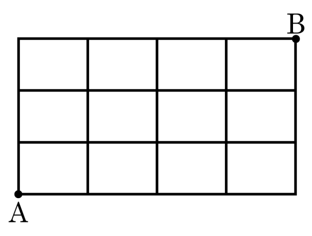
1. 정십이면체의 각 면에는 1 에서 12 까지의 숫자가 쓰여 있다. 이 정십이면체 주사위를 한 번 던졌을 때, 3 의 배수 또는 36 의 약수가 나올 경우의 수는?

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 7　　⑤ 10

해설

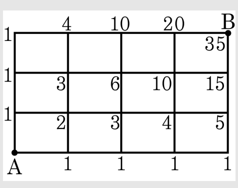
3 의 배수 : 3, 6, 9, 12 → 4가지
36 의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12 → 7가지
따라서 7가지이다.

2. 다음 그림과 같은 길이 있다. A에서 B까지 가는 최단 거리의 수는?



① 15가지 ② 20가지 ③ 35가지
④ 40가지 ⑤ 45가지

해설



이므로

합의 법칙을 이용하여 구하면 35이다.

3. A, B, C 세 도시가 있다. A에서 B로 가는 길은 2가지, B에서 C로 가는 길이 5가지가 있다. A를 출발하여 B를 거쳐 C로 갔다가 다시 A로 되돌아오는 방법은 몇 가지인가? (단, 왔던 길로 되돌아 갈 수 없다.)

① 6가지　② 14가지　③ 16가지
④ 20가지　⑤ 40가지

해설

갈 때 $A \to B \to C$: $2 \times 5 = 10$(가지)
돌아올 때 $C \to B \to A$: $4 \times 1 = 4$(가지)
따라서 $10 \times 4 = 40$(가지)이다.

4. 5 개의 문자 a , b , c , d , e 를 사용하여 만들어지는 120 개의 문자를 사전식으로 $abcde$ 에서 $edcba$ 까지 나열하였다. 이 때, $bdcea$ 는 몇 번째에 있는지 구하여라.

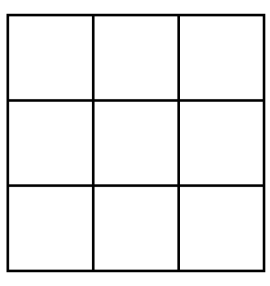
▶ 답 : ＿＿＿＿＿ 번째

▷ 정답 : 40 번째

해설

$a\times\times\times\times$: $4\times3\times2\times1=24$
$ba\times\times\times$, $bc\times\times\times$: $(3\times2\times1)\times2=12$
$bda\times\times$: 2
다음에 오는 문자는 $bdcae$, $bdcea$ 이므로 40 번째가 된다.

5. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 3등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선분으로 이루어질 수 있는 직사각형의 수는?

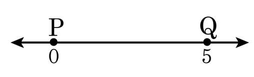


① 12개 ② 24개 ③ 36개 ④ 48개 ⑤ 60개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 4개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 사각형의 개수는 $\frac{4\times3}{2}\times\frac{4\times3}{2}=6\times6=36$(개)이다.

6. 원 점 P(0)에서 시작하여 동전의 앞면이 나오면 오른쪽으로 2만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1만큼갈 때, 동전을 4번 던져 Q(5)에 있을 확률을 구하면?



① $\frac{3}{16}$　② $\frac{1}{4}$　③ $\frac{5}{16}$　④ $\frac{3}{8}$　⑤ $\frac{7}{16}$

해설

앞면 : a번, 뒷면 : $4-a$번이라 하면,

$2a-(4-a)=5$, $a=3$

HHHT, HHTH, HTHH, THHH으로 4가지

$\therefore \frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

7. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 주사위의 눈의 차가 3 이상일 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

차가 3 일 확률 : $(1,4),(2,5),(3,6),(4,1),(5,2),(6,3)$ 6 가지
차가 4 일 확률 : $(1,5),(2,6),(5,1),(6,2)$ 4 가지
차가 5 일 확률 : $(1,6),(6,1)$ 2 가지
$\therefore \frac{6}{36}+\frac{4}{36}+\frac{2}{36}=\frac{1}{3}$

8. 주머니 속에 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 7개가 들어 있다. 이 중에서 한 개를 꺼내어 보고 다시 넣은 후 또 한 개를 꺼낼 때, 두 개 모두 흰 구슬이 나올 확률이 $\frac{9}{49}$ 이다. 흰 구슬의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 12개

해설

흰 구슬의 개수는 n개, 검은 구슬의 개수는 $7-n$으로 할 때,
두 번 모두 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{n}{7} \times \frac{n}{7} = \frac{n^2}{49}, n^2 = 9, n = 3$ 이다.
따라서 흰 구슬의 개수는 3개이다.

9. 양궁 선수 A 가 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{2}{5}$ 이고, A, B 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.
B, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률이 $\frac{5}{7}$ 일 때, A, C 가 함께 목표물을 향하여 화살을 쏜다면 적어도 한 명이 명중시킬 확률은?

① $\frac{10}{35}$ ② $\frac{14}{35}$ ③ $\frac{18}{35}$ ④ $\frac{22}{35}$ ⑤ $\frac{26}{35}$

해설

B, C 의 명중률을 각각 b, c 라 하면

$1-\frac{3}{5}\times(1-b)=\frac{3}{5}$

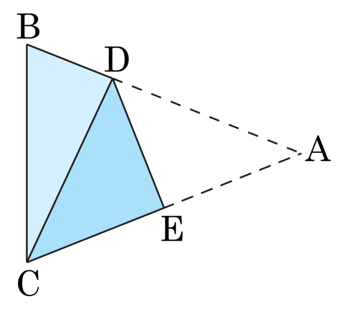
$\frac{2}{5}=\frac{3}{5}\times(1-b)$, $1-b=\frac{2}{3}$, $\therefore b=\frac{1}{3}$

$1-\frac{2}{3}\times(1-c)=\frac{5}{7}$

$\frac{2}{7}=\frac{2}{3}\times(1-c)$, $1-c=\frac{3}{7}$, $\therefore c=\frac{4}{7}$

$\therefore$ A, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $1-\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}=1-\frac{9}{35}=\frac{26}{35}$ 이다.

10. 다음 그림은 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 를 점 A 가 점 C 에 오도록 접은 것이다. $\angle DCB = 25°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad °}$

▷ 정답 : $\underline{\frac{130}{3}°}$

해설

$\angle A = \angle x$ 라 하면

$\angle DCE = \angle A = \angle x$

$\angle B = \angle C = \angle x + 25°$

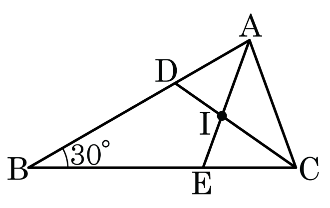
$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle x + 2(\angle x + 25°) = 180°$

$3\angle x = 130°$, $\angle x = \frac{130°}{3}$

$\therefore\ \angle A = \frac{130°}{3}$

11. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110°　② 123°　③ 135°　④ 148°　⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

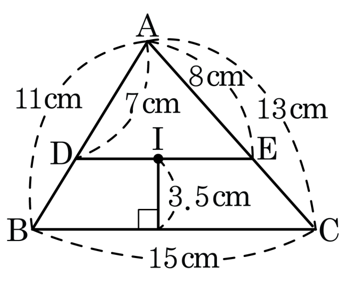
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

□BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

12. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?



① $38cm^2$ ② $40cm^2$ ③ $42cm^2$

④ $44cm^2$ ⑤ $46cm^2$

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
(△ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 (△ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24(cm)$ 이다.
$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(cm)$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(cm)$ 이다.
따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는
$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(cm^2)$ 이다.

13. 다섯 개의 문자 가, 가, 나, 나, 다를 일렬로 나열할 때, 같은 문자는 바로 옆에 오지 않도록 나열하는 경우의 수를 구하여라

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

먼저 가가나나를 일렬로 나열하는 방법은 다음과 같다.
(i) 가가나나 나나가가
(ii) 가나나가 나가가나
(iii) 가나가나 나가나가
이때,
(i)의 경우는 다를 어느 곳에 놓아도 조건을 만족하지 않는다.
(ii)의 경우는 다를 나(다)나, 가(다)가로 배열할 경우의 2가지
(iii)의 경우는 다를 (다)가(다)나(다)가(다)나(다)로 배열할 경우의 5 가지 이므로
$5 \times 2 = 10$(가지)
따라서 모든 경우의 수는 $2 + 10 = 12$(가지)이다.

14. 다음 중 경우의 수가 12인 것을 모두 골라라.

① 원 위에 5개의 점이 있을 때, 이 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수

② 100원짜리 동전 1개, 주사위 1개를 던질 때 나타나는 경우의 수

③ A, B, C, D 네 명이 일렬로 사진을 찍는 경우의 수

④ 0,1, 2, 3의 4개의 숫자로 두 자리의 자연수를 만드는 경우의 수

⑤ A, B, C, D 네 명의 학생 중 회장 한 명, 부회장 한 명을 뽑는 경우의 수

해설

① 10가지
② 12가지
③ 24가지
④ 9가지
⑤ 12가지

15. 토끼 2 마리, 거북이 3 마리, 고양이 3 마리를 원형으로 앉혀 놓으려고 한다. 토끼 2 마리가 항상 이웃하게 둘러 앉는 경우의 수를 구하여라.

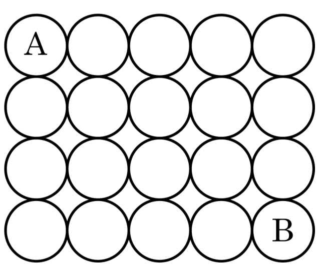
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 1440 가지

해설

토끼 2 마리를 하나로 보고 동물 7 마리를 원형으로 앉히는 경우의 수는 $(7-1)!$ 가지이고, 토끼 2 마리의 위치를 서로 바꾸는 경우의 수는 2 가지이므로 $(7-1)! \times 2 = 1440$ (가지) 이다.
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

16. 다음은 원 20 개를 붙여 만든 도형이다. 원 A 의 중심에서 원 B 의 중심까지 각 원의 중심을 연결한 선분으로만 이동할 수 있을 때, 최단 경로의 가짓수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 35 가지

해설

A 에서 B 까지 →, ↓의 방향으로 각각 4 번, 3 번의 선택이 필요하다.
이는 7 개 중 4 개, 3 개씩 같은 것이 포함된 것을 나열하는 경우의 수와 같으므로
구하는 경우의 수는 $\frac{7!}{4!3!} = 35$(가지) 이다.
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

17. 6 명의 친구가 서로 2 명씩 짝을 지어 3 개조로 나누어 게임을 한다면 나누는 방법은 모두 몇 가지가 있는가?

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 15 가지

해설

(6 명 중 2 명을 뽑는 경우의 수)×(4 명 중 2 명을 뽑는 경우의 수)×(2 명 중 2 명을 뽑는 경우의 수)$\times\frac{1}{3\times2\times1}=\frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\times\frac{2\times1}{2\times1}\times\frac{1}{3\times2\times1}=15$ (가지)

18. 1 에서 5 까지의 숫자가 적힌 5 장의 카드를 차례로 늘어놓을 때, 양끝의 숫자가 홀수일 확률을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

해설

전체 경우의 수 : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)
왼쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 3 가지
오른쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 2 가지
가운데 세 칸을 채워 늘어놓는 경우의 수 : $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)
따라서 양 끝에 홀수가 오는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 6 = 36$ (가지)
$\therefore \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$

19. 농구 경기에서 A, B 두 팀의 현재 점수가 82 : 81 이고, 81 점을 얻은 B 팀이 자유투 2 개를 던지면 경기가 종료된다고 한다. 자유투를 던질 선수의 성공 가능성이 100 개 중 75 개라고 할 때, B 팀이 이길 확률은? (단, 연장전은 없다.)

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{3}{9}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

해설

골을 넣을 수 있는 확률이 $\frac{3}{4}$ 이고, 두 골을 모두 넣어야 승리하므로 구하는 확률은

$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$

20. 정육면체의 세 꼭짓점으로 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 직각삼각형이 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{7}$

해설

정육면체의 꼭짓점은 8 개이므로 세 꼭짓점을 택하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$\frac{8\times7\times6}{3\times2\times1}=56$ (개)

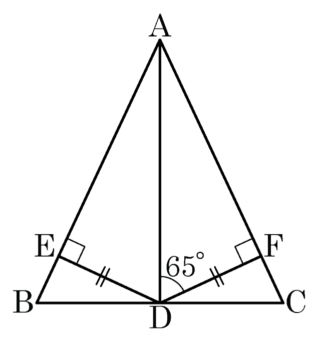
(1) 정육면체의 모서리를 두 변으로 하는 삼각형의 경우 각 꼭짓점에서 3 개씩 만들 수 있으므로 $3\times8=24$ (개)

(2) 정육면체의 모서리와 정사각형의 대각선을 두 변으로 하는 삼각형의 경우는 (1) 의 경우와 같다.

(3) 정사각형의 대각선을 두 변으로 하는 삼각형의 경우 : 직각삼각형이 아니다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{56}=\frac{3}{7}$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$ 이다. $\angle ADF = 65°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



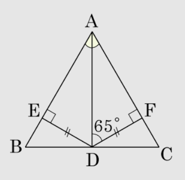
① 35°　② 40°　③ 45°　④ 50°　⑤ 55°

해설

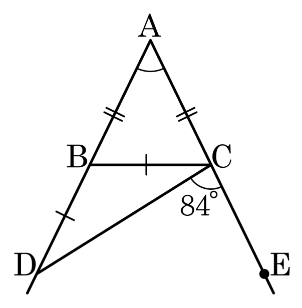
$\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동) 이므로

$\angle EAD = \angle FAD = 90° - 65° = 25°$

$\therefore \angle BAC = 2\angle EAD = 2 \times 25° = 50°$



22. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DCE = 84°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.

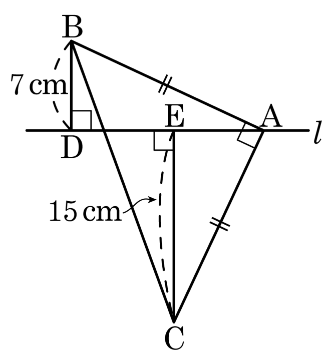


① 32° ② 42° ③ 52° ④ 62° ⑤ 72°

해설

$\angle BDC = \angle BCD = \angle a$ 라 하면
$\angle ABC = \angle ACB = 2\angle a$
$\angle ACD = 3\angle a = 180° - 84° = 96°$
$\therefore \angle a = 32°$

23. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 두 점 B, C에서 점 A를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고, $\overline{BD} = 7\,\text{cm}$, $\overline{CE} = 15\,\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



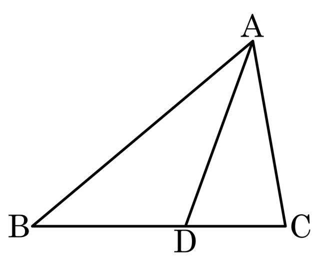
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 8 cm

해설

$\angle BAD = \angle ACE$,
$\triangle BDA \equiv \triangle AEC$ (RHA 합동)
$\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AE} = \overline{BD}$
$\overline{DE} = 15 - 7 = 8(\text{cm})$

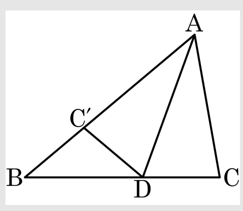
24. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하자. $2\angle ABD = \angle ACD$ 이고, $\overline{AB} = a$, $\overline{AC} = b$ 라 할 때, 변 CD 의 길이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

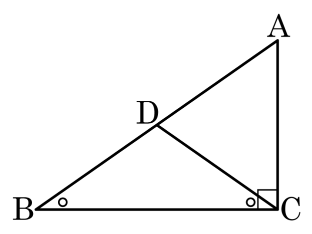
▷ 정답 : $a - b$

해설



위의 그림과 같이 $\overline{AC'} = \overline{AC}$ 인 점 C′ 를 잡으면 $\triangle ACD$ 와 $\triangle AC'D$ 에서
$\overline{AC'} = \overline{AC}$, $\angle C'AD = \angle CAD$, $\overline{AD}$ 는 공통이므로
$\triangle ACD \equiv \triangle AC'D$ (SAS 합동)
$\therefore\ \overline{C'D} = \overline{CD}$
또 $2\angle ABD = \angle ACD$ 이고
$\angle AC'D = \angle ABD + \angle C'DB$ 이므로
$\angle ABD = \angle C'DB$
즉, $\triangle C'BD$ 는 이등변삼각형이므로
$\overline{BC'} = \overline{C'D} = \overline{CD}$
$\therefore\ \overline{CD} = a - b$

25. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 써 넣은 것은?



$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\boxed{}$ 이다.
따라서 $\overline{BD} = \boxed{}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로
$\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \boxed{} = \angle ABC$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로
$\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \boxed{}$ 이다.
따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \boxed{} = \overline{AD}$ 이다.

① 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{CD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{CD}$

③ 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle ACD$, $\angle ACD$, $\overline{AC}$

④ 직각삼각형, $\overline{CD}$, $\angle ACD$, $\angle BCD$, $\overline{AC}$

⑤ 직각삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{BC}$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.
삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.
$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.
그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.
$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.