, A, C 가 함께 목표물을 향하여 화살을 쏜다면 적어도 한 명이 명중시킬 확률을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{31}{35}$

해설

B, C 의 명중률을 각각 b, c 라 하면

$1-\frac{2}{5}\times(1-b)=\frac{4}{5}$

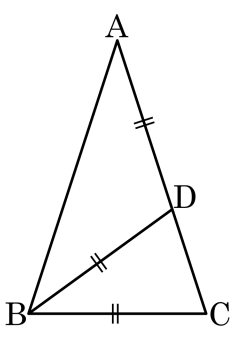
$\frac{1}{5}=\frac{2}{5}\times(1-b),\ 1-b=\frac{1}{2}\ \therefore b=\frac{1}{2}$

$1-\frac{1}{2}\times(1-c)=\frac{6}{7}$

$\frac{1}{7}=\frac{1}{2}\times(1-c),\ 1-c=\frac{2}{7}\ \therefore c=\frac{5}{7}$

$\therefore$ A, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $1-\frac{2}{5}\times\frac{2}{7}=1-\frac{4}{35}=\frac{31}{35}$ 이다.

20. 다음 그림에서 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형에서 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle DBC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

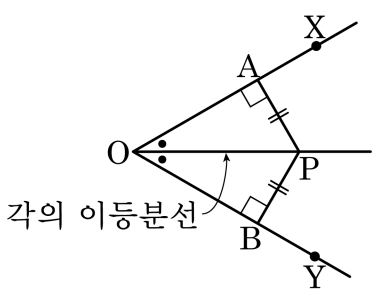
▷ 정답 : 36°

해설

$\angle A = \angle a$ 라 하면 $\angle C = 2\angle a$,
$\angle ABC = 2\angle a$ 이므로
$\angle ABD = \angle DBC = \angle a$, $5\angle a = 180°$, $\angle a = 36°$
$\therefore \angle DBC = 36°$

21. 다음을 증명할 때 사용된 합동조건을 말하여라.

'각의 이등분선 위의 임의의 점은 그 각의 두 변에서 같은 거리에 있다.'
다음 그림과 같이 $\angle XOY$의 이등분선 위의 한 점 P에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 각각 $\overline{AP}$, $\overline{BP}$라고 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$이다.



▶ 답 : 합동

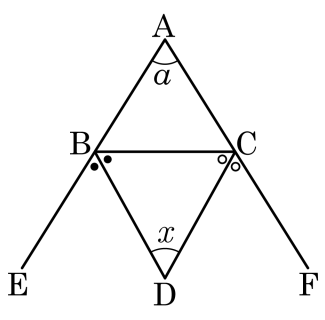
▷ 정답 : RHA 합동

해설

[증명] 다음 그림에서

$\angle AOP = \angle BOP$,
$\angle OAP = \angle OBP = 90°$,
빗변 OP는 공통이므로
$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{AP} = \overline{BP}$

22. 아래 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B$, $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 D 라 하고, $\angle BAC = a°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기를 a 의 식으로 바르게 나타낸 것은?



① $\left(180 - \frac{a}{2}\right)°$ ② $\left(90 - \frac{a}{2}\right)°$ ③ $\left(180 - \frac{a}{4}\right)°$
④ $\left(90 - \frac{a}{4}\right)°$ ⑤ $(90 - a)°$

해설

$\angle ABC + \angle ACB = 180° - a$

$\angle DBC + \angle DCB$

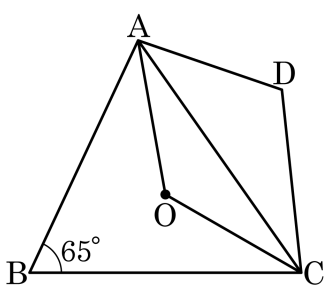
$= \frac{1}{2}(180° - \angle ABC) + \frac{1}{2}(180° - \angle ACB)$

$= \frac{1}{2}(180° + a)$

$\therefore \angle BDC = 180° - (\angle DBC + \angle DCB)$

$= 180° - \frac{1}{2}(180° + a) = 90° - \frac{a}{2}$

23. 다음 그림에서 점 O는 △ABC의 외심이면서 동시에 △ACD의 외심일 때, ∠D의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____°

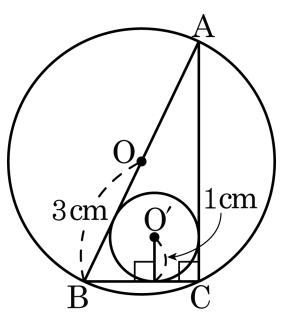
▷ 정답: 115°

해설

$\angle AOC = 2 \times \angle ABC = 130°$

$\therefore \angle D = \frac{1}{2} \times 230° = 115°$

24. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원O의 지름이고, 원O는 $\triangle ABC$의 외접원, 원O′은 $\triangle ABC$의 내접원이다. 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 6cm^2 ② 7cm^2 ③ 8cm^2

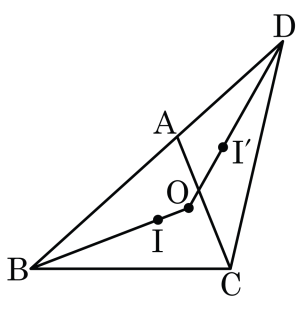
④ 9cm^2 ⑤ 10cm^2

해설

$\overline{AB}$ 가 원O 의 지름이므로
$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.
$\triangle ABC$ 의 내접원O′ 과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 접점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{BC} = a(\text{cm})$, $\overline{AC} = b(\text{cm})$ 라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = a - 1(\text{cm})$, $\overline{AF} = \overline{AD} = b - 1(\text{cm})$
따라서 $\overline{AB} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 1 \times (a + b + 6) = \frac{1}{2}(8 + 6) = 7(\text{cm}^2)$$

25. $\angle BAC = 70°$, $\angle ABC = 42°$, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 이고 점I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내심이다. 점 O는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점일 때, $\angle IOI'$ 의 크기를 구하여라.



① $147.5°$ ② $148.5°$ ③ $149.5°$

④ $131.5°$ ⑤ $141.5°$

해설

$\overline{AC} = \overline{AD}$ 이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2} \times 70° = 35°$

점 I는 내심이므로 $\angle ABI = 42° \times \frac{1}{2} = 21°$

점 I′는 내심이므로 $\angle ADI' = 35° \times \frac{1}{2} = 17.5°$

$\therefore \angle IOI' = 180° - (21° + 17.5°) = 141.5°$