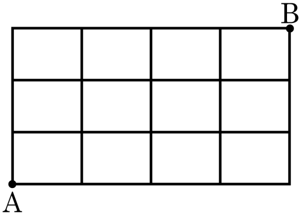
1. 정십이면체의 각 면에는 1 에서 12 까지의 숫자가 쓰여 있다. 이 정십이면체 주사위를 한 번 던졌을 때, 3 의 배수 또는 36 의 약수가 나올 경우의 수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 7 ⑤ 10

해설

3 의 배수 : 3, 6, 9, 12 → 4가지
36 의 약수 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12 → 7가지
따라서 7가지이다.

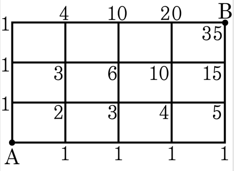
2. 다음 그림과 같은 길이 있다. A에서 B까지 가는 최단 거리의 수는?



① 15가지 ② 20가지 ③ 35가지

④ 40가지 ⑤ 45가지

해설



이므로

합의 법칙을 이용하여 구하면 35이다.

3. A, B, C 세 도시가 있다. A에서 B로 가는 길은 2가지, B에서 C로 가는 길이 5가지가 있다. A를 출발하여 B를 거쳐 C로 갔다가 다시 A로 되돌아오는 방법은 몇 가지인가? (단, 왔던 길로 되돌아 갈 수 없다.)

① 6가지 ② 14가지 ③ 16가지

④ 20가지 ⑤ 40가지

해설

갈 때 A → B → C : $2 \times 5 = 10$(가지)

돌아올 때 C → B → A : $4 \times 1 = 4$(가지)

따라서 $10 \times 4 = 40$(가지)이다.

4. 5 개의 문자 a , b , c , d , e 를 사용하여 만들어지는 120 개의 문자를 사전식으로 $abcde$ 에서 $edcba$ 까지 나열하였다. 이 때, $bdcea$ 는 몇 번째에 있는지 구하여라.

▶ 답 : ______ 번째

▷ 정답 : 40 번째

해설

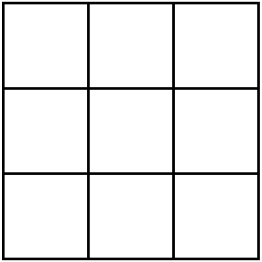
$a \times \times \times \times$: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

$ba \times \times\times$, $bc \times \times\times$: $(3 \times 2 \times 1) \times 2 = 12$

$bda \times \times$: 2

다음에 오는 문자는 $bdcae$, $bdcea$ 이므로 40 번째가 된다.

5. 다음 그림은 정사각형의 각 변을 3등분하여 얻은 도형이다. 이 도형의 선분으로 이루어질 수 있는 직사각형의 수는?

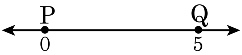


① 12개 ② 24개 ③ 36개 ④ 48개 ⑤ 60개

해설

가로 4개의 선에서 2개의 선을 택하고 세로 4개의 선에서 2개의 선을 택하면 하나의 직사각형이 만들어진다. 그러므로 가로 2개의 선과 세로 2개의 선을 선택하는 경우를 생각한다. 구하는 사각형의 개수는 $\frac{4\times3}{2}\times\frac{4\times3}{2}=6\times6=36$(개)이다.

6. 원 점 P(0)에서 시작하여 동전의 앞면이 나오면 오른쪽으로 2만큼, 뒷면이 나오면 왼쪽으로 1만큼갈 때, 동전을 4번 던져 Q(5)에 있을 확률을 구하면?



① $\frac{3}{16}$　　② $\frac{1}{4}$　　③ $\frac{5}{16}$　　④ $\frac{3}{8}$　　⑤ $\frac{7}{16}$

해설

앞면 : a번, 뒷면 : $4-a$번이라 하면,

$2a-(4-a)=5$, $a=3$

HHHT, HHTH, HTHH, THHH으로 4가지

$\therefore \frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

7. 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 두 주사위의 눈의 차가 3 이상일 확률을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\frac{1}{3}$

해설

차가 3 일 확률 : $(1,4),(2,5),(3,6),(4,1),(5,2),(6,3)$ 6 가지
차가 4 일 확률 : $(1,5),(2,6),(5,1),(6,2)$ 4 가지
차가 5 일 확률 : $(1,6),(6,1)$ 2 가지

$$\therefore \frac{6}{36}+\frac{4}{36}+\frac{2}{36}=\frac{1}{3}$$

8. 주머니 속에 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 7개가 들어 있다. 이 중에서 한 개를 꺼내어 보고 다시 넣은 후 또 한 개를 꺼낼 때, 두 개 모두 흰 구슬이 나올 확률이 $\frac{9}{49}$ 이다. 흰 구슬의 개수는?

① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 12개

해설

흰 구슬의 개수는 n개, 검은 구슬의 개수는 $7-n$으로 할 때,

두 번 모두 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{n}{7} \times \frac{n}{7} = \frac{n^2}{49}, n^2 = 9, n = 3$

이다.

따라서 흰 구슬의 개수는 3개이다.

9. 양궁 선수 A 가 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{2}{5}$ 이고, A, B 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $\frac{3}{5}$ 이다.

B, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률이 $\frac{5}{7}$ 일 때, A, C 가 함께 목표물을 향하여 화살을 쏜다면 적어도 한 명이 명중시킬 확률은?

① $\frac{10}{35}$ ② $\frac{14}{35}$ ③ $\frac{18}{35}$ ④ $\frac{22}{35}$ ⑤ $\frac{26}{35}$

해설

B, C 의 명중률을 각각 b, c 라 하면

$1-\frac{3}{5}\times(1-b)=\frac{3}{5}$

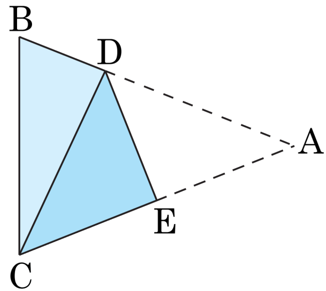
$\frac{2}{5}=\frac{3}{5}\times(1-b),\ 1-b=\frac{2}{3},\quad \therefore b=\frac{1}{3}$

$1-\frac{2}{3}\times(1-c)=\frac{5}{7}$

$\frac{2}{7}=\frac{2}{3}\times(1-c),\ 1-c=\frac{3}{7},\quad \therefore c=\frac{4}{7}$

$\therefore$ A, C 중 적어도 한 명이 목표물을 명중시킬 확률은 $1-\frac{3}{5}\times\frac{3}{7}=1-\frac{9}{35}=\frac{26}{35}$ 이다.

10. 다음 그림은 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 를 점 A 가 점 C 에 오도록 접은 것이다. $\angle DCB = 25°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : $\dfrac{130}{3}$ °

해설

$\angle A = \angle x$ 라 하면

$\angle DCE = \angle A = \angle x$

$\angle B = \angle C = \angle x + 25°$

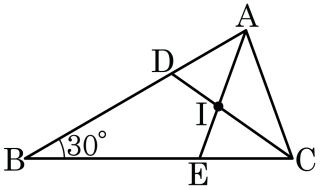
$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 크기의 합은 $180°$ 이므로

$\angle x + 2(\angle x + 25°) = 180°$

$3\angle x = 130°$, $\angle x = \dfrac{130°}{3}$

$\therefore\ \angle A = \dfrac{130°}{3}$

11. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110°　② 123°　③ 135°　④ 148°　⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

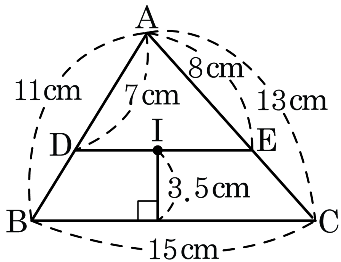
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

□BEID 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

12. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, □DBCE 의 넓이는 얼마인가?



① 38cm^2 ② 40cm^2 ③ 42cm^2

④ 44cm^2 ⑤ 46cm^2

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때,
($\triangle$ADE 의 둘레의 길이)$= \overline{AB} + \overline{AC}$
따라서 ($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{AB}+\overline{AC} = 11+13 = 24(\text{cm})$ 이다.
$\overline{AD} + \overline{AE} = 7 + 8 = 15(\text{cm})$ 이므로 $\overline{DE} = 24 - 15 = 9(\text{cm})$ 이다.
따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는
$(9 + 15) \times 3.5 \times \frac{1}{2} = 84 \times \frac{1}{2} = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

13. 다섯 개의 문자 가, 가, 나, 나, 다를 일렬로 나열할 때, 같은 문자는 바로 옆에 오지 않도록 나열하는 경우의 수를 구하여라

▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

먼저 가가나나를 일렬로 나열하는 방법은 다음과 같다.
(i) 가가나나 나나가가
(ii) 가나나가 나가가나
(iii) 가나가나 나가나가
이때,
(i) 의 경우는 다를 어느 곳에 놓아도 조건을 만족하지 않는다.
(ii) 의 경우는 다를 나(다)나, 가(다)가로 배열할 경우의 2 가지
(iii) 의 경우는 다를 (다)가(다)나(다)가(다)나(다)로 배열할 경우의 5 가지 이므로
$5 \times 2 = 10$(가지)
따라서 모든 경우의 수는 $2 + 10 = 12$(가지)이다.

14. 다음 중 경우의 수가 12인 것을 모두 골라라.

① 원 위에 5개의 점이 있을 때, 이 점으로 만들 수 있는 삼각형의 개수

② 100원짜리 동전 1개, 주사위 1개를 던질 때 나타나는 경우의 수

③ A, B, C, D 네 명이 일렬로 사진을 찍는 경우의 수

④ 0,1, 2, 3의 4개의 숫자로 두 자리의 자연수를 만드는 경우의 수

⑤ A, B, C, D 네 명의 학생 중 회장 한 명, 부회장 한 명을 뽑는 경우의 수

해설

① 10가지
② 12가지
③ 24가지
④ 9가지
⑤ 12가지

15. 토끼 2 마리, 거북이 3 마리, 고양이 3 마리를 원형으로 앉혀 놓으려고 한다. 토끼 2 마리가 항상 이웃하게 둘러 앉는 경우의 수를 구하여라.

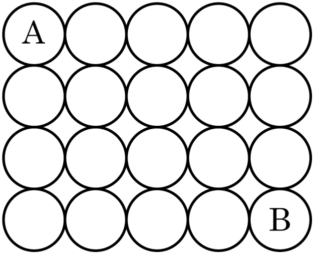
▶ 답 : ________ 가지

▷ 정답 : 1440 가지

해설

토끼 2 마리를 하나로 보고 동물 7 마리를 원형으로 앉히는 경우의 수는 $(7-1)!$ 가지이고, 토끼 2 마리의 위치를 서로 바꾸는 경우의 수는 2 가지이므로 $(7-1)! \times 2 = 1440$ (가지) 이다.
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

16. 다음은 원 20 개를 붙여 만든 도형이다. 원 A 의 중심에서 원 B 의 중심까지 각 원의 중심을 연결한 선분으로만 이동할 수 있을 때, 최단 경로의 가짓수를 구하여라.



▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 35 가지

해설

A 에서 B 까지 →, ↓의 방향으로 각각 4 번, 3 번의 선택이 필요하다.
이는 7 개 중 4 개, 3 개씩 같은 것이 포함된 것을 나열하는 경우의 수와 같으므로
구하는 경우의 수는 $\frac{7!}{4!3!} = 35$(가지) 이다.
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)

17. 6명의 친구가 서로 2명씩 짝을 지어 3개조로 나누어 게임을 한다면 나누는 방법은 모두 몇 가지가 있는가?

▶ **답 :** ______ 가지

▷ **정답 :** 15가지

해설

(6명 중 2명을 뽑는 경우의 수)×(4명 중 2명을 뽑는 경우의 수)×(2명 중 2명을 뽑는 경우의 수)$\times\dfrac{1}{3\times2\times1}=\dfrac{6\times5}{2\times1}\times\dfrac{4\times3}{2\times1}\times\dfrac{2\times1}{2\times1}\times\dfrac{1}{3\times2\times1}=15$ (가지)

18. 1 에서 5 까지의 숫자가 적힌 5 장의 카드를 차례로 늘어놓을 때, 양끝의 숫자가 홀수일 확률을 구하면?

① $\frac{1}{2}$　　② $\frac{1}{3}$　　③ $\frac{2}{5}$　　④ $\frac{3}{10}$　　⑤ $\frac{7}{10}$

해설

전체 경우의 수 : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)
왼쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 3 가지
오른쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 2 가지
가운데 세 칸을 채워 늘어놓는 경우의 수 : $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)
따라서 양 끝에 홀수가 오는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 6 = 36$ (가지)
$\therefore \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$

19. 농구 경기에서 A, B 두 팀의 현재 점수가 82 : 81 이고, 81 점을 얻은 B 팀이 자유투 2 개를 던지면 경기가 종료된다고 한다. 자유투를 던질 선수의 성공 가능성이 100 개 중 75 개라고 할 때, B 팀이 이길 확률은? (단, 연장전은 없다.)

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{3}{9}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{9}{16}$

해설

골을 넣을 수 있는 확률이 $\frac{3}{4}$ 이고, 두 골을 모두 넣어야 승리하므로 구하는 확률은

$$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

20. 정육면체의 세 꼭짓점으로 삼각형을 만들 때, 이 삼각형이 직각삼각형이 될 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{7}$

해설

정육면체의 꼭짓점은 8 개이므로 세 꼭짓점을 택하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는

$\frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2 \times 1} = 56$ (개)

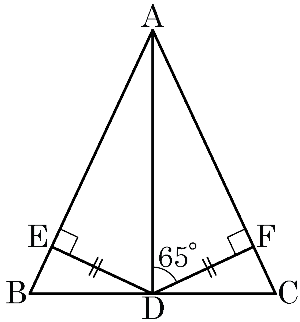
(1) 정육면체의 모서리를 두 변으로 하는 삼각형의 경우 각 꼭짓점에서 3 개씩 만들 수 있으므로 $3 \times 8 = 24$ (개)

(2) 정육면체의 모서리와 정사각형의 대각선을 두 변으로 하는 삼각형의 경우는 (1) 의 경우와 같다.

(3) 정사각형의 대각선을 두 변으로 하는 삼각형의 경우 : 직각삼각형이 아니다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{24}{56} = \frac{3}{7}$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{DE} = \overline{DF}$ 이고 $\angle AED = \angle AFD = 90°$ 이다. $\angle ADF = 65°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기는?



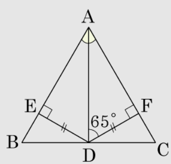
① 35° ② 40° ③ 45° ④ 50° ⑤ 55°

해설

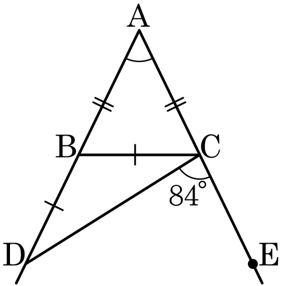
$\triangle AED \equiv \triangle AFD$ (RHS 합동) 이므로

$\angle EAD = \angle FAD = 90° - 65° = 25°$

$\therefore \angle BAC = 2\angle EAD = 2 \times 25° = 50°$



22. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DCE = 84°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.

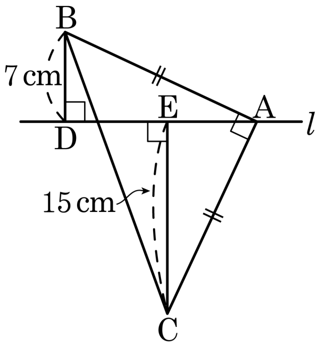


① 32° ② 42° ③ 52° ④ 62° ⑤ 72°

해설

$\angle BDC = \angle BCD = \angle a$ 라 하면
$\angle ABC = \angle ACB = 2\angle a$
$\angle ACD = 3\angle a = 180° - 84° = 96°$
$\therefore \angle a = 32°$

23. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$인 직각이등변삼각형 ABC가 있다. 두 점 B, C에서 점 A를 지나는 직선 l에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고, $\overline{BD} = 7\,\text{cm}$, $\overline{CE} = 15\,\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 8 cm

해설

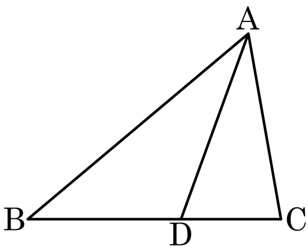
$\angle BAD = \angle ACE$,

$\triangle BDA \equiv \triangle AEC$ (RHA 합동)

$\overline{AD} = \overline{CE}$, $\overline{AE} = \overline{BD}$

$\overline{DE} = 15 - 7 = 8(\,\text{cm})$

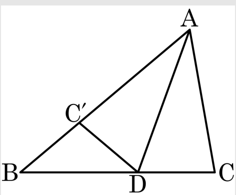
24. 다음 그림과 같은 삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하자. $2\angle ABD = \angle ACD$ 이고, $\overline{AB} = a$, $\overline{AC} = b$ 라 할 때, 변 CD 의 길이를 a, b 를 사용한 식으로 나타내어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b$

해설



위의 그림과 같이 $\overline{AC'} = \overline{AC}$ 인 점 C′ 를 잡으면 $\triangle ACD$ 와 $\triangle AC'D$ 에서

$\overline{AC'} = \overline{AC}$, $\angle C'AD = \angle CAD$, $\overline{AD}$ 는 공통이므로

$\triangle ACD \equiv \triangle AC'D$ (SAS 합동)

$\therefore\ \overline{C'D} = \overline{CD}$

또 $2\angle ABD = \angle ACD$ 이고

$\angle AC'D = \angle ABD + \angle C'DB$ 이므로

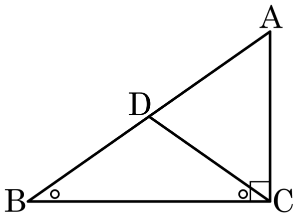
$\angle ABD = \angle C'DB$

즉, $\triangle C'BD$ 는 이등변삼각형이므로

$\overline{BC'} = \overline{C'D} = \overline{CD}$

$\therefore\ \overline{CD} = a - b$

25. 다음은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}$ 위의 $\angle B = \angle BCD$ 가 되도록 점 D 를 잡으면 $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{CD}$ 임을 증명하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 순서대로 써 넣은 것은?



$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 $\boxed{}$ 이다. 따라서 $\overline{BD} = \boxed{}$ 이다. 삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다. $\angle ACD + \boxed{} = \angle ABC$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다. 그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \boxed{}$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다. $\therefore \overline{BD} = \boxed{} = \overline{AD}$ 이다.

① 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle BCD$, $\overline{BC}$

② 이등변삼각형, $\overline{CD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{CD}$

③ 이등변삼각형, $\overline{AD}$, $\angle ACD$, $\angle ACD$, $\overline{AC}$

④ 직각삼각형, $\overline{CD}$, $\angle ACD$, $\angle BCD$, $\overline{AC}$

⑤ 직각삼각형, $\overline{AD}$, $\angle BCD$, $\angle ACD$, $\overline{BC}$

해설

$\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이다. 따라서 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이다.

삼각형 ABC 에서 $\angle A + \angle B + 90° = 180°$ 이므로 $\angle A = 90° - \angle B$ 이다.

$\angle ACD + \angle BCD = \angle ACB$ 에서 $\angle ACB$ 가 $90°$ 이므로 $\angle ACD = 90° - \angle BCD$ 이다.

그런데 $\angle B = \angle BCD$ 이므로 $\angle A = \angle ACD$ 이다. 따라서 $\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{AD} = \overline{CD}$ 이다.

$\therefore \overline{BD} = \overline{CD} = \overline{AD}$ 이다.